***Ασκήσεις Επανάληψης στα Μαθηματικά***

***Α. Εξισώσεις 1ου βαθμού***

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

 ***α)  β)  γ) 
 δ)  ε)  στ) ***

 ***ζ)  η)  θ) ***

 ***ι)  ια) ***

***ιβ)  ιγ) ***

***Β. Ανισώσεις 1ου βαθμού***

***1.***Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις και να παρασταθούν οι λύσεις τους στη ευθεία των αριθμών:

***α)  β)  γ) ***

***δ)  ε)  στ) ***

***ζ)  η) ***

 ***2.*** Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων και να παρασταθούν στην ευθεία των αριθμών:

 ***α) *** και *** β)*** και ******

 ***γ)*** και *** δ) *** και ******

 ***ε)***  και 

 ***στ)*** και ******

***Γ. Τετραγωνική Ρίζα Θετικού Αριθμού***

 ***1.*** Να υπολογίσετε τις τετραγωνικές ρίζες

 ***α)***$ \sqrt{36+64}$***β)***$\sqrt{81+19}$***γ)***$\sqrt{5^{2}}$***δ)***$\sqrt{(-2)^{2}}$***ε)***$\sqrt{16}-\sqrt{100}$ *+ 5*$\sqrt{4}$

 ***στ)***$ \sqrt{\frac{25}{4}} $*+*$\sqrt{\frac{36}{16}}$$-\sqrt{\frac{49}{64}}$***ζ)***$\sqrt{\left(-2\right)\left(-8\right)} $*+*$ \sqrt{\left(-2\right)\left(-32\right)}$***η)***$\sqrt{3∙12}$***θ)*** $\sqrt{3∙27} $

 ***ι)*** $\sqrt{20∙5}$ ***ια)***$ \sqrt{4∙5}$***ιβ)*** $\sqrt{16∙9}$***ιγ)*** $\sqrt{25∙36}$***ιδ)***$\sqrt{16+9}$

***2.*** Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις

 **Α =** $\sqrt{4∙\sqrt{16}}$  **Β =** $\sqrt{2∙\sqrt{4}}$ **Γ =** $\sqrt{5∙\sqrt{25}}$ **Δ =** $\sqrt{3∙\sqrt{\left(1+\sqrt{9}\right)4}+4}$ **Ε =** $\sqrt{3\sqrt{9}}$

 **Ζ =** $ \sqrt{8\sqrt{4}}$ **Η =** $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{4}}}}$ **Θ =** $\sqrt{20+\sqrt{22+\sqrt{3+\sqrt{36}}}}$ **Ι =** $\sqrt{13-\sqrt{21-\sqrt{29-\sqrt{16}}}}$

 **Κ =** $\sqrt{2+\sqrt{45+\sqrt{22-\sqrt{36}}}}$ **Λ =** 

***Δ. Συναρτήσεις***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y |  |  |  |  |  |

***1.*** Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών της συνάρτησης y = 3x - 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y |  |  |  |  |  |

 Ομοίως για την συνάρτηση y = 2x

Στη συνέχεια να τις σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων. Τι παρατηρείτε;

***2.*** Μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο Α($-$4,4).
 **α)** Ποια είναι η κλίση της ευθείας αυτής;
 **β)** Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας αυτής και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

***3.*** Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης y = 3x. Στη συνέχεια στο ίδιο σύστημα αξόνων να κάνετε τη γραφική παράσταση των συναρτήσεων y = 3x – 3 και y = 3x + 2 χωρίς να χρησιμοποιήσετε πίνακα τιμών.

***4.*** Μια ευθεία έχει κλίση -1 και τέμνει τον άξονα y’y στο σημείο Β(0,4)
 **α)** Να βρείτε την εξίσωση της παραπάνω ευθείας.
 **β)** Να κάνετε τη γραφική της παράσταση.
 **γ)** Να εξετάσετε αν η ευθεία αυτή διέρχεται από το σημείο Α(1,4)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | -3 |  |  |
| yy |  |  | 12 | -4 |

***5.*** Μία ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο Α(2, - 6) . **α)** Να βρείτε την κλίση της ευθείας αυτής.
 **β)** Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας και να συμπληρώσετε το διπλανό πίνακα τιμών.
 **γ)** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που τέμνει τον άξονα y΄y στο σημείο (0,4) και είναι παράλληλη στην ευθεία του ερωτήματος **(β)**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 1 |  |  |
| y |  |  | 0 | -2 |

***6.***Δίνεται η ευθεία y = 2x – 6

 **α)** Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα τιμών της

 **β)** Να τη σχεδιάσετε σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων.

 **γ)** Να βρείτε ποιά ευθεία είναι παράλληλη στην παραπάνω ευθεία και διέρχεται από την αρχή

 των αξόνων (εξίσωση και σχεδίαση).

***7.*** Δίνεται η ευθεία που διέρχεται από το σημείο Α(0,-3) και είναι παράλληλη στην .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | -4 | 0 | 4 |
| y |  |  |  |

 **α)** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας

 **β)** Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα τιμών της

 **γ)** Να τη σχεδιάσετε σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων και να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία με τους άξονες.

***E. Εμβαδά Επίπεδων Σχημάτων - Πυθαγόρειο θεώρημα***

***1.*** Ένα ισοσκελές τρίγωνο (ΑΒ=ΑΓ) με βάση ΒΓ = 16cm έχει εμβαδόν Ε = 48cm2, να υπολογίσετε το μήκος των ίσων πλευρών ΑΒ, ΑΓ.

***2.*** Σε τρίγωνο ΑΒΓ το ύψος ΑΔ=12cm και ΓΔ=16cm και ΒΔ =9cm. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

***3.*** Να βρείτε το ύψος του διπλανού τραπεζίου ΑΒΓΔ

Α

Β

Γ

5 cm

Δ

10 cm

13 cm

 του οποίου οι γωνίες  και  είναι ορθές.

***4.*** Το διπλανό σχήμα είναι τραπέζιο με και περίμετρο 70 cm. Να υπολογίσετε:

 α) Τις πλευρές του

 β) Τη διαγώνιο ΑΓ και το εμβαδόν του.

***5.*** Να υπολογίσετε το x στα παρακάτω τρίγωνα:





**6.** Στα παρακάτω σχήματαη περίμετρος του τριγώνου ΑΒΓ είναι ίση με την περίμετρο ορθογωνίου παραλληλογράμμου ΔΕΖΗ.

 **α)** Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου είναι ίση με 9x+6 και του ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι ίση με 6x+12.

 **β)** Να αποδείξετε ότι x = 2

 **γ)** Για χ = 2, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και να υπολογίσετε τα εμβαδά των δύο σχημάτων.

***Ζ. Τριγωνομετρία***

***1.*** Να υπολογίσετε το ημω, συνω και εφω στα παρακάτω σχήματα

 Α

Β

 Γ

6cm

8cm

10cm

ω

3cm

4cm

5cm

ω

Α

Β

Γ

***2.*** Υπολογίστε τις πλευρές x και ψ στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα:

Α

Β

Γ

χ

12cm

60

3cm

χ

30

Α

Β

Γ

χ

10cm

30

Α

Β

Γ

Δίνονται:

χ

8cm

45

Α

Β

Γ

χ

ψ

10cm

30

Α

Β

Γ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Γωνία | ημω | συνω | εφω |
| 30ο |  |  | yχ8cm45ΑΒΓ |
| 45ο |  |  | 110cmχ30ΑΒΓ |
| 60ο |  |  |  |

***3.*** Ένα τρίγωνο έχει πλευρές ΑΒ = x - 4, ΑΓ = x, ΒΓ = x + 2 και περίμετρο 60 m.

 a) Να αποδείξετε ότι x = 24.

 β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

 γ) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Β.

***4.***Στο παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία Α είναι ορθή και ισχύουν ημω=0,8 και ΒΓ=5 m



 Να υπολογίσετε:

 α) Τα μήκη των πλευρών α και β.

 β) Τα συνω και εφω.

 γ) Το εμβαδόν του τριγώνου.

***Η. Μέτρηση κύκλου***

 **1)** Να συμπληρώσετε το μέτρο των γωνιών  και  που είναι σημειωμένες στα παρακάτω σχήματα και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**2)** Να υπολογίσετε την γωνία και την κεντρική γωνία ενός κανονικού 12-γώνου.

**3)** Πόσες πλευρές έχει ένα κανονικό πολύγωνο που έχει: **α)**κεντρική γωνία 180 **β)**γωνία 1500

|  |  |
| --- | --- |
| **4)** Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο.  **α)** Να δικαιολογήσετε γιατί η γωνία Α είναι ορθή και να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΒΓ. **β)** Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου. **γ)** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ και της περιοχής που περικλείεται από το τρίγωνο και τον κύκλο. |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **5)** Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του επόμενου σχήματος. Αν cm και cm, να υπολογίσετε:  **α)**Την πλευρά γ και το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. **β)**Την ακτίνα και το εμβαδόν του ημικυκλίου  **γ)**Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος. |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **6)** Στο παρακάτω σχήμα η ΒΓ είναι η διάμετρος του κύκλου, η πλευρά ΑΓ του τριγώνου ΑΒΓ είναι ΑΓ = 16 cm και το μήκος του κύκλου είναι L = 62,8 cm. **α)** Να υπολογίσετε την ακτίνα του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου. **β)** Να εξηγήσετε γιατί η γωνία Α είναι ορθή και στη συνέχεια να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΑΒ του τριγώνου ΑΒΓ. |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **7)** Στο παρακάτω σχήμα το ορθογώνιο ΑΒΓΔ έχει διαστάσεις ΑΒ=6cm, ΒΓ=8cm και είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα ρ. Να υπολογίσετε: **α)** την διάμετρο ΑΓ του κύκλου.  **β)** το εμβαδό του κυκλικού δίσκου. **γ)** το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος. |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **8)** Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (Ο , ρ) με εμβαδόν 314 cm2 . Αν η ΕΖ είναι μια διάμετρος αυτού και  το τόξο ΔΕ είναι 400 ,να υπολογίσετε: **α)**Τις γωνίες του τριγώνου ΔΕΖ, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας. **β)**Την ακτίνα ρ του κύκλου. **γ)**Το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου. |  |

|  |
| --- |
| **9)** Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς α = 10 cm το οποίο είναι εγγεγραμμένο σε ένα κύκλο (Ο, ρ). **(α)** Να υπολογίσετε την ακτίνα ρ του κύκλου. **(β)** Να αποδείξετε ότι το μήκος L του κύκλου (Ο, ρ) ισούται με cm **(γ)** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μέρους που βρίσκεται μεταξύ του τετραγώνου και του κύκλου. |

|  |  |
| --- | --- |
| **10)** Να βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας που βρίσκεται μεταξύ τετραγώνου και κύκλου στο διπλανό σχήμα, γνωρίζοντας ότι το τετράγωνο έχει πλευρά μήκους 20 cm. |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **11)** Στο διπλανό σχήμα οι πλευρές ΒΓ και ΑΔ είναι διάμετροι ημικυκλίων. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου σχήματος.  | **geogebra** |

|  |  |
| --- | --- |
| **12)** Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του διπλανού σχήματος είναι 64π + 200 cm και το εμβαδόν του είναι 1024π + 640 cm2 .  | geogebra |

|  |  |
| --- | --- |
| **13)** Στο παρακάτω σχήμα τα μικρά σχεδιασμένα ημικύκλια έχουν ίσες διαμέτρους. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής είναι 24π cm2. | geogebra |

|  |  |
| --- | --- |
| **14)** Αν , να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου μέρους. Απ.  | geogebra |

|  |  |
| --- | --- |
| **15)** Στο διπλανό σχήμα είναι σχεδιασμένα ημικύκλια. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος.Απ.   | geogebra |

|  |  |
| --- | --- |
| **16)** Στο διπλανό σχήμα ο κύκλος με κέντρο Ο εφάπτεται του κύκλου με κέντρο Κ και διέρχεται από το Κ. Αν το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου με κέντρο Ο είναι , να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου με κέντρο Κ.Απ.  | geogebra |

|  |  |
| --- | --- |
| **17)** Στο διπλανό σχήμα: **α)** να αποδείξετε ότι ΕΓ = 5 **β)** να αποδείξετε ότι το ημικύκλιο ΕΖΔ έχει ακτίνα ρ = 10 **γ)** να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας. |  |

**18)** Θεωρούμε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{Α} $= 900) εγγεγραμμένο σε κύκλο (Ο,ρ) με ΑΒ=12cm , ΑΓ=16cm. Να βρείτε:
 **α)** Το μήκος της πλευράς ΒΓ.
 **β)** Το μήκος των τμημάτων ΟΒ και ΟΓ.
 **γ)** Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

***19)*** Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι 314 cm2. Να βρείτε το μήκος του.