ΚΛΑΣΜΑΤΑ –ΘΕΩΡΙΑ

Στην διεύθυνση : https://www.slideshare.net/xristoasxar/3-14-21

βρήκα πολύ καλό υλικό που θα σε βοηθήσει ,αν έχεις ξεχάσει κάτι…

ΚΛΑΣΜΑΤΑ - ΓΕΝΙΚΑ

Κάθε κλάσμα αποτελείται από την **κλασματική γραμμή**, τον **αριθμητή**(πάνω αριθμός) και τον **παρονομαστή**(κάτω), ενώ και οι δύο μαζί ονομάζονται **όροι του κλάσματος**:

$\frac{3}{4}$ όπου: 3(αριθμητής), 4(παρονομαστής), και οι δύο(όροι κλάσματος)

Όταν ο αριθμητής είναι το 1 λέγονται **κλασματικές μονάδες**:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8} \ldots$

Όταν παρονομαστής είναι το 10,100,1000,… λέγονται **δεκαδικά κλάσματα** και όταν είναι αριθμητής το 1 **δεκαδικές κλασματικές μονάδες**:

$\frac{2}{10}, \frac{3}{100}, \frac{5}{1000}$

$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000} \ldots$

Όταν ο **αριθμητής είναι μικρότερος** από τον παρονομαστή το κλάσμα λέγεται **γνήσιο** και είναι **μικρότερο της μονάδας** ενώ **το αντίθετο** λέγεται **καταχρηστικό** και είναι **μεγαλύτερο της μονάδας**:

το $\frac{2}{5}$ είναι "γνήσιο" < 1 το $\frac{4}{3}$ είναι "καταχρηστικό" > 1

Όταν είναι **ίδιοι αριθμητής και παρονομαστής** τότε λέμε ότι το κλάσμα είναι **ίσο με την ακέραια μονάδα**(1):

$\frac{4}{4}=1$ & $\frac{6}{6}=1 \ldots$

Δυο κλάσματα που έχουν **ίσους παρονομαστές** λέγονται **ομώνυμα** ενώ όταν **δεν έχουν τον ίδιο** λέγονται **ετερώνυμα**:

$\frac{2}{5}, \frac{3}{5}$ → ομώνυμα $\frac{5}{6}, \frac{3}{4}$ → ετερώνυμα

Από δυο ομώνυμα κλάσματα **μεγαλύτερο** είναι αυτό που έχει **μεγαλύτερο αριθμητή** ενώ από δύο ετερώνυμα μεγαλύτερο είναι αυτό που έχει **μικρότερο παρονομαστή** με την προϋπόθεση όμως ότι έχουν ίδιο αριθμητή:

$\frac{4}{7} < \frac{6}{7}$ & $\frac{4}{7} > \frac{4}{8}$

Οι αριθμοί που αποτελούνται από ακέραιο και κλάσμα λέγονται μεικτοί: $1\frac{4}{7}$, $2\frac{3}{4}$

Για να μετατρέψω το μεικτό σε κλάσμα ακολουθώ την παρακάτω διαδικασία:

$2\frac{1}{3} = \frac{2 \bullet 3 + 1}{3} = \frac{7}{3}$

Πολλαπλασιάζω τον παρονομαστή με τον ακέραιο, προσθέτω τον αριθμητή του μεικτού και τον αριθμό που βρίσκω τον βάζω νέο αριθμητή. Παρονομαστή γράφω τον ίδιο.

Αράπογλου Δημήτριος

Για να μετατρέψουμε ένα καταχρηστικό κλάσμα σε μεικτό κάνουμε τα εξής :

$$\frac{13}{5} = 2\,\frac{3}{5}$$

Διαιρούμε τον αριθμητή με τον παρονομαστή → 13 : 5 = 2 και υπόλοιπο 3
Το πηλίκο της διαίρεσης είναι ο ακέραιος , το υπόλοιπο είναι ο αριθμητής και παρονομαστής μένει ο ίδιος

Κάθε ακέραιος αριθμός μπορεί να γραφεί ως κλασματικός με παρονομαστή το 1 ή όποιον άλλο αριθμό.

Π. χ. $3 = \frac{3}{1}$ ή $\frac{6}{2}$ ή $\frac{9}{3}$ ή $\frac{12}{4}$ ή $\frac{15}{5}$ ή $\frac{27}{9}$ ή ....

Οι δεκαδικοί αριθμοί γράφονται και ως **δεκαδικά κλάσματα**: (δηλ. με παρονομαστή 10, 100, 1000 κτλ)

Π. χ. $0{,}3 = \frac{3}{10}$ $0{,}45 = \frac{45}{100}$ $0{,}275 = \frac{275}{1000}$ $4{,}25 = 4\,\frac{25}{100} = \frac{425}{1000}$

Κάθε κλάσμα είναι μια διαίρεση του αριθμητή με τον παρονομαστή του. Έτσι μπορεί να **μετατραπεί σε δεκαδικό αριθμό:**

Π. χ. $\frac{6}{8} = 6 : 8 = 0{,}75$ $\frac{5}{6} = 0{,}833333333$ (ατελής)

Δύο κλάσματα λέγονται **ισοδύναμα** όταν έχουν την **ίδια αξία** , εκφράζουν δηλαδή το ίδιο κομμάτι της ακέραιης μονάδας , π.χ. $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$.

Για να κατασκευάσω ισοδύναμα κλάσματα αρκεί να **πολλαπλασιάσω** ή να **διαιρέσω** τους όρους του κλάσματος (αριθμητής και παρονομαστής) με τον ίδιο αριθμό.

$$\frac{2}{6} = \overset{\bullet 2}{\frac{4}{12}} = \overset{\bullet 3}{\frac{6}{18}} = \overset{\bullet 4}{\frac{8}{24}} = \overset{\bullet 5}{\frac{10}{30}}$$

Προσοχή !!! πολλαπλασιάζουμε το αρχικό κλάσμα όχι το προηγούμενο .

$$\frac{24}{60} = \overset{:2}{\frac{12}{30}} = \overset{:3}{\frac{8}{20}} = \overset{:4}{\frac{6}{15}} = \overset{:6}{\frac{4}{10}} = \overset{:12}{\frac{2}{5}}$$

Προσοχή !!! διαιρούμε το αρχικό κλάσμα όχι το προηγούμενο.

Γίνονται έτσι κλάσματα με μικρότερους όρους και αυτό λέγεται **ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ**. Όταν οι όροι του κλάσματος δε διαιρούνται πλέον , το κλάσμα ονομάζεται **ανάγωγο**.

$$\frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{8}{\cancel{32}}} = \frac{3}{8}$$

διαιρούμε αριθμητή και παρονομαστή με το 4

Όταν θέλουμε να βρούμε το **μέρος** ενός αριθμού **διαιρούμε** αυτόν τον αριθμό **με τον παρονομαστή** και στη συνέχεια τον **πολλαπλασιάζουμε με τον αριθμητή**.

Π.χ. πόσο είναι τα $\frac{3}{9}$ του 270;

270 : 9 = 30
30 • 3=90

Άλλος τρόπος, προτιμότερος, περιγράφεται παρακάτω και είναι: **πολλαπλασιάζοντας τον αριθμό με το κλάσμα.**

Αράπογλου Δημήτριος

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Για να **προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε** ομώνυμα κλάσματα, προσθέτουμε ή αφαιρούμε τους **αριθμητές** τους και **παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο**.

$\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8}$ $\qquad\qquad$ $\frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$

Για να προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε ετερώνυμα κλάσματα, τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα.

Αυτό γίνεται:

α) Με τη δημιουργία ισοδύναμων κλασμάτων

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2\bullet 2}{4\bullet 2} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

β) Πολλαπλασιάζοντας το ένα κλάσμα με τον παρονομαστή του άλλου. **(χιαστί)**

$$\overbrace{\frac{2}{4}}^{3} + \overbrace{\frac{1}{3}}^{4} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

γ) Με το **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο** (Ε.Κ.Π.)

Ε.Κ.Π. (4, 6) = 12 $\qquad$ 12 : 4 = 3
12 : 6 = 2

$$\overbrace{\frac{2}{4}}^{3} + \overbrace{\frac{1}{6}}^{2} = \frac{6}{12} + \frac{2}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Όταν προσθέτω ή αφαιρώ μόνο μεικτούς αριθμούς μπορώ να υπολογίσω χωριστά το ακέραιο μέρος τους και χωριστά το κλασματικό. π.χ.:

$$1\frac{1}{8}+2\frac{1}{8}=(1+2)+(\frac{1}{8}+\frac{1}{8})=3\frac{2}{8}$$

Όταν έχουμε προσθέσεις ή αφαιρέσεις με διάφορες μορφές αριθμών (ακέραιους, δεκαδικούς, συμμιγείς, μεικτούς) τους **μετατρέπουμε σε κλάσματα** και συνεχίζουμε όπως γνωρίζουμε.

$4 = \frac{4}{1}$ ή $\frac{8}{2}$ $\qquad$ $0{,}4 = \frac{4}{10}$ $\qquad$ 1 μ. 3 δεκ. = $1\,\frac{3}{10} = \frac{13}{10}$ $\qquad$ $3\,\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$

Όταν τελειώνει μια πράξη και έχουμε καταχρηστικό κλάσμα, βγάζουμε τις **ακέραιες μονάδες** διαιρώντας τον αριθμητή με τον παρονομαστή του.
Επίσης δεν ξεχνούμε την **ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ**

Αράπογλου Δημήτριος

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ & ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ - ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Για να **πολλαπλασιάσουμε κλάσματα** δε χρειάζεται να είναι ομώνυμα.
Πολλαπλασιάζουμε αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.

$$\frac{2}{4} \bullet \frac{3}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

Για να **πολλαπλασιάσουμε ακέραιο με κλάσμα**, πολλαπλασιάζουμε τον ακέραιο με τον αριθμητή του κλάσματος, το γινόμενό τους το γράφουμε νέο αριθμητή και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο.

$$4 \bullet \frac{3}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} \qquad \frac{3}{5} \bullet 4 = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

Αντίστροφοι αριθμοί είναι οι αριθμοί που όταν πολλαπλασιάζονται μεταξύ τους το γινόμενό τους είναι **1**.

$\frac{2}{3}$ αντίστροφος αριθμός το $\frac{3}{2}$ $\qquad \frac{2}{3} \bullet \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = \mathbf{1} \qquad 4 \bullet \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = \mathbf{1}$

Αν δύο αριθμοί είναι μικρότεροι από το 1, τότε το γινόμενό τους είναι μικρότερο από το 1.

Για να **διαιρέσουμε κλάσματα** δε χρειάζεται να είναι ομώνυμα.
Αντιστρέφουμε τους όρους του δεύτερου κλάσματος και αντί για διαίρεση κάνουμε πολλαπλασιασμό.

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \bullet \frac{4}{3} = \frac{8}{15} \qquad 4 : \frac{3}{5} = 4 \bullet \frac{5}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$$

ΔΥΟ ΝΕΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ ΓΙΑ ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Τώρα που είπαμε για τις 4 πράξεις στα κλάσματα μπορείς να μάθεις και να χρησιμοποιείς τους δύο παρακάτω ορισμούς

Όταν ψάχνω να βρω το κλασματικό μέρος ενός αριθμού κάνω **πολλαπλασιασμό:**

Για να βρω τα $\frac{3}{4}$ του100→ $100 \bullet \frac{3}{4} = \frac{100}{1} \bullet \frac{3}{4} = \frac{100 \bullet 3}{1 \bullet 4} = \frac{300}{4} = 75$ ή πιο σύντομα

$$\boxed{100 \bullet \frac{3}{4} = \frac{100 \bullet 3}{4} = \frac{300}{4} = 75}$$

Όταν ξέρω το κλασματικό μέρος ενός αριθμού και ψάχνω να βρω τον αριθμό κάνω **διαίρεση:**

Τα $\frac{2}{5}$ ενός αριθμού είναι 100.

Ο αριθμός είναι→ $100 : \frac{2}{5} = \frac{100}{1} : \frac{2}{5} = \frac{100}{1} \bullet \frac{5}{2} = \frac{100 \bullet 5}{1 \bullet 2} = \frac{500}{2} = \mathbf{250}$ ή πιο σύντομα:

$$\boxed{100 : \frac{2}{5} = 100 \bullet \frac{5}{2} = \frac{100 \bullet 5}{2} = \mathbf{250}}$$

Αράπογλου Δημήτριος