# ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ ( τις 5,6 και 11 να τις λύσετε αφού κάνουμε το μάθημα)

1.

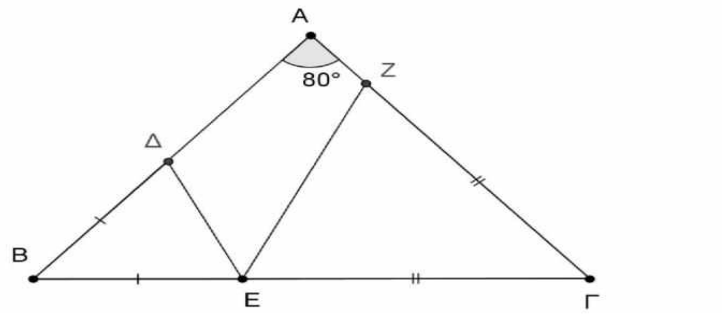
Σε ισοσκελές τρίγωνο $\mathrm{A\hat{B}\Gamma}$ (ΑΒ=ΑΓ) είναι $\hat{A} = 80^\circ$. Παίρνουμε τυχαίο σημείο Ε στην πλευρά ΒΓ και κατόπιν τα σημεία Δ και Ζ στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα έτσι ώστε ΒΔ = ΒΕ και ΓΕ = ΓΖ.

α Να υπολογιστούν οι γωνίες των τριγώνων $\mathrm{B\hat{\Delta}E}$ και $\mathrm{\Gamma\hat{Z}E}$

(Μονάδες 15)

β Να υπολογιστεί η γωνία $\mathrm{\Delta\hat{E}Z}$.

(Μονάδες 10)




2.

Από εξωτερικό σημείο Σ κύκλου (Κ,ρ) φέρνουμε τις τέμνουσες του ΣΑΒ και ΣΓΔ ώστε ΣΒ=ΣΔ. Τα ΚΛ και ΚΜ είναι τα αποστήματα των χορδών ΑΒ και ΓΔ του κύκλου αντίστοιχα.

α Να αποδείξετε ότι :

i) Τα τρίγωνα $\mathrm{K\hat{B}\Sigma}$ και $\mathrm{K\hat{\Delta}\Sigma}$ είναι ίσα.

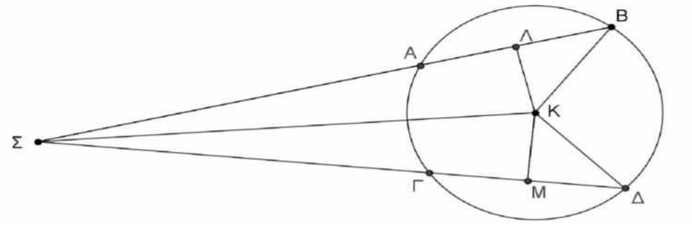
(Μονάδες 10)

ii) ΚΛ=ΚΜ.

(Μονάδες 10)

β Να αιτιολογήσετε γιατί οι χορδές ΑΒ και ΓΔ είναι ίσες.

(Μονάδες 5)

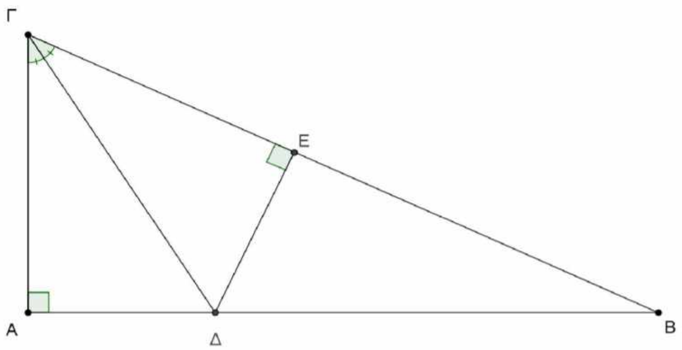



3.

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $\mathrm{A\hat{B}\Gamma}$ ($\hat{A}$=90°), η διχοτόμος τη γωνίας $\hat{\Gamma}$ τέμνει την πλευρά ΑΒ στο σημείο Δ. Από το Δ φέρουμε προς την πλευρά ΒΓ την κάθετο ΔΕ, η οποία τέμνει τη ΒΓ στο σημείο Ε. Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΔ=ΔΕ (Μονάδες 13)

β) ΑΔ<ΔΒ (Μονάδες 12)



4.

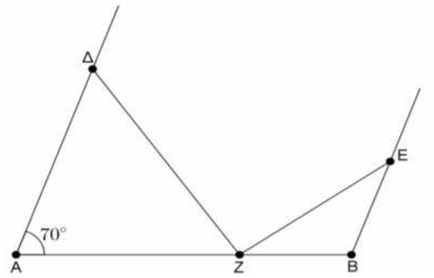
Στο παρακάτω σχήμα , οι ΑΔ και ΒΕ είναι παράλληλες . Επιπλέον ισχύουν $ΑΔ = ΑΖ$ , $ΒΕ = ΒΖ$ και $\hat{Α} = 70^0$.

**α)** Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων ΑΔΖ και ΒΖΕ .

**Μονάδες 16**

**β)** Να αποδείξετε ότι $Δ\hat{Ζ}Ε = 90^0$ .

**Μονάδες 9**




5.

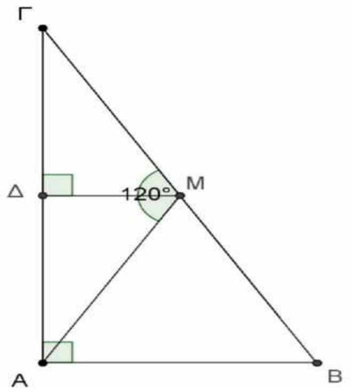
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $Α\hat{Β}Γ$ ( $\hat{Α} = 90^o$ ) με ΒΓ = 8 cm. Έστω ΑΜ είναι διάμεσος του τριγώνου και $ΜΔ \perp ΑΓ$ . Αν η γωνία $Α\hat{Μ}Γ$ είναι ίση με $120^o$, τότε:

α) Να δείξετε ότι ΑΒ = 4 cm.

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε το μήκος της ΜΔ.

(Μονάδες 13)




6.

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρουμε την εξωτερική διχοτόμο Αx της γωνίας $\hat{Α}$ και από το σημείο Γ την κάθετο ΓΔ στην Αx . Τα σημεία Ε και Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα .

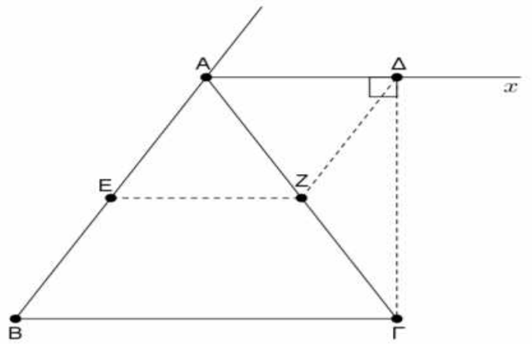
Να αποδείξετε ότι :

**α)** το τρίγωνο ΑΖΔ είναι ισόπλευρο .

**Μονάδες 12**

**β)** το τετράπλευρο ΑΔΖΕ είναι ρόμβος .

**Μονάδες 13**



7.

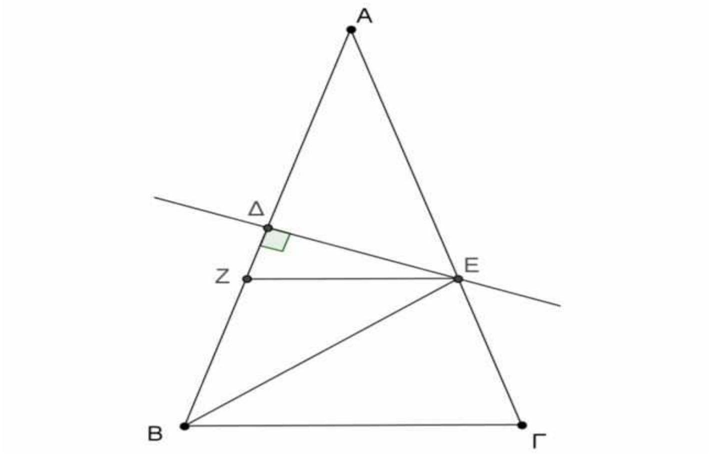
Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $A\overset{\triangle}{B}\Gamma$ (ΑΒ=ΑΓ).Στο μέσο Δ της πλευράς ΑΒ φέρουμε κάθετη ευθεία που τέμνει την ΑΓ στο Ε. Από το Ε φέρουμε ευθεία παράλληλη στη βάση ΒΓ που τέμνει την ΑΒ στο Ζ.

α Να αποδείξετε ότι ΑΕ=ΒΕ.

(Μονάδες 15)

β Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΒΓΕΖ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

(Μονάδες 10)



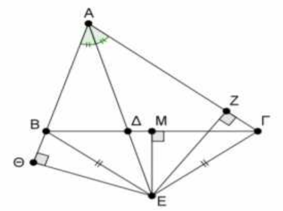

8.

**Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος, η κάθετη από το μέσο Μ της ΒΓ τέμνει την προέκταση της διχοτόμου ΑΔ στο σημείο Ε. Αν Θ, Ζ είναι οι προβολές του Ε στις ΑΒ, ΑΓ, να αποδείξετε ότι :**

**α) Το τρίγωνο ΕΒΓ είναι ισοσκελές.** **(Μονάδες 5)**

**β) Τα τρίγωνα ΘΒΕ και ΖΓΕ είναι ίσα.** **(Μονάδες 8)**

**γ)** $\mathbf{A\hat{\Gamma}E + A\hat{B}E = 180^0}$ **(Μονάδες 12)**




9.

**Στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) φέρουμε τις διαμέσους ΒΔ και ΓΕ. Μία ευθεία ε παράλληλη στη βάση ΒΓ τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ στα Ζ και Η αντίστοιχα και τις διαμέσους ΒΔ και ΓΕ στα σημεία Θ και Κ αντίστοιχα.**

**Να αποδείξετε ότι:**

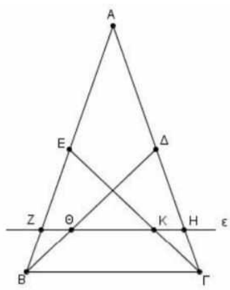
**α) ΒΖ = ΓΗ**

**Μονάδες 8**

**β) τα τρίγωνα ΖΒΘ και ΗΚΓ είναι ίσα.**

**Μονάδες 9**

**γ) ΖΚ = ΗΘ**



10.

**Στο παρακάτω τετράπλευρο ΑΒΓΔ ισχύουν: ΑΔ=ΒΓ ,ΑΓ=ΒΔ και ΑΒ<ΓΔ .**
**α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΟΒ και ΔΟΓ είναι ισοσκελή.**

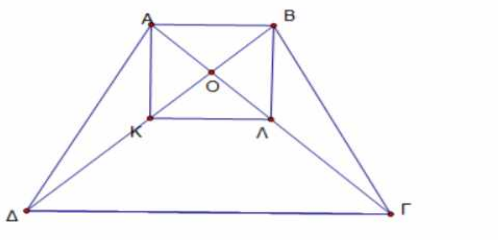
**(Μονάδες 8)**

**β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο.**

**(Μονάδες 8)**

**γ) Αν επιπλέον ισχύει ότι ΓΔ=3ΑΒ και Κ , Λ τα μέσα των διαγώνιων ΒΔ και ΑΓ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΛΚ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.**

**(Μονάδες 9)**




11.

**Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ και η διάμεσός του ΑΜ. Έστω ότι Δ είναι το μέσο της ΑΜ τέτοιο ώστε $B\Delta = \frac{B\Gamma}{2}$ και γωνία $A\hat{\Delta}B = 120^0$.**

**α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΒΔΜ.**

**Μονάδες 5**

**β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΒΔΓ είναι ορθογώνιο.**

**Μονάδες 6**

**γ) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΔΜΓ είναι ίσα.**

**Μονάδες 6**

**δ) Αν το σημείο Κ είναι η προβολή του Δ στην ΒΓ, να αποδείξετε ότι 2ΜΚ=ΑΔ.**

**Μονάδες 8**