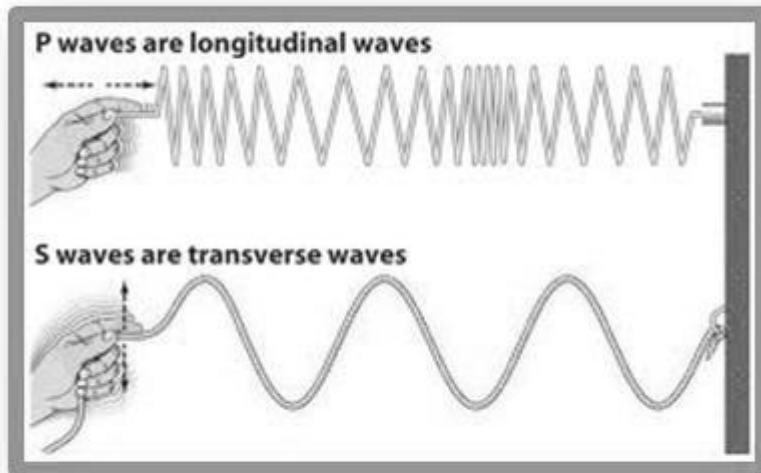


ΑΠΛΟ ΑΡΜΟΝΙΚΟ ΚΥΜΑ



Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΜΕ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΕΠΙΣΗΜΑΝΣΕΙΣ

Επιμέλεια παρουσίασης: Π. Καλογεράκος (Φυσικός)

«Άρχισε κάνοντας αυτό που είναι αναγκαίο, μετά αυτό που είναι εφικτό και ξαφνικά θα βρεθείς να κάνεις το αδύνατο».

1. Το φαινόμενο «κύμα».

Αν προκληθεί μια διαταραχή σε ένα υλικό που ηρεμεί (ισορροπεί), τα μόριά του, στην περιοχή όπου προκλήθηκε η διαταραχή, μετατοπίζονται από τις θέσεις ισορροπίας τους. Επειδή όμως τα μόρια αυτά αλληλεπιδρούν με τα γειτονικά τους δέχονται δυνάμεις που τείνουν να τα επαναφέρουν στις αρχικές τους θέσεις ενώ στα διπλανά τους ασκούνται δυνάμεις που τείνουν να τα εκτρέψουν από τη θέση ισορροπίας. Έτσι, η διαταραχή διαδίδεται από τη μια περιοχή του υλικού στην άλλη και όλα τα σημεία του υλικού εκτελούν διαδοχικά την ίδια κίνηση. Η διάδοση αυτής της διαταραχής στο χώρο ονομάζεται **κύμα**. Για τη δημιουργία ενός κύματος χρειάζονται η πηγή της διαταραχής ή πηγή του κύματος, δηλαδή η αιτία που θα προκαλέσει τη διαταραχή και ένα υλικό (μέσο) στο οποίο κάθε μόριο αλληλεπιδρά με τα γειτονικά του (ελαστικό μέσο).

2. Τι λέμε μηχανικό κύμα?

Τα κύματα που διαδίδονται σε ένα ελαστικό μέσο ονομάζονται μηχανικά κύματα. Ο κυματισμός στην επιφάνεια της θάλασσας, η διάδοση των δονήσεων κατά μήκος ενός στερεού και ο ήχος είναι μερικά παραδείγματα μηχανικών κυμάτων.

3. Τι μεταφέρεται με ένα κύμα και τι όχι...

Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια και ορμή από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο, όχι όμως και ύλη.

3. Ταχύτητα διάδοσης κύματος

Αν σε χρόνο t μια διαταραχή διαδίδεται σε απόσταση x από την πηγή παραγωγής της, το πηλίκο

$$v = \frac{x}{t} \quad (2.1) \text{είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.}$$

4. Από τι εξαρτάται η ταχύτητα διάδοσης ενός κύματος

Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ένα κύμα σε ένα μέσον εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου που διαταράσσεται και όχι από το πόσο ισχυρή είναι η διαταραχή.

5. Εγκάρσια –διαμήκη κύματα

Με κριτήριο τη διεύθυνση στην οποία κινούνται τα σημεία του ελαστικού μέσου, τα κύματα διακρίνονται σε εγκάρσια και σε διαμήκη.

Τα εγκάρσια κύματα διαδίδονται στα στερεά. Τα διαμήκη διαδίδονται τόσο στα στερεά όσο και στα υγρά και τα αέρια.

Εγκάρσια ονομάζονται τα κύματα στα οποία όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Τέτοια κύματα διαδίδονται κατά μήκος μιας χορδής. Τα κύματα που διαδίδονται στην επιφάνεια των υγρών μπορούν να θεωρηθούν κατά προσέγγιση εγκάρσια.

Διαμήκη ονομάζονται τα κύματα στα οποία τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Τέτοιο είναι το κύμα που διαδίδεται κατά μήκος ενός ελατηρίου

6. Περιοδικό κύμα, απλό αρμονικό κύμα

Αν η πηγή εκτελεί περιοδική κίνηση τα σωματίδια του μέσου κινούνται επίσης περιοδικά. Το κύμα που προκύπτει τότε είναι ένα **περιοδικό κύμα**. Ειδικότερα, αν η κίνηση της πηγής είναι απλή αρμονική ταλάντωση όλα τα σωματίδια του μέσου εκτελούν επίσης απλή αρμονική ταλάντωση και το κύμα ονομάζεται **ημιτονοειδές ή αρμονικό**. Τα αρμονικά κύματα έχουν απλή μαθηματική περιγραφή και παίζουν έναν ιδιαίτερα σπουδαίο ρόλο. **Οποιαδήποτε κυματική διαταραχή, όσο περίπλοκη και να είναι, μπορεί να θεωρηθεί ότι προέρχεται από το άθροισμα ενός αριθμού αρμονικών κυμάτων.**

7. Περίοδος κύματος

Η περίοδος (T) του κύματος είναι το χρονικό διάστημα στο οποίο ένα σωματίδιο του μέσου ολοκληρώνει την κίνησή του (αρμονική ταλάντωση). Περίοδος του κύματος είναι επίσης το χρονικό διάστημα στο οποίο η κυματική εικόνα επαναλαμβάνεται.

8. Συχνότητα κύματος

Η συχνότητα (f) με την οποία ταλαντώνονται τα σημεία του μέσου ονομάζεται και συχνότητα του κύματος. **Η συχνότητα του κύματος δείχνει τον αριθμό των κορυφών (αν πρόκειται για εγκάρσιο κύμα) ή των πυκνωμάτων (αν πρόκειται για διάμηκες) που φτάνουν σε κάποιο σημείο του μέσου στη μονάδα του χρόνου κατά τη διάδοση του κύματος.**

9. Μήκος κύματος

Η απόσταση στην οποία διαδίδεται το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου ονομάζεται μήκος κύματος και συμβολίζεται με λ .

Θα μπορούσαμε, να ορίσουμε το μήκος κύματος ως την απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων του μέσου που απέχουν το ίδιο από τη θέση ισορροπίας τους και κινούνται κατά την ίδια φορά.

10. Θεμελιώδης εξίσωση κυματικής

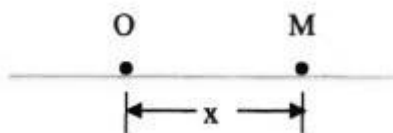
Αν στη σχέση (2.1) αντικαταστήσουμε το t με την περίοδο του κύματος η απόσταση x στην οποία διαδίδεται το κύμα είναι λ και η σχέση παίρνει τη μορφή

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad T = \frac{1}{f} \quad (2.2)$$

και τελικά, γίνεται $v = \lambda f$ (2.3)

11. Η μαθηματική περιγραφή του αρμονικού κύματος

Ας υποθέσουμε ότι η πηγή αρμονικής διαταραχής O αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και ότι η ταλάντωσή της περιγράφεται από τη σχέση $y = A\eta\mu\omega t$.



$$t_1 = \frac{x}{v}$$

Ένα σημείο Μ του ελαστικού μέσου θα αρχίσει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή

Επομένως τη χρονική στιγμή t , το σημείο Μ θα ταλαντώνεται επί χρόνο $t - t_1 = t - \frac{x}{v}$ και, με την προϋπόθεση ότι το πλάτος της ταλάντωσης του Μ είναι ίσο με το πλάτος ταλάντωσης του Ο,¹ η εξίσωση της κίνησής του θα είναι

$$y = A\eta\mu\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) \quad \text{ή} \quad y = A\eta\mu\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

$$\text{ή} \quad y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT}\right)$$

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

ή, επειδή $vT = \lambda$,

(2.4)

Αν το κύμα διαδίδεται κατά την αντίθετη φορά τότε

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$$

Η (2.4) αποτελεί την **εξίσωση του κύματος** και δίνει κάθε στιγμή την απομάκρυνση που έχουν τα σημεία του ελαστικού μέσου από τη θέση ισορροπίας τους.

Το Α ονομάζεται **πλάτος του κύματος** και είναι η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου κατά την αρμονική ταλάντωση που εκτελεί.

$$2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Η γωνία ονομάζεται **φάση** και μετριέται σε ακτίνια.

Επειδή η φάση εξαρτάται από την απόσταση x από την πηγή προκύπτει ότι τα σημεία του ελαστικού μέσου την ίδια χρονική στιγμή έχουν διαφορετικές φάσεις

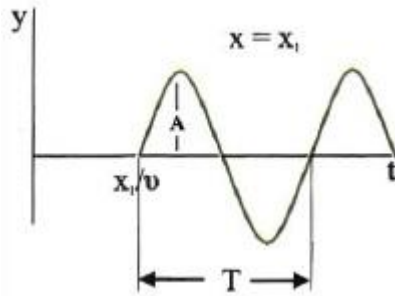
12. Ταλάντωση ενός σημείου του μέσου

Για ορισμένη απόσταση από την πηγή ($x=x_1$), η σχέση (2.4) παίρνει τη μορφή

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \text{σταθ}\right)$$

και δίνει την απομάκρυνση ενός συγκεκριμένου σημείου του μέσου συναρτήσει του χρόνου.

Η γραφική παράσταση της σχέσης αυτής (βλ σχήμα) είναι η γνωστή μας γραφική παράσταση της απλής αρμονικής ταλάντωσης

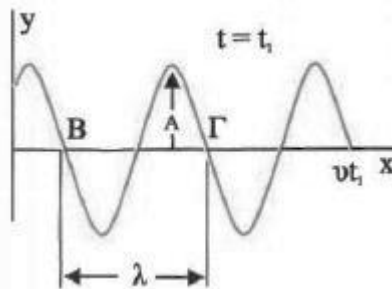


13. Στιγμιότυπο του κύματος

Για δεδομένη χρονική στιγμή ($t=t_1$) η σχέση (2.4) παίρνει τη μορφή

$$y = A \eta \mu 2\pi \left(\text{σταθ} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

και δίνει την απομάκρυνση κάθε σημείου του μέσου συναρτήσει της απόστασής του από την πηγή. Το διάγραμμα αυτής της συνάρτησης (σχ. 2.8), δίνει τη θέση των διαφόρων σημείων του μέσου μια ορισμένη χρονική στιγμή και ονομάζεται **στιγμιότυπο του κύματος**



Ερωτήσεις και επισημάνσεις εκτός σχολικού βιβλίου

1. Τι ονομάζεται φάση κύματος; Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις $\varphi(x)$ και $\varphi(t)$. Εξηγήστε γιατί ένα σημείο που βρίσκεται πιο κοντά στη πηγή έχει μεγαλύτερη φάση, από ένα σημείο που βρίσκεται πιο μακριά, την ίδια χρονική στιγμή.
2. Πότε δυο σημεία του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται ένα μηχανικό κύμα βρίσκονται σε συμφωνία και πότε σε αντίθεση φάσης;
3. Γράψτε για ένα αρμονικό κύμα τους τύπους που δίνουν τη ταχύτητα, την επιτάχυνση, τη συνισταμένη δύναμη, τη δυναμική και τη κινητική ενέργεια ενός οποιουδήποτε υλικού σημείου του μέσου διάδοσης που βρίσκεται σε απόσταση X_A από τη πηγή του κύματος. Να κάνετε και τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις. Επίσης δείξτε ότι: $u = \pm \omega \sqrt{A^2 - \psi^2}$ και ότι $a = -\omega^2 \psi$
4. Γράψτε την εξίσωση $y(t)$ για τη πηγή ενός κύματος καθώς και την εξίσωση του κύματος, όταν υπάρχει αρχική φάση φ_0 .
5. Έστω από ένα σημείο της ευθείας διάδοσης ενός διαμήκους κύματος διέρχονται N πυκνώματα ή αραιώματα σε χρόνο t . Δείξτε ότι η συχνότητα του κύματος δίνεται από τη σχέση: $f = \frac{N-1}{t}$ (η ίδια σχέση ισχύει και όταν έχουμε εγκάρσιο κύμα με όρη και κοιλάδες)
6. Εξηγήστε πως σχεδιάζουμε το στιγμιότυπο ενός αρμονικού κύματος και πως βρίσκουμε τη φορά της ταχύτητας των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου.

1. ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΤΡΕΧΟΝΤΑ ΚΥΜΑΤΑ

Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής	$u = \lambda f = \frac{\lambda}{T}$
Εξισώσεις αρμονικού κύματος όταν η πηγή δεν έχει αρχική φάση: (για $t=0$, $\psi=0$ και $u>0$)	
Διάδοση του κύματος στον θετικό ημιάξονα κατά την θετική φορά.	$\psi = A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$
Διάδοση του κύματος στον θετικό ημιάξονα κατά την αρνητική φορά.	$\psi = A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$
Ταχύτητα ενός σωματιδίου του μέσου.	$u = \omega A \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$
Επιτάχυνση ενός σωματιδίου του μέσου.	$a = -\omega^2 A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$
Στιγμιότυπο αρμονικού κύματος.	$\psi = A \eta\mu 2\pi \left(\sigma\tau\alpha\theta. - \frac{x}{\lambda} \right)$
Φάση αρμονικού κύματος.	$\varphi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$
Διαφορά φάσης των ταλαντώσεων δύο σημείων του μέσου την ίδια χρονική στιγμή.	$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$