

ΦΥΛΛΟ ΘΕΩΡΙΑΣ-ΑΣΚΗΣΕΩΝ Β' ΘΜΙΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

- ✓ Μια εξίσωση μ' έναν άγνωστο, όπου η μεγαλύτερη δύναμη του αγνώστου είναι η 2^η δύναμη, λέγεται εξίσωση 2ου βαθμού ή δευτεροβάθμια εξίσωση.
- ✓ Όταν μεταφέρουμε όλους τους όρους της στο πρώτο μέλος και κάνουμε τις πράξεις, η εξίσωση παίρνει τη μορφή $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ και a, β, γ πραγματικούς αριθμούς.
- ✓ Η γενική της μορφή είναι $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$, γ είναι ο σταθερός όρος, βx είναι ο όρος, ax^2 είναι ο όρος αυτής.
- ✓ Η διαδικασία με την οποία βρίσκουμε τις τιμές του αγνώστου που επαληθεύουν την εξίσωση, λέγεται της εξίσωσης.
- ✓ Μια βασική ιδιότητα στην οποία βασίζεται η λύση μιας δευτεροβάθμιας εξίσωσης είναι: $a \cdot \beta = 0$ αν και μόνο αν $a = \dots\dots\dots$ ή $\beta = \dots\dots\dots$. Δηλαδή ένα γινόμενο είναι ίσο με το μηδέν αν και μόνο αν όρος του γινομένου είναι ίσος με

- Πως λύνουμε μια δευτεροβάθμια εξίσωση, όταν έχει την ελλειπή μορφή $ax^2 + bx = 0$ με $a, \beta \neq 0$ δηλαδή όταν $\gamma = 0$ και $\beta \neq 0$.

$$\begin{aligned} ax^2 + bx &= 0, \\ x(ax + \beta) &= 0, \\ x=0 \text{ ή } ax + \beta &= 0, \\ x=0 \text{ ή } x &= -\frac{\beta}{a} \end{aligned}$$

1) $4x^2 - 5x = 0 \leftrightarrow x(\dots\dots\dots) = 0 \leftrightarrow x = \dots\dots\dots$ ή $x = -\dots\dots\dots$

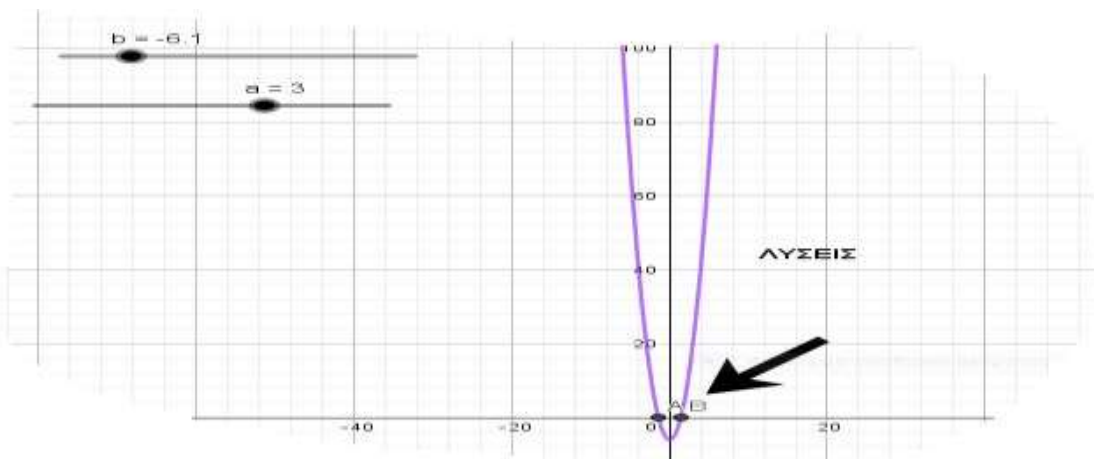
- ✓ Μια δευτεροβάθμια εξίσωση με την ελλειπή μορφή $ax^2 + bx = 0$ με $a, \beta \neq 0$ έχει δύο λύσεις, μία εκ των οποίων είναι πάντα το

- Πως λύνουμε μια δευτεροβάθμια εξίσωση, όταν έχει την ελλειπή μορφή $ax^2 + \gamma = 0$ με $a, \gamma \neq 0$, δηλαδή όταν $\beta = 0$ και $\gamma \neq 0$;

$$\begin{aligned} ax^2 + \gamma &= 0, \quad x^2 = -\frac{\gamma}{a}, \\ \text{αν } -\frac{\gamma}{a} &< 0 \text{ τότε η εξίσωση αδύνατη.} \\ \text{αν } -\frac{\gamma}{a} &> 0 \text{ τότε η εξίσωση έχει 2 λύσεις} \\ \text{που είναι } x &= \pm \sqrt{-\frac{\gamma}{a}} \end{aligned}$$

2) $3x^2 - 6 = 0 \leftrightarrow x^2 = 2 \leftrightarrow x = \pm \dots\dots\dots$

- ✓ Μια δευτεροβάθμια εξίσωση με την ελλειπή μορφή $ax^2 + \gamma = 0$ με $a, \gamma \neq 0$ είναι αδύνατη, όταν a, γ είναι (άσκηση 1)
- ✓ έχει δύο λύσεις, όταν a, γ είναι (άσκηση 2).
- ✓ **Γραφική επίλυση εξίσωσης (απλή αναφορά)**



• **Επίλυση της $ax^2 + bx + \gamma = 0$**

Ονομάζουμε διακρίνουσα την ισότητα

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$$

α, β, γ συντελεστές της β'θμιας εξίσωσης

- ✓ με $\Delta < 0$ η εξίσωση είναι αδύνατη
- ✓ με $\Delta = 0$ η εξίσωση έχει 1 διπλή

λύση $x = -\frac{\beta}{2\alpha}$

- ✓ με $\Delta > 0$ η εξίσωση έχει 2 λύσεις

τις $\frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$

- ✓ Αν κάποιος από τους α, β, γ είναι 0 τότε μπορούμε πιο εύκολα να τη λύσουμε χωρίς απαραίτητα να χρησιμοποιήσουμε τον γενικό τύπο

3) $x^2 + 4x - 5 = 0$ $\alpha=1, \beta=4, \gamma=-5$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 36 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2} = \begin{cases} x = -5 \\ x = 1 \end{cases}$$

4) Να λυθεί η εξίσωση όπως παραπάνω

$x^2 - 6x + 9 = 0$, $\alpha = \dots, \beta = \dots, \gamma = \dots, \Delta = \dots$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} \dots$$

• **Ερωτήσεις κατανόησης**

✓ **Σωστό- Λάθος**

Η εξίσωση $kx^2 + 3x + 2 = 0$ είναι 2ου βαθμού.....

Μια εξίσωση 2ου βαθμού να έχει περισσότερες από 2 λύσεις.....

Μία ρίζα έχει η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$, όταν $\beta^2 = 4\alpha\gamma$

Είναι οι αριθμοί 2 και 3 ρίζες της εξίσωσης $x^2 = 5x - 6$

Είναι οι αριθμοί 1 και 2 ρίζες της εξίσωσης $x^2 = -3x - 2$

Η εξίσωση $3x^2 = 2x - 4$ είναι 2ου βαθμού με $\alpha = 3, \beta = 2$ και $\gamma = -4$

✓ **Συμπλήρωσε τα κενά της παρακάτω πρότασης :**

Για να λύσουμε μια εξίσωση 2ου βαθμού $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ πρώτα υπολογίζουμε τη που είναι

Αν αυτή είναι, έχει δύο ρίζες που είναι $x_1 = \dots$ και $x_2 = \dots$

Αν αυτή είναι, έχει μία ρίζα που είναι $x = \dots$

Αν αυτή είναι, τότε η εξίσωση είναι

• **Παράδειγμα**

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2x + \frac{\kappa}{4} = 0$, 1) Να βρεθεί το κ ώστε να έχει μία διπλή ρίζα

$$\Delta = 0, \text{ Άρα } \Delta = 4 - 4 \cdot \frac{\kappa}{4} = 0, 4 - \kappa = 0, \kappa = 4$$

2) Για την τιμή του κ που βρήκατε ερώτημα να λύσετε την εξίσωση:

Με $\kappa = 4$ έχουμε την εξίσωση $x^2 - 2x + 1 = 0, \Delta = 0, x = -\frac{\beta}{2\alpha} = -\frac{-2}{2} = 1$ διπλή ρίζα

Ασκήσεις 1,2,3 του βιβλίου