

**ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ-ΑΣΚΗΣΕΙΣ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

**A.** Να λύσετε την εξίσωση  $x^2 - 3x - 4 = 0$  και κατόπιν να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο  $x^2 - 3x - 4$ .

**B.** Να απλοποιήσετε το κλάσμα  $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1}$ .

**Γ.** Να υπολογίσετε την παράσταση:

$$K = \left( \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1} + \frac{2x + 1}{x - 1} \right) + 2011$$

1.

Δίνονται τα πολυώνυμα:

$$A(x) = x^2 + 2x \quad \text{και} \quad B(x) = 2x + 4$$

**A.** Να βρείτε το πολυώνυμο:

$$P(x) = [A(x) - B(x)] \cdot B(x)$$

**B.** Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$K = \frac{\sqrt{P(2)}}{3} + 2014$$

2.

**A.** Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$$

**B.** Αν η λύση  $(x, y)$  του παραπάνω συστήματος επαληθεύει την σχέση:

$$(a + \beta)x - (a - \beta)y = axy,$$

3.

όπου  $a, \beta$  είναι πραγματικοί αριθμοί, να αποδείξετε ότι  $a = \beta$

Δίνονται οι εξισώσεις:  $a \cdot x - y = 8$  ( $\varepsilon_1$ ) και  $3 \cdot x + 4 \cdot y = 12$  ( $\varepsilon_2$ )

**A.** Αν το σημείο  $A(1, -6)$  ανήκει στην ( $\varepsilon_1$ ), να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός  $a$ .

**B.** Για  $a = 2$

**i.** Οι ( $\varepsilon_1$ ) και ( $\varepsilon_2$ ) είναι τι παριστάνουν;

**ii.** Να βρείτε τα σημεία τομής των ( $\varepsilon_1$ ) και ( $\varepsilon_2$ ).

**iii.** Να βρείτε τα σημεία τομής της ( $\varepsilon_1$ ) με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ .

4.

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$\begin{aligned} \alpha &= x + 3 + 3x^2 - 2x - 2x^2 - 2 \\ \beta &= (x - 4) \cdot (x + 4) - x \cdot (x - 6) \\ \gamma &= (x - 1)^2 - 1 \end{aligned}$$

**A. α.** Να κάνετε τις πράξεις και τις αναγωγές ομοίων όρων στις παραστάσεις  $\alpha$  και  $\beta$ .

**β.** Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση  $\gamma$ .

5.

- A. α.** Να βρείτε την τιμή του  $\alpha$ , έτσι ώστε τα μονώνυμα:  $(\alpha + 2) \cdot x^2 \cdot y^2$  και  $5 \cdot x^2 \cdot y^2$  να είναι ίσα.
- β.** Να βρείτε την τιμή του  $\beta$ , έτσι ώστε ο βαθμός του μονωνύμου:  $7 \cdot x \cdot y^3 \cdot \omega^{\beta+4}$  ως προς όλες τις μεταβλητές του να είναι **10**.
- B.** Να λύσετε με όποια αλγεβρική μέθοδο θέλετε το παρακάτω γραμμικό σύστημα (όπου  $\alpha$  και  $\beta$  οι τιμές που βρήκατε στο ερώτημα A)

$$\begin{cases} \frac{x+\alpha}{2} - 2 \cdot y = -1 \\ \beta \cdot x + 3 \cdot y = 12 \end{cases}$$

Στο παραπάνω σχήμα τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $\Delta E\Gamma$  είναι ορθογώνια με  $\hat{A} = 90^\circ$  και  $\hat{\Delta} = 90^\circ$  αντίστοιχα,  $\hat{\Gamma}B = 37^\circ$ ,  $AZ \perp B\Gamma$  και  $\Delta\Gamma = \Gamma Z$ .

- A.** Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AZ\Gamma$  και  $E\Delta\Gamma$  είναι ίσα και στη συνέχεια να συμπληρώσετε τις ισότητες:  $\Delta E = \dots\dots\dots$  και  $E\Gamma = \dots\dots\dots$
- B.** Αφού υπολογίσετε τις γωνίες  $\hat{E}$  και  $\hat{B}$ , να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AZB$  και  $\Gamma\Delta E$  είναι όμοια.
- Γ.** Αν  $AZ = 6\text{cm}$  και  $\Delta\Gamma = 8\text{cm}$ , να συμπληρώσετε τους λόγους  $\frac{AZ}{\dots} = \frac{BZ}{\dots} = \frac{AB}{\dots}$  και να υπολογίσετε το μήκος του  $BZ$ .

7.

Δίνεται το πολυώνυμο :

$$A(x) = (2x+3)^2 - (x+2)(x-2) - 17x - 11$$

- A.** Να αποδείξετε ότι  $A(x) = 3x^2 - 5x + 2$  .
- B.** Να λύσετε την εξίσωση  $A(x) = 0$  .
- Γ.** Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο  $A(x)$  .

8.

**Δ.** Να απλοποιήσετε την παράσταση  $\frac{A(x)}{3x^2 - 3}$

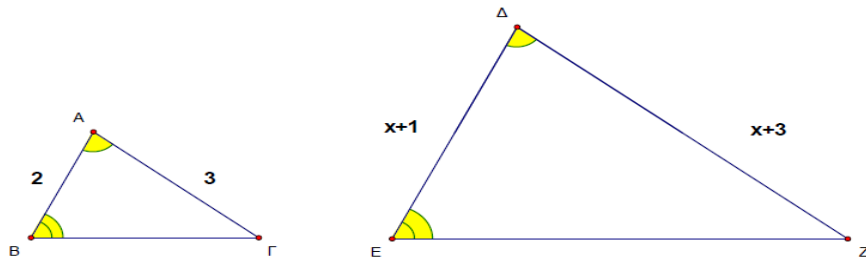
Να λύσετε τα επόμενα συστήματα:

$$\text{A. } \begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{y-2}{3} = 1 \\ 2x+5y = -3 \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x+y = 5 \\ 2x-y = 1 \end{cases}$$

9.

Στα επόμενα τρίγωνα είναι:

$$\hat{A} = \hat{\Delta}, \hat{B} = \hat{E}, AB = 2, A\Gamma = 3, \Delta E = x+1 \text{ και } \Delta Z = x+3$$



- A.** Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $\Delta EZ$  είναι όμοια.  
**B.** Να γράψετε τους ίσους λόγους των πλευρών που προκύπτουν από την ομοιότητα των δύο τριγώνων και να υπολογίσετε το  $x$ .  
**Γ.** Να αποδείξετε ότι ο λόγος ομοιότητας  $\lambda$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  ως προς το τρίγωνο  $\Delta EZ$

$$\text{είναι ίσος με } \frac{1}{2}.$$

10. **A.** Αν  $(AB\Gamma) = 5 \text{ cm}^2$ , να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου  $\Delta EZ$ .

$$\text{Αν } \eta\mu x = \frac{3}{4} \text{ με } 90^\circ < x < 180^\circ$$

- A.** Να υπολογίσετε το  $\sigma\upsilon\nu x$  και την  $\epsilon\varphi x$   
**B.** Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$\eta\mu(180^\circ - x), \sigma\upsilon\nu(180^\circ - x) \text{ και } \epsilon\varphi(180^\circ - x)$$

- Γ.** Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$11. \quad A = 4\eta\mu(180^\circ - x) - 8\sigma\upsilon\nu(180^\circ - x) + 14\epsilon\varphi(180^\circ - x)$$

Δίνεται γωνία  $\omega$ , με  $0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$ , για την οποία ισχύει  $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{3}{5}$

- A.** Να εξετάσετε αν η γωνία  $\omega$  είναι οξεία ή αμβλεία.  
**B.** Να υπολογίσετε το  $\eta\mu\omega$  και την  $\epsilon\varphi\omega$ .  
 12. **Γ.** Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς  $\eta\mu(180^\circ - \omega)$  και  $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)$   
**A.** Να λύσετε την εξίσωση:

$$(3x+1)^2 + x(x-5) = 4$$

- B.** Αν η μια από την λύση της παραπάνω εξίσωσης είναι το συνημίτονο της αμβλείας γωνίας  $\omega$ , να βρείτε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς ( $\eta\mu\omega$ ,  $\epsilon\varphi\omega$ ) της αμβλείας γωνίας  $\omega$ .  
 13. **A.** Να λυθεί το σύστημα:

$$\begin{aligned} 3\alpha - 2\beta &= 36 \\ \alpha + 3\beta &= -10 \end{aligned}$$

και να δείξετε ότι  $\alpha = 8$  και  $\beta = -6$

- B.** Αν  $\alpha$  και  $\beta$  οι αριθμοί που προέκυψαν από το ερώτημα (A) και  $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\beta}{\alpha}$ , με  $\omega$  αμβλεία γωνία, να υπολογίσετε το  $\eta\mu\omega$  και την  $\epsilon\varphi\omega$ .  
**Γ.** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$14. \quad A = (\eta\mu\omega - \sigma\upsilon\nu\omega)^2 + (\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega)^2$$