<u>Εικοστή Δεύτερη Εργασία</u>

Δευτέρα 25 Μαΐου 2020

Καλημέρα!!!!!!!!!

Γεια σας παιδιά!!!
Ξεκινάμε και σήμερα γράφοντας στο τετράδιο-ημερολόγιό μας την ημερομηνία, ζωγραφίζουμε την φατσούλα μας, συμπληρώνουμε το ημερολόγιο της ευγνωμοσύνης (δεν ξεχνάμε τις συνήθειές μας)

<u>1^{η} Δραστηριότητα</u>

Συνεχίζουμε και σήμερα παιδιά να εκμεταλλευόμαστε τα μαθήματα της εκπαιδευτικής τηλεόρασης που προβάλλονται καθημερινά από την ΕΤ2.

Ξεκινώντας λοιπόν το σημερινό μας μάθημα πατήστε στον παρακάτω σύνδεσμο...

https://webtv.ert.gr/mathainoume-sto-spiti/e-st-taxi-mathimatika-klasmata-pollaplasiasmos-diairesi/

Ε-ΣΤ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ **Μαθηματικά: Κλάσματα: Πολλαπλασιασμός - Διαίρεση**

Αφού παρακολουθήσετε το μάθημα περάστε στη λύση των ασκήσεων στο τετράδιό σας **<u>ΟΧΙ</u>** σε φωτοτυπία....

Αν κάτι σας δυσκολέψει να διαβάσετε τα μαθήματα του βιβλίου <u>*19. Πολλαπλασιασμός φυσικού αριθμού ή κλάσματος με κλάσμα – Αντίστροφοι αριθμοί*</u> *και* <u>*20. Διαίρεση κλασμάτων*</u> στις σελίδες 51-54.

Ακόμη καλό θα ήταν να κοιτάξετε και το φυλλάδιο για τα Κλάσματα που σας έχουμε δώσει.

<u>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ</u>

Αντιγράψτε και απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις στο τετράδιό σας:

1. Να υπολογίσετε τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς κάνοντας απλοποιήσεις όπου χρειάζεται..

$\frac{1}{4} \text{ x } \frac{2}{6} =$ $\qquad$ $\frac{1}{12} \text{ x } \frac{6}{4} =$

$\frac{7}{10} \text{ x } \frac{3}{9} =$ $\qquad$ $3\frac{3}{4} \text{ x } 1\frac{1}{5} =$

$5 \text{ x } \frac{3}{9} =$ $\qquad$ $2\frac{3}{4} \text{ x } 4 =$

2. Συμπληρώστε τα κλάσματα ώστε να ισχύουν οι ισότητες. Πώς λέγονται αυτοί οι αριθμοί;

$\frac{4}{12} \text{ x } \_\_\_ = 1$ $\qquad$ $\frac{1}{6} \text{ x } \_\_\_ = 1$

$\_\_\_ \text{ x } \frac{1}{4} = 1$ $\qquad$ $7 \text{ x } \_\_\_ = 1$

……………. αριθμοί

3. Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαιρέσεις.

$\frac{3}{7} : \frac{6}{8} =$

$\frac{4}{9} : \frac{2}{5} =$

$\frac{7}{9} : \frac{3}{4} =$

$5\frac{2}{6} : 3\frac{4}{9} =$

$8 : \frac{4}{5} =$

$3\frac{3}{4} : 6 =$

<u>Προβλήματα</u>

Αντίγραψε και λύσε στο τετράδιό σου τα παρακάτω προβλήματα:

1. Ο κ. Δημήτρης αγόρασε $3\frac{1}{2}$ κιλά πατάτες που κόστιζαν $2\frac{2}{7}$ του € το ένα κιλό και $5\frac{1}{3}$ κιλά μήλα που κόστιζαν $1\frac{2}{4}$ του € το ένα κιλό. Πόσα χρήματα πλήρωσε συνολικά;

<u>Λύση</u>

Απάντηση : ____

2. Ο κύριος Πέτρος αποφάσισε να φυτέψει δέντρα στην περίμετρο του κήπου του σπιτιού του. Αν ο κήπος έχει περίμετρο 70μ. και τα δέντρα θα φυτευτούν με απόσταση $1\frac{3}{4}$ μ. μεταξύ τους, να βρείτε πόσα θα είναι τα δέντρα.

<u>Λύση</u>

Απάντηση : ____

3. Η κ. Άννα από μία ολόκληρη σοκολάτα έφαγε τα $\frac{2}{6}$ και την υπόλοιπη τη μοίρασε στα 2 εγγόνια της. Πόσο μέρος ολόκληρης της σοκολάτας πήρε το κάθε παιδί;

<u>Λύση</u>

Απάντηση : ____

(παρακάτω υπάρχουν οι σελίδες του βιβλίου και του φυλλαδίου μας που θα χρειαστείτε)

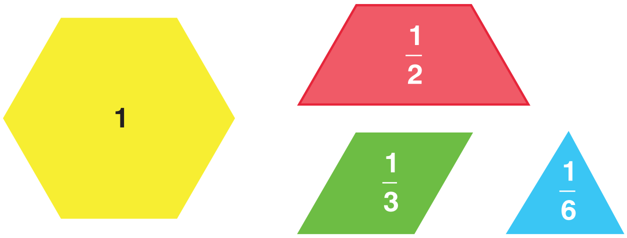
Διερεύνηση

1. Κάθε ξύλινο ράφι της βιβλιοθήκης της τάξης έχει μήκος $\frac{2}{3}$ μ.

Πόσα μέτρα ξύλου θα χρειαστεί, για να αντικατασταθούν 3 ράφια;

2. Χρησιμοποιούμε τα γεωμετρικά σχήματα του παραρτήματος, για να βρούμε τα παρακάτω γινόμενα, αν το εξάγωνο είναι η ακέραιη μονάδα.

α.	$3 \times \frac{1}{2} =$	$4 \times \frac{1}{2} =$
β.	$2 \times \frac{1}{6} =$	$\frac{1}{6} \times 2 =$
γ.	$6 \times \frac{1}{6} =$	$3 \times \frac{1}{3} =$



εξάγωνο

Τι παρατηρούμε σε κάθε περίπτωση στα παραπάνω γινόμενα;

3. Τα $\frac{2}{3}$ ενός οικοπέδου είναι κήπος. Στο $\frac{1}{5}$ του κήπου αυτού φυτέψαμε λουλούδια.

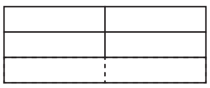
Τι μέρος του οικοπέδου καλύπτεται από λουλούδια;

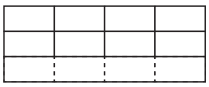
Πρέπει να βρούμε το $\frac{1}{5}$ των $\frac{2}{3}$ του κήπου, δηλαδή το $\frac{1}{5} \times \frac{2}{3}$.

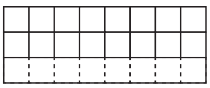
Σχεδιάζουμε στο παραπάνω σχήμα και υπολογίζουμε:

4. Βρίσκουμε τα γινόμενα με τη βοήθεια των μοντέλων αναπαράστασης.

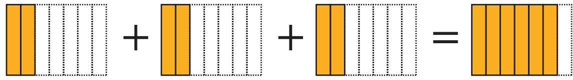
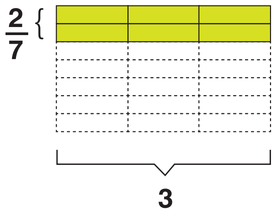
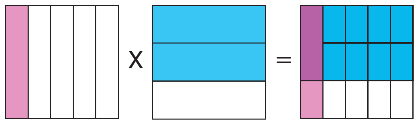
α.  $1 \times \frac{2}{3} = \frac{\square}{\square}$

β.  $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{\square}{\square}$

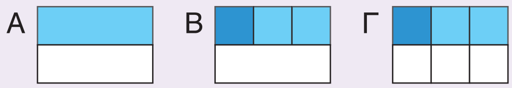
γ.  $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{\square}{\square}$

δ.  $\frac{1}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{\square}{\square}$

Τι θα συμβεί, αν πολλαπλασιάσουμε το κλάσμα με ακόμα μικρότερες κλασματικές μονάδες;

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Στον πολλαπλασιασμό ενός **φυσικού αριθμού** με ένα κλάσμα, ο φυσικός αριθμός μάς δείχνει πόσες φορές προσθέτω το κλάσμα με τον εαυτό του. Στον πολλαπλασιασμό, αν αλλάξουμε τη σειρά των παραγόντων, το γινόμενο παραμένει το ίδιο.	 $3 \times \frac{2}{7} = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{7} = \frac{6}{7}$
Το **γινόμενο φυσικού αριθμού με κλάσμα** ή κλάσματος με φυσικό αριθμό είναι ένα κλάσμα που έχει αριθμητή το γινόμενο του αριθμητή με τον φυσικό αριθμό και παρονομαστή τον παρονομαστή του κλάσματος.	 $\frac{2}{7} \times 3 = 3 \times \frac{2}{7}$
Όταν ζητάμε ένα **μέρος ενός αριθμού, φυσικού ή κλασματικού**, κάνουμε **πολλαπλασιασμό**.	
Το **γινόμενο δυο κλασμάτων** είναι ένα κλάσμα που έχει αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών.	$\frac{1}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$ Βρίσκουμε το $\frac{1}{5}$ του $\frac{2}{3}$.
Αντίστροφοι αριθμοί λέγονται δυο αριθμοί που το γινόμενό τους είναι 1.	$\frac{1}{5} \times 5 = \frac{1}{5} \times \frac{5}{1} = \frac{5}{5} = 1$, $\frac{7}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{35}{35} = 1$

Εφαρμογή



1. **Να βρείτε το $\frac{1}{3}$ από το $\frac{1}{2}$ μιας σοκολάτας.**

α΄ τρόπος: α. Αναπαριστάνουμε τη σοκολάτα με ένα ορθογώνιο. Χρωματίζουμε το $\frac{1}{2}$. β. Χωρίζουμε το $\frac{1}{2}$ σε 3 ίσα μέρη και από αυτά χρωματίζουμε το 1. γ. Χωρίζουμε όμοια και το υπόλοιπο ορθογώνιο. Παρατηρούμε ότι το $\frac{1}{3}$ του $\frac{1}{2}$ του ορθογωνίου είναι το $\frac{1}{6}$ του ορθογωνίου.

β΄ τρόπος: Βρίσκουμε το $\frac{1}{3}$ του $\frac{1}{2}$ με πολλαπλασιασμό: $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$

2. **Να βρείτε το γινόμενο $2 \times 1\frac{1}{4}$.**

α΄ τρόπος: $2 \times 1\frac{1}{4} = 2 \times (1 + \frac{1}{4}) = (2 \times 1) + (2 \times \frac{1}{4}) = 2 + \frac{2}{4} = 2\frac{2}{4}$

β΄ τρόπος: μετατροπή μεικτού σε κλάσμα μεγαλύτερο της μονάδας : $2 \times 1\frac{1}{4} = 2 \times \frac{5}{4} = \frac{10}{4} = 2\frac{2}{4}$

Αναστοχασμός

1. Το γινόμενο $\frac{5}{6} \times \frac{1}{2}$ είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο από το $\frac{1}{2}$;
2. Τι θα προτιμούσαμε; Τα $\frac{3}{4}$ της μισής πίτσας ή το $\frac{1}{2}$ των $\frac{3}{4}$ της ίδιας πίτσας;
3. Όταν πολλαπλασιάζουμε δυο κλάσματα μικρότερα από το 1, το γινόμενό τους είναι μικρότερο ή μεγαλύτερο από το καθένα κλάσμα; Δίνουμε ένα παράδειγμα.

Διερεύνηση

Οι μαθητές και οι μαθήτριες της Ε΄ τάξης φτιάχνουν στο μάθημα των εικαστικών αφίσες και προσκλήσεις για τις εκδηλώσεις τους.

α. Τα κορίτσια φτιάχνουν προσκλήσεις με τα $\frac{2}{3}$ του χαρτονιού. Για καθεμιά χρησιμοποιούν το $\frac{1}{6}$ του χαρτονιού. Πόσες προσκλήσεις φτιάχνουν;

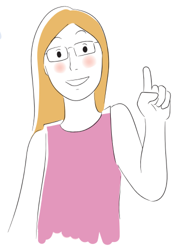
1. Βάζουμε ✔ στη μαθηματική πράξη που μας οδηγεί στο αποτέλεσμα:

$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6}$ $\square$ $\qquad \frac{1}{6} : \frac{2}{3}$ $\square$ $\qquad \frac{2}{3} : \frac{1}{6}$ $\square$

2. Χρωματίζουμε :

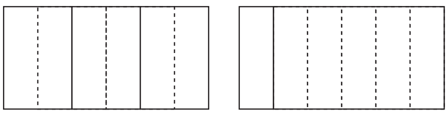
τα $\frac{2}{3}$ του χαρτονιού $\qquad$ το $\frac{1}{6}$ του χαρτονιού.

Πόσες φορές χωράει το $\frac{1}{6}$ στα $\frac{2}{3}$ της ακέραιης μονάδας;



3. Ξαναχρωματίζουμε, έτσι ώστε τα δύο κλάσματα να έχουν κοινούς παρονομαστές **(ομώνυμα)** και επαναδιατυπώνουμε την ερώτηση:

«Πόσες φορές χωράει ....»



Οι κοινοί παρονομαστές δείχνουν ότι έχουμε ίδιου μεγέθους μέρη (έκτα). Αρκεί, επομένως, να διαιρέσουμε μόνο τους αριθμητές.

Κάνουμε την πράξη: $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{4}{6} \div \frac{1}{6} = \square \div \square = \square$.

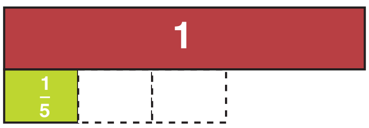
Άρα τα κορίτσια θα φτιάξουν .... προσκλήσεις.

β. Τα αγόρια έχουν 3 ίδια χαρτόνια για να φτιάξουν αφίσες. Για καθεμιά χρησιμοποιούν τα $\frac{3}{5}$ του χαρτονιού. Πόσες αφίσες φτιάχνουν;

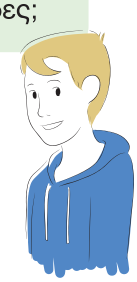
1. Βάζουμε ✔ στη μαθηματική πράξη που μας οδηγεί στο αποτέλεσμα:

$3 \cdot \frac{3}{5}$ $\square$ $\qquad 3 : \frac{3}{5}$ $\square$ $\qquad \frac{3}{5} : 3$ $\square$

2. Χρησιμοποιούμε τις ράβδους κλασμάτων:



Πόσες φορές χωράει το $\frac{3}{5}$ στις 3 ακέραιες μονάδες;



Κάνουμε την πράξη: $3 \div \frac{3}{5} = \frac{\quad}{5} \div \frac{3}{5} = \square \div \square = \square$.

Άρα τα αγόρια θα φτιάξουν .... αφίσες.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Για να διαιρέσουμε δυο **ομώνυμα κλάσματα**, διαιρούμε τους αριθμητές τους.	$\frac{3}{5} : \frac{4}{5} = 3 : 4 = \frac{3}{4}$, $\frac{6}{8} : \frac{3}{8} = 6 : 3 = 2$
Για να **διαιρέσουμε** δυο **ετερώνυμα κλάσματα**, τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα και έπειτα διαιρούμε τους αριθμητές τους.	$\frac{2}{3} : \frac{6}{5} = \frac{10}{15} : \frac{18}{15} = 10 : 18 = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$
Όταν σε μια διαίρεση οι αριθμοί είναι διαφορετικής μορφής, τους μετατρέπουμε όλους στην ίδια μορφή.	$2{,}5 : 3\frac{1}{2} = \frac{25}{10} : \frac{7}{2} = \frac{25}{10} : \frac{35}{10} = 25 : 35 = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$

Πρόσθετη μαθηματική ιδέα

Ένας άλλος τρόπος για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα είναι να αντιστρέψουμε τους όρους του δεύτερου κλάσματος και, αντί για διαίρεση, να κάνουμε πολλαπλασιασμό.

π.χ. $\frac{2}{3} : \frac{5}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$,

$6 : \frac{3}{4} = \frac{6}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{6 \times 4}{3} = \frac{24}{3} = 8$

Εξήγηση του κανόνα

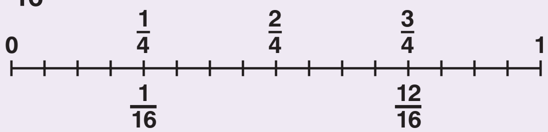
Ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις: Π.χ. Μοιράζω 6 μπαλόνια σε 3 παιδιά.
α. Κάνω διαίρεση: 6 : 3 = 2 μπαλόνια.
β. Κάνω πολλαπλασιασμό: Αφού τα παιδιά είναι 3, το καθένα θα πάρει το $\frac{1}{3}$ των μπαλονιών:
$6 \times \frac{1}{3} = \frac{6}{3} = 6 : 3 = 2$ μπαλόνια.
γ. Επομένως: $6 : 3 = 6 \times \frac{1}{3} = \frac{6}{3} = 6 : 3 = 2$

***Σημείωση:** Ο διαιρετέος μπορεί να είναι και κλάσμα.*

Εφαρμογή

Στη γιορτή της Δανάης οι καλεσμένοι μοιράστηκαν εξίσου τα $\frac{3}{4}$ ενός ταψιού με μουσακά. Πόσοι ήταν οι καλεσμένοι, αν κάθε κομμάτι μουσακά ήταν $\frac{1}{16}$ του ταψιού;

α΄ τρόπος: Με τη βοήθεια της αριθμογραμμής



Στην αριθμογραμμή, από το 0 έως το 1 αντιστοιχεί ολόκληρο το ταψί. Βρίσκουμε τα $\frac{3}{4}$. Χωρίζουμε την αριθμογραμμή σε ... ίσα μέρη και παίρνουμε τα .... . Κάθε κομμάτι είναι το $\frac{1}{16}$ του ταψιού, γι' αυτό ξαναχωρίζουμε την αριθμογραμμή σε ... ίσα μέρη. Μετράμε πόσες φορές χωράει το $\frac{1}{16}$ είναι στα $\frac{3}{4}$. Βρίσκουμε .... κομμάτια, άρα οι καλεσμένοι είναι 12.

β΄ τρόπος: Δημιουργία ομώνυμων κλασμάτων: $\frac{3}{4} : \frac{1}{16} = \frac{}{} : \frac{}{} =$ .... καλεσμένοι.

γ΄ τρόπος: Αντιστροφή του διαιρέτη και πολλαπλασιασμός: $\frac{3}{4} : \frac{1}{16} = \frac{3}{4} \times \frac{}{} = \frac{48}{} =$ .... καλεσμένοι

Αναστοχασμός

1. Μοιράζουμε το $\frac{1}{2}$ μιας σοκολάτας σε 4 παιδιά. Τι μέρος της σοκολάτας θα πάρει το κάθε παιδί;
2. Συζητάμε τους διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους μπορούμε να λύσουμε το πρόβλημα Δημιουργούμε μια αφίσα με τους τρόπους αυτούς.

Πολλαπλασιασμός κλασμάτων Αντίστροφοι αριθμοί

Πώς πολλαπλασιάζουμε τα κλάσματα ;

Για να πολλαπλασιάσω δύο κλάσματα μεταξύ τους, πολλαπλασιάζω πρώτα τους αριθμητές τους (και γράφω το γινόμενο ως νέο αριθμητή) κι έπειτα πολλαπλασιάζω τους παρονομαστές τους (και γράφω το γινόμενο ως νέο παρονομαστή)

$$\frac{2}{5} \text{ x } \frac{6}{8} = \frac{12}{40}$$

στον πολλαπλασιασμό δεν εξετάζουμε αν τα κλάσματα είναι ομώνυμα ή ετερώνυμα.

Πώς πολλαπλασιάζουμε ένα κλάσμα με ακέραιο, μεικτό ή δεκαδικό αριθμό ;

Πριν κάνουμε οποιαδήποτε πράξη φροντίζουμε να είναι όλοι οι αριθμοί στην ίδια μορφή (σε κλασματική μορφή).

Έτσι πρώτα μετατρέπουμε τον ακέραιο, το μεικτό ή το δεκαδικό σε κλάσμα και στη συνέχεια κάνουμε τον πολλαπλασιασμό όπως μάθαμε.

Παραδείγματα :

κλάσμα x *ακέραιο* $\frac{5}{7} \text{ x } 4 = \frac{5}{7} \text{ x } \frac{4}{1} = \frac{20}{7}$

κλάσμα x *μεικτό* $\frac{5}{7} \text{ x } 2\frac{4}{5} = \frac{5}{7} \text{ x } \frac{14}{5} = \frac{70}{35}$

κλάσμα x *δεκαδικό* $\frac{5}{7} \text{ x } 0{,}6 = \frac{5}{7} \text{ x } \frac{6}{10} = \frac{30}{70}$

Ποιους αριθμούς λέμε αντίστροφους ;

Αντίστροφους *λέμε δύο αριθμούς που, αν τους πολλαπλασιάσουμε μας δίνουν γινόμενο τη μονάδα (τον αριθμό 1).*

Ο αντίστροφος του $\frac{6}{7}$ είναι ο $\frac{7}{6}$ γιατί → $\frac{6}{7} \text{ x } \frac{7}{6} = \frac{42}{42} = 1$

Ο αντίστροφος του 5 είναι ο $\frac{1}{5}$ γιατί → $5 \text{ x } \frac{1}{5} = \frac{5}{1} \text{ x } \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1$

Για να βρούμε τον αντίστροφο ενός αριθμού :
α/ *Μετατραπούμε τον αριθμό σε κλασματική μορφή (αν δεν είναι ήδη).*
β/ Σε νέο κλάσμα γράφουμε ως αριθμητή, τον παρονομαστή του αρχικού και ως παρονομαστή, τον αριθμητή του αρχικού. Αυτό το νέο (ανάποδο) κλάσμα είναι ο αντίστροφος του αρχικού.

Αντίστροφος του $\frac{4}{5}$ *είναι ο* $\frac{5}{4}$ *γιατί*

$$\frac{4}{5} \quad \frac{5}{4}$$

$$\frac{4}{5} \text{ x } \frac{5}{4} = \frac{20}{20} = 1$$

Διαίρεση κλασμάτων

Πώς κάνουμε διαίρεση κλασμάτων ;

1. Όταν τα κλάσματα είναι ομώνυμα, απλά διαιρούμε μόνο τους αριθμητές και διαγράφουμε τον κοινό παρονομαστή.

   π.χ. $\frac{8}{4} : \frac{2}{4} = 4$

2. Όταν τα κλάσματα είναι ετερώνυμα ....

   α) Αν μετατρέπονται εύκολα σε ομώνυμα, τα μετατρέπω , διαιρώ μόνο τους αριθμητές και διαγράφω τους παρονομαστές.

   π.χ. $\frac{8}{10} : \frac{1}{5} = \frac{8}{10} : \frac{2}{10} = 4$

   β) Αν ο αριθμητής και ο παρονομαστής του πρώτου είναι πολλαπλάσια αντίστοιχων των αριθμητή και παρονομαστή του δεύτερου. Αν δηλαδή ο αριθμητής του πρώτου διαιρείται εύκολα με τον αριθμητή του δεύτερου και αν ο παρονομαστής του πρώτου διαιρείται εύκολα από τον παρονομαστή του δεύτερου.
   Τότε κάνουμε κατευθείαν τη διαίρεση αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.

   π.χ. $\frac{8}{9} : \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$

   γ) Όταν τα κλάσματα είναι ετερώνυμα και δεν γίνεται τίποτα από τα παραπάνω κάνουμε κάτι πολύ απλό, αντιστρέφουμε το δεύτερο κλάσμα και κάνουμε πολλαπλασιασμό.

   π.χ. $\frac{7}{9} : \frac{3}{5} = \frac{7}{9} \text{ x } \frac{5}{3} = \frac{35}{27}$

Για να διαιρέσουμε ένα κλάσμα με ακέραιο, μεικτό ή δεκαδικό αριθμό κάνουμε ότι και στον πολλαπλασιασμό. *Έτσι πρώτα μετατρέπουμε τον ακέραιο, το μεικτό ή το δεκαδικό σε κλάσμα και στη συνέχεια κάνουμε τη διαίρεση όπως μάθαμε.*

Παραδείγματα :

κλάσμα : ακέραιο $\frac{5}{7} : 4 = \frac{5}{7} : \frac{4}{1} = \frac{5}{7} \text{ x } \frac{4}{1} = \frac{20}{7}$

κλάσμα : μεικτό $\frac{5}{7} : 2\frac{4}{5} = \frac{5}{7} : \frac{14}{5} = \frac{5}{7} \text{ x } \frac{5}{14} = \frac{25}{98}$

κλάσμα : δεκαδικό $\frac{5}{7} : 0{,}6 = \frac{5}{7} : \frac{6}{10} = \frac{5}{7} \text{ x } \frac{10}{6} = \frac{50}{42}$