

Άσκηση: Δύο ακλόνητα σημειακά φορτία $q_1=+Q$ και $q_2=+4Q$ βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους.

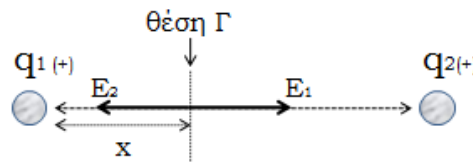
α) Σε ποιο σημείο της ευθείας που ενώνει τα δύο φορτία, η ένταση μηδενίζεται; Να βρεθεί το δυναμικό σε εκείνο το σημείο.

β) Σε ποιο σημείο της ευθείας που ενώνει τα δύο φορτία αν τοποθετήσουμε ένα σημειακό δοκιμαστικό φορτίο $+q$, αυτό θα ισορροπήσει;

γ) Σε ποιο σημείο της ευθείας που ενώνει τα δύο φορτία το δυναμικό μηδενίζεται;

Λύση:

α) Έστω στη θέση Γ η οποία βρίσκεται σε απόσταση x από το φορτίο q_1 μηδενίζεται η ένταση του πεδίου.



Για την E_1 που δημιουργεί το φορτίο q_1 έχουμε:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{x^2}$$

Για την E_2 που δημιουργεί το φορτίο q_2 έχουμε:

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{(r-x)^2}$$

Θέλουμε $E_r=0$, άρα:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{|q_1|}{x^2} = k \frac{|q_2|}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{Q}{x^2} = \frac{4Q}{(r-x)^2} \Rightarrow 4x^2 = (r-x)^2 \Rightarrow 2x = \pm(r-x)$$

Στην πρώτη περίπτωση:

$$2x = +(r-x) \Rightarrow 3x = r \Rightarrow x = \frac{r}{3}$$

Στη δεύτερη περίπτωση:

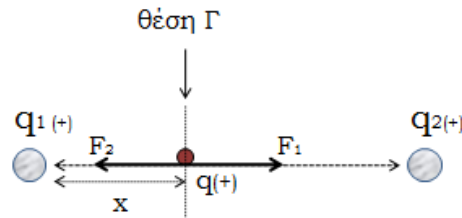
$$2x = -(r-x) \Rightarrow x = -r$$

Από το σχήμα παρατηρούμε ότι η ένταση μηδενίζεται σε σημείο που είναι ανάμεσα στα δύο φορτία, άρα η δεύτερη περίπτωση απορρίπτεται.

Στο ίδιο σημείο για το δυναμικό έχουμε:

$$V_{\Gamma} = V_1 + V_2 \Rightarrow V_{\Gamma} = k \frac{q_1}{x} + k \frac{q_2}{r-x}$$

β) Έστω στη θέση Γ η οποία βρίσκεται σε απόσταση x από το φορτίο q_1 μηδενίζεται η δύναμη που ασκείται στο δοκιμαστικό φορτίο q.



Για την F_1 που ασκείται στο φορτίο q από το q_1 έχουμε:

$$F_1 = k \frac{|q_1 \cdot q|}{x^2}$$

Για την F_2 που ασκείται στο φορτίο q από το q_2 έχουμε:

$$F_2 = k \frac{|q_2 \cdot q|}{(r-x)^2}$$

Θέλουμε $F_{\Gamma}=0$, άρα:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow k \frac{|q_1 \cdot q|}{x^2} = k \frac{|q_2 \cdot q|}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{Q \cdot q}{x^2} = \frac{4Q \cdot q}{(r-x)^2} \Rightarrow 4x^2 = (r-x)^2 \Rightarrow 2x = \pm(r-x)$$

Στην πρώτη περίπτωση:

$$2x = +(r-x) \Rightarrow 3x = r \Rightarrow x = \frac{r}{3}$$

Στη δεύτερη περίπτωση:

$$2x = -(r-x) \Rightarrow x = -r$$

Από το σχήμα παρατηρούμε ότι η δύναμη μηδενίζεται σε σημείο που είναι ανάμεσα στα δύο φορτία, άρα η δεύτερη περίπτωση απορρίπτεται.

γ) θέλουμε $V=0$. Έστω στη θέση y μηδενίζεται το δυναμικό.

$$V = 0 \Rightarrow V_1 + V_2 = 0 \Rightarrow k \frac{q_1}{y} = k \frac{q_2}{r-y} \Rightarrow \frac{Q}{y} = \frac{4Q}{r-y} \Rightarrow 4y = r-y \Rightarrow y = \frac{r}{3}$$

Άσκηση: Δύο ακλόνητα σημειακά φορτία $q_1=+Q$ και $q_2=-2Q$ βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους στις θέσεις Γ και Δ αντίστοιχα.

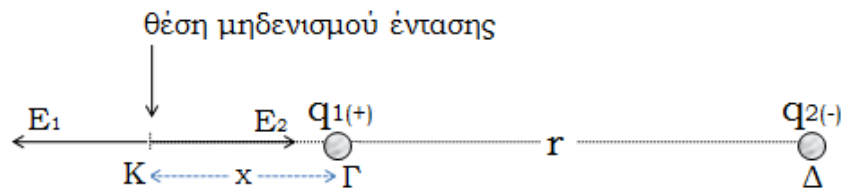
α) Σε ποιο σημείο της ευθείας που ενώνει τα δύο φορτία, η ένταση μηδενίζεται; Να βρεθεί το δυναμικό σε εκείνο το σημείο.

β) Να βρεθεί το έργο της δύναμης του πεδίου για να μετακινηθεί ένα δοκιμαστικό φορτίο q από τη θέση μηδενισμού της έντασης μέχρι τη θέση Δ

γ) Να βρεθεί το έργο της δύναμης του πεδίου για να μετακινηθεί το δοκιμαστικό φορτίο q από τη θέση μηδενισμού της έντασης μέχρι το άπειρο

Λύση:

α) Έστω στη θέση K η οποία βρίσκεται σε απόσταση x από το φορτίο q_1 μηδενίζεται η ένταση του πεδίου.



Για την E_1 που δημιουργεί το φορτίο q_1 έχουμε:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{x^2}$$

Για την E_2 που δημιουργεί το φορτίο q_2 έχουμε:

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{(r+x)^2}$$

Θέλουμε $E_T=0$, άρα:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{|q_1|}{x^2} = k \frac{|q_2|}{(r+x)^2} \Rightarrow \frac{Q}{x^2} = \frac{2Q}{(r+x)^2} \Rightarrow 2x^2 = (r+x)^2 \Rightarrow \sqrt{2}x = \pm(r+x)$$

Στην πρώτη περίπτωση:

$$\sqrt{2}x = +(r+x) \Rightarrow (\sqrt{2}-1) \cdot x = r \Rightarrow x = \frac{r}{\sqrt{2}-1}$$

Στη δεύτερη περίπτωση:

$$\sqrt{2}x = -(r+x) \Rightarrow (\sqrt{2}+1) \cdot x = -r \Rightarrow x = -\frac{r}{\sqrt{2}+1}$$

Από το σχήμα παρατηρούμε ότι η ένταση μηδενίζεται σε σημείο που είναι αριστερά από το φορτίο q_1 , άρα η πρώτη περίπτωση απορρίπτεται.

Στο ίδιο σημείο για το δυναμικό έχουμε:

$$V_K = V_1 + V_2 \Rightarrow V_K = k \frac{q_1}{x} + k \frac{q_2}{r+x}$$

$$\beta) W_{K \rightarrow \Delta} = U_K - U_{\Delta} = (V_K - V_{\Delta}) \cdot q$$

Για το δυναμικό στο σημείο Δ έχουμε:

$$V_{\Delta} = V_1 + V_2 \Rightarrow V_{\Delta} = k \frac{q_1}{r} + 0$$

Το δυναμικό στη θέση K το υπολογίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα, άρα αντικαθιστώντας βρίσκουμε το έργο της δύναμης του πεδίου για μετακίνηση του φορτίου q από τη θέση K στη θέση Δ

γ) Για τη μετακίνηση του φορτίου από τη θέση Γ στο άπειρο, έχουμε:

$$W_{K \rightarrow \infty} = U_K - U_{\infty} = V_K \cdot q$$

Το δυναμικό στη θέση K το υπολογίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα, άρα αντικαθιστώντας βρίσκουμε το έργο της δύναμης του πεδίου για μετακίνηση του φορτίου q από τη θέση K στο άπειρο