

**ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗ
ΕΡΓΑΣΙΑ**

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΤΕΧΝΗ

ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ: ΜΑΡΓΕΤΗ ΙΩΑΝΝΑ

ΤΑΞΗ Α΄ ΣΧ.ΕΤΟΣ: 2015-2016

Η παρούσα εργασία δημιουργήθηκε στα πλαίσια του μαθήματος «Ερευνητική Δραστηριότητα» από τους μαθητές της Α΄ Λύκειου του 1^{ου} ΓΕΛ ΘΗΒΑΣ το σχολικό έτος 2015-2016.

Οι μαθητές εργάστηκαν σε ομάδες:

Ομάδα α)

Σπύρος Μπούτσικος,

Ευγενία Τσάτσις,

Ανδρέας Ξύδης,

Ντανιέλα Χολντάσι,

Γιώργος Χασάπης,

Παναγιώτα Φρατζή

Ομάδα β)

Κωνσταντίνος Μακρής

Δημήτρης Λαζάρου

Ιάσοντας Κούλης

Νικηφόρος Κούλης

Ομάδα γ)

Βασιλική Χρήστου

Ευαγγελία Νιάρου

Βαγγέλης Παπαναστασίου

Θανάσης Ρενδούμης

Παναγιώτα Κλουκίνα

Δημήτρης Γιαννιτσάκης

Ομάδα δ)

Μελισσάρης Μελέτης

Νικολετάτος Τάσος

Κέντζη Σωτηρία

ΠΡΟΛΟΓΟΣ-ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα μαθηματικά είναι μια επιστήμη μέσα στην οποία αντανακλώνται πραγματικές υπαρκτές σχέσεις. Τα μαθηματικά δεν είναι σύστημα υλικών μέσων αλλά εκφράζονται γλωσσικά μέσω αυτών, δηλαδή μέσω των συμβόλων (αριθμοί, σχήματα, στερεά κτλ.) Η έκφραση αυτή οδηγεί στο λογικό σχήμα: υπόθεση-απόδειξη - συμπεράσμα. Υπό αυτήν την έννοια μπορούμε να θεωρήσουμε τα μαθηματικά ως μια ιδιάζουσα γλώσσα επικοινωνίας που γεννήθηκε από μια λεκτική γλώσσα και είναι τελικά μεταφράσιμη σε αυτήν.

Από την άλλη, ο καλλιτέχνης προσπαθεί να δημιουργήσει έργα στα οποία να εκφράζει σκέψεις, ιδέες και συναισθήματα χρησιμοποιώντας το εικαστικό αλφάβητο που είναι τα εικαστικά στοιχεία (το σημείο, η γραμμή, το σχήμα, η μορφή, το χρώμα, το φως, ο τόνος, η υφή και το διάστημα) και οι αρχές του design (η σύνθεση, το θέμα, ο χώρος, ο χρόνος, η επανάληψη και το ύφος). *Βλέπουμε, λοιπόν, ότι τα μαθηματικά και οι εικαστικές τέχνες χρησιμοποιούν ορισμένα κοινά υλικά προκειμένου να προβούν σε εκφραστικά λεκτικά σχήματα όπως είναι: το σημείο, η γραμμή, το σχήμα, η μορφή, το διάστημα (εικαστικά στοιχεία), η επανάληψη, ο χώρος και ο χρόνος.*

Τα μαθηματικά και η τέχνη γενικότερα μολονότι, φαινομενικά τουλάχιστον, αποτελούν δυο ξεχωριστά διακριτά πεδία της ανθρώπινης δραστηριότητας, εντούτοις είναι δυνατόν να συνδυαστούν και να δώσουν δημιουργίες οι οποίες αποτελούν αξιοθαύμαστο μείγμα εντυπωσιακής πολυπλοκότητας και εκπληκτικής ομορφιάς. Ιστορικά, τα μαθηματικά, μολονότι θεωρούνται κυρίως λογική αναλυτική επιστήμη, έχουν παίξει σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη της τέχνης, η οποία απευθύνεται κυρίως στο συναίσθημα. Δυο αιώνες πριν οι αρχαίοι Έλληνες επεξεργαστούν τις αφηρημένες γεωμετρικές ιδέες, και θεμελιώσουν επιστημονικά τη γεωμετρία, οι Αιγύπτιοι, τους

οποίους απασχολούσαν ελάχιστα τα θεωρητικά ζητήματα, χρησιμοποιούσαν τα εργαλεία τους προκειμένου να σχεδιάσουν και οικοδομήσουν τους έξοχους ναούς και τα εκπληκτικά μνημεία τους. Για τους Αιγυπτίους η γεωμετρία ήταν ένα σύνολο εμπειρικών γνώσεων κατάλληλων για τους εξερευνητές της γης, τους καλλιτέχνες, τους αρχιτέκτονες, τους μηχανικούς και τους γλύπτες. Αποτελούσε πρωτίστως ένα εργαλείο που τους προσέφερε την δυνατότητα να εκτελούν πρακτικές και καλλιτεχνικές εργασίες.

Τα μαθηματικά από τότε μέχρι και σήμερα εξακολουθούν να παίζουν ένα σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη των διαφόρων μορφών της τέχνης. Σε όλες τις εποχές αναδείχθηκαν εξέχουσες μορφές της τέχνης, οι οποίες χρησιμοποίησαν τα μαθηματικά ως το βασικό συστατικό της τέχνης τους. Είναι προφανές ότι δεν είναι δυνατόν να υπάρξουν κανόνες ή όρια σχετικά με τα θέματα ή τις ιδέες της μαθηματικής τέχνης. Υπάρχουν όμως κάποια θέματα τα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί περισσότερο και δείχνουν ότι έχουν κερδίσει την προτίμηση ορισμένων καλλιτεχνών. Μεταξύ αυτών είναι τα πολυέδρα, τα ψηφιδωτά, τα ανέφικτα σχήματα, οι ταινίες Möbius και τα fractals.

Ο Ευκλείδης (300 π.χ.) στο 13 ο βιβλίο των «Στοιχείων» του απέδειξε ότι υπάρχουν ακριβώς πέντε τύποι κανονικών πολυέδρων: το τετράεδρο, το οκτάεδρο, ο κύβος, το δωδεκάεδρο και το εικοσάεδρο. Ο Πλάτωνας (427-348 π.χ.) έτρεφε ένα τόσο μεγάλο θαυμασμό απέναντι σ αυτά τα σχήματα ώστε τα χρησιμοποίησε στο κοσμολογικό του σύστημα προκειμένου να απεικονίσει τα τέσσερα βασικά στοιχεία του σύμπαντος τη γη, τον αέρα, τη φωτιά και το νερό. Τα «Πλατωνικά στερεά», όπως είναι γνωστά τα κανονικά αυτά πολυέδρα, έχουν χρησιμοποιηθεί κατά καιρούς σε πολλά και διάφορα έργα τέχνης ως διακοσμητικά στοιχεία. Ο Leonardo da Vinci (1402-1519) είναι γνωστός για τα επιτεύγματά του τόσο στις επιστήμες όσο και στις καλές τέχνες. Στα έργα του χρησιμοποίησε παραστατική γεωμετρία προκειμένου να δημιουργήσει τα πρώτα παραμορφωμένα πλέγματα, τα οποία όταν ειδωθούν από κάποια συγκεκριμένη

γωνία εμφανίζονται κανονικά. Ο Johannes Kepler (1571-1630) επίσης πέρα από τη αστρονομία είχε μεγάλο ενδιαφέρον για τη δημιουργία γεωμετρικών ψηφιδωτών. Όταν όμως αναφερόμαστε στον όρο «μαθηματική τέχνη» ο νους μας πηγαίνει κυρίως στον Ολλανδό καλλιτέχνη Maurits Escher (1898-1972), ο οποίος δικαίως θεωρείται ο πατέρας αυτού του είδους της τέχνης. Η εργασία του αποτελεί μια αστείρευτη πηγή έμπνευσης για πολλούς σύγχρονους σημαντικούς καλλιτέχνες. Οι λιθογραφίες, οι ξυλογλυφίες και οι χαλκογραφίες του βρίσκονται κρεμασμένες στα σπίτια μαθηματικών και επιστημόνων σ' όλο τον κόσμο.

Πολλά έργα του έχουν ως βάση κάποια μαθηματικά θέματα που έχουν κατά καιρούς αναλυθεί σε βιβλία ψυχαγωγικών μαθηματικών, όπως αυτά του Martin Gardner. Ο Escher είναι περισσότερο γνωστός στους κρυσταλλογράφους για την πετυχημένη ψηφιδωτή τεχνική με την οποία χωρίζει το επίπεδο. Χωρίζοντας το επίπεδο με κυματιστές σειρές πουλιών, ψαριών, ερπετών, θηλαστικών και ανθρώπων κατάφερε να δημιουργήσει μεγάλη ποικιλία καταπληκτικών όσο και απροσδόκητων εικόνων, οι οποίες βασίζονται σε νόμους της συμμετρίας, της θεωρίας συνόλων, της προοπτικής, της τοπολογίας και της κρυσταλλογραφίας.

Ο Salvador Dalí (1904-1989) ήταν ένας άλλος διάσημος Ισπανός σουρεαλιστής ζωγράφος, ο οποίος χρησιμοποίησε στους πίνακές του σχέδια με έντονα γεωμετρικά-τοπολογικά στοιχεία. Ο Dalí απεικόνισε σε πολλά έργα του τον τετραδιάστατο χώρο στο χώρο των δύο διαστάσεων. Για παράδειγμα, στο έργο «Σε αναζήτηση της τέταρτης διάστασης», υπάρχουν στοιχεία τοπολογίας και τετραδιάστατης γεωμετρίας, έτσι που ο πίνακας φαίνεται να κινείται γύρω από μια υπερσφαίρα.

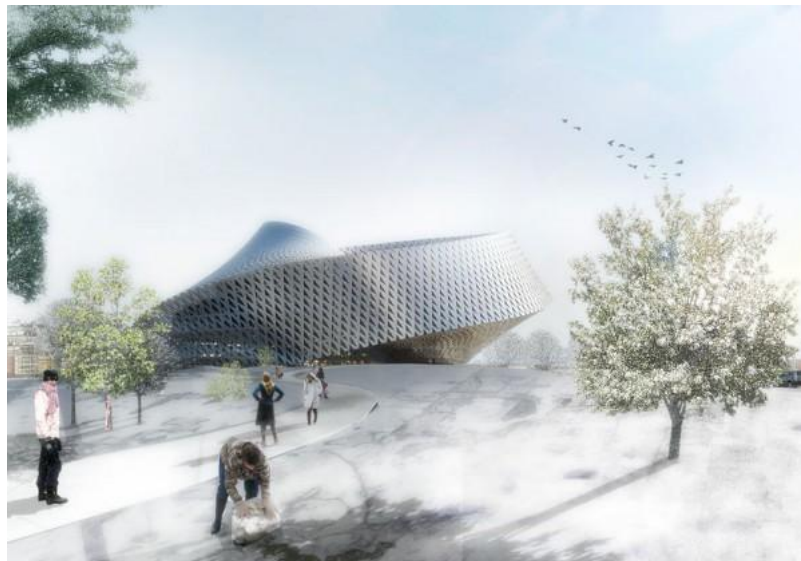
Στα τέλη του 19ου αιώνα αρχές του 20ου, μια ομάδα μαθηματικών με επικεφαλής τους Peano, Hilbert, Cesaro, Koch και Sierprinski, μεταξύ άλλων, διαμόρφωσαν μια νέα οικογένεια καμπύλων με αλλοπρόσαλλες μαθηματικές ιδιότητες, οι οποίες ξέφευγαν από κάθε άλλο προηγούμενο. Αντίθετα προς την παραδοσιακή γεωμετρία που βασιζόταν στα τρίγωνα, τα τετράγωνα, τους κύκλους, τις

ελλείψεις κλπ, αυτή η νέα γεωμετρία περιγράφει περιστρεφόμενες καμπύλες, σπινάλ και ίνες οι οποίες περιτυλίσσονται μεταξύ τους έτσι ώστε να δίνουν περίπλοκα σχήματα, οι λεπτομέρειες των οποίων να χάνονται στο άπειρο.

Το 1977, με τη βοήθεια ενός Computer, ο Γάλλο-Πολωνικής καταγωγής επιστήμονας Benoit Mandelbrot, κατόρθωσε να πάρει την πρώτη εικόνα αυτής της νέας γεωμετρίας, η οποία στη συνέχεια ονομάστηκε Φράκταλ γεωμετρία. Το 1980, η δημοσίευση του βιβλίου του με τίτλο «Η φράκταλ γεωμετρία στη φύση», έκανε δημοφιλή τη γεωμετρία αυτή και είχε ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ανάλογων εντυπωσιακών σχημάτων. Την τελευταία δεκαετία διαφαίνεται μια τάση για παραπέρα ανάπτυξη των αποκαλούμενων μαθηματικώς δημιουργούμενων σχημάτων και εικόνων, δηλαδή σχημάτων ή εικόνων που παράγονται από Η/Υ με την κατάλληλη εφαρμογή κάποιων μαθηματικών τύπων ή αλγορίθμων. Παράδειγμα τέτοιων σχημάτων με μεγάλη αισθητική απήχηση αποτελεί το σύνολο Mandelbrot, το οποίο προέρχεται από την επαναληπτική διαδικασία επανεισαγωγής των τιμών στη συνάρτηση, όπου το z είναι μιγαδική μεταβλητή που ξεκινάει από το 0 και το c ένας τυχαίος μιγαδικός σταθερός αριθμός που αντιπροσωπεύει το σημείο του επιπέδου που εξετάζεται. Όταν αναπαρασταθεί στην οθόνη ενός υπολογιστή το σύνολο αυτό, δίνει την εικόνα μιας καρδιάς με οίδημα.

Δεν υπάρχει πιστεύουμε αμφιβολία ότι οι εικόνες που δημιουργούνται με μαθηματικό τρόπο μπορεί να θεωρηθούν ως έργα τέχνης, όπως ακριβώς και οι εικόνες ή τα σχήματα που παράγονται με χρήση άλλων μεθόδων και μέσων, όπως λόγου χάρη τη φωτογραφική μηχανή. Με την έννοια αυτή τα μαθηματικά μετατρέπονται σε ένα επιπλέον μέσο εργαλείο του κόσμου της τέχνης. Ακριβώς, βέβαια, όπως όλες οι φωτογραφίες δεν αποτελούν τέχνη, το ίδιο και όλες οι μαθηματικές εικόνες δεν θα πρέπει να θεωρούνται έργα τέχνης. Ίσως οι καθοριστικές πλευρές που μπορεί να κρίνουν και σ αυτή την περίπτωση ένα έργο τέχνης είναι η πρόθεση του δημιουργού της εικόνας, ο βαθμός συμμετοχής του στην επεξεργασία της εικόνας και εάν το

περιεχόμενο της εικόνας έχει κάτι σημαντικό να πει. Τα έργα τέχνης πάντως που δημιουργούνται με μαθηματικό τρόπο και ιδιαίτερα με την βοήθεια της τεχνολογίας, διαφέρουν από άλλες μορφές τέχνης επειδή, από την φύση τους, ενθαρρύνουν μια επικοινωνία και καλλιεργούν μια γόνιμη διασταύρωση μεταξύ τέχνης και επιστήμης. Το βασίλειο της μαθηματικής τέχνης σήμερα είναι πολύ πιο ευρύ και ποικίλο από ότι πιστεύουν οι περισσότεροι άνθρωποι. Ένας εντυπωσιακός αριθμός σύγχρονων καλλιτεχνών χρησιμοποιούν τα μαθηματικά από τους αριθμούς Fibonacci και τα ψηφία του π μέχρι υπερστερεά, πολύτοπα και ταινίες Möbius ως πηγή έμπνευσης για τις δημιουργίες τους.



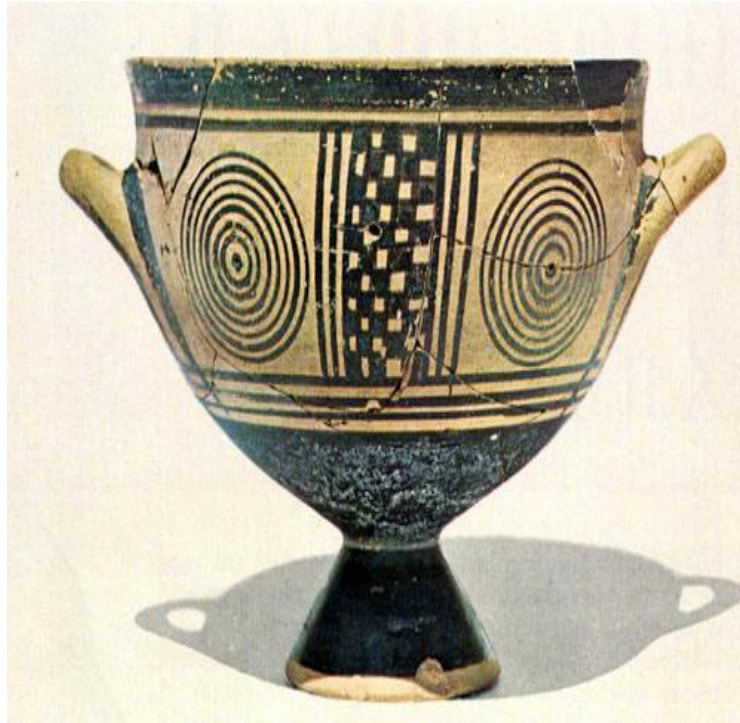
ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΤΕΧΝΗ

Οι εικαστικές τέχνες τα μαθηματικά και είναι δύο πανάρχαιοι τομείς της ανθρώπινης σκέψης και δράσης που έχουν τις ρίζες τους σε δύο διαφορετικούς τρόπους σκέψης της ιστορίας της ανθρώπινης διανόησης. Οι εικαστικές τέχνες, ως πρωταρχικό στοιχείο του πολιτισμού, συνδέονται με το μυθικό τρόπο σκέψης (φαντασία), ενώ αντίθετα τα μαθηματικά, ως σύγχρονο στοιχείο του πολιτισμού, συνδέονται με τον επιστημονικό τρόπο σκέψης (λογική). Όμως, παρά τη φαινομενική σχέση αντίθεσης που υπάρχει ανάμεσα στην τέχνη και στα μαθηματικά, στην πραγματικότητα υπάρχει μια βαθιά σχέση επικοινωνίας. Ως πολιτιστικές παράμετροι της ανθρώπινης συνείδησης οι εικαστικές τέχνες και τα μαθηματικά μιλούν στην ανθρώπινη ικανότητα αφαίρεσης, οργανώνουν τη σκέψη και, σε τελευταία ανάλυση, βλέπουν με τα μάτια του νου. Ακριβώς αυτή η όραση επέτρεψε στον ανθρώπινο πολιτισμό να προοδεύσει και να ταξιδέψει από τους Σκοτεινούς Αιώνες στον Αιώνα του Διαστήματος (Ι. Σιγούρος, 2005: 97-98).

Η γεωμετρική τέχνη είναι αυτή που διαδέχτηκε την υστερομυκηναϊκή. Η γεωμετρική τέχνη, με την καινοτομία της χρήσης της γεωμετρίας, διαφοροποιήθηκε από την κρητομυκηναϊκή, που ήταν προσκολλημένη στον φυσιοκρατικό κόσμο με τα μοτίβα των οργανικών μορφών. Έτσι, η γεωμετρική τέχνη έθεσε τα θεμέλια για το ξεκίνημα της πραγματικής ελληνικής τέχνης, η οποία σταμάτησε να χρησιμοποιεί το ελεύθερο χέρι και άρχισε να χρησιμοποιεί το χάρακα και το διαβήτη, προσπαθώντας έτσι να κατανοήσει τον κόσμο με έναν καινούριο τρόπο. Η γεωμετρική τέχνη είναι αυτή που επιθυμεί να συνδυάσει την κίνηση της ζωής με τη διάρκεια και τη σταθερότητα, επιθυμεί να συνδυάσει την πολυμορφία και την αλλαγή με τον κανόνα και το νόμο, διατηρώντας τα αντίμαχα αυτά στοιχεία ενεργά μέσα στην καλλιτεχνική μορφή και ανοίγοντας έτσι το δρόμο προς την αφαιρετική έκφραση (Χ. Καρούζος, 1972).

Η κεραμική της γεωμετρικής περιόδου αποτελεί την πρώτη σπουδαία φάση της ελληνικής τέχνης που τη χαρακτηρίζει η αυστηρότητα στην αρχιτεκτονική και την άρθρωση στην τεχνική διακόσμησης των αγγείων (Μ. Παπαδάκη, 1994-1995). Η τέχνη αυτή, ξεκίνησε γύρω στα 1050 π.χ. και έφτασε περίπου στα 700 π.χ., είναι γνωστή κυρίως από την τέχνη της αγγειογραφίας και ονομάστηκε γεωμετρική λόγω της έντονης παρουσίας των γραμμών, των γεωμετρικών σχημάτων (τετραγώνου, κύκλου, τριγώνου κ.ά.) και των γεωμετρικών μοτίβων (μαιάνδρου, σταυρού, ζατρικίου, σβάστικας κ.ά.) στις παραστάσεις των αγγείων. Ακόμα και το σχήμα των αγγείων είναι μορφοποιημένο σε αυστηρά γεωμετρικά πρότυπα, αποφεύγοντας επιμελώς τις καμπύλες και διατηρώντας μία καλά ισορροπημένη και συμμετρική μορφή. Η γεωμετρική τέχνη, ανάλογα με τις καλλιτεχνικές της ιδιαιτερότητες κάθε εποχής, διακρίνεται σε δύο υποπεριόδους τον Πρωτογεωμετρικό ρυθμό (1050-900 π.χ.) και το Γεωμετρικό ρυθμό (900-700 π.χ.) ο οποίος με τη σειρά του χωρίζεται σε πρώιμο, μέσο και ύστερο. Ειδικότερα, ο διάκοσμος των αγγείων κάθε υποπεριόδου έχει ως εξής: Πρωτογεωμετρικός ρυθμός (1050-900 π.χ.)

Τα διακοσμητικά θέματα αυτής της υποπεριόδου είναι περιορισμένα. Τα πιο συνηθισμένα μοτίβα είναι οι οφιοειδείς και οι τεθλασμένες γραμμές, τα τρίγωνα και κυρίως οι ομόκεντροι κύκλοι οι οποίοι σχεδιάζονται με τη βοήθεια του διαβήτη. Γεωμετρικός ρυθμός (900-700 π.χ.) - Πρώιμος γεωμετρικός ρυθμός (900-850 π.χ.) Την περίοδο αυτή αρχίζει η χρήση του διαβήτη να υποβαθμίζεται όλο και περισσότερο και οι ομόκεντροι κύκλοι αντικαθίστανται από μαιάνδρους, τεθλασμένες και καμπύλες γραμμές. - Μέσος γεωμετρικός ρυθμός (850-760 π.χ.)



Την περίοδο αυτή συνηθίζεται η διαίρεση του αγγείου σε πολλές ζώνες οι οποίες διακοσμούνται με παράλληλες γραμμές και περισσότερα γεωμετρικά σχήματα όπως άγκιστρα, τρίγωνα, ρόμβους, χωρίς φυσικά να πάψουν να χρησιμοποιούνται οι μαϊάνδροι. Οι ομόκεντροι κύκλοι, όταν υπάρχουν, εντάσσονται μέσα σε διακοσμητικές ζώνες, ενώ αρχίζουμε να συναντάμε αρκετά συχνά μορφές ζώων ή ανθρώπων που, ακόμα κι αυτές, υπακούουν στη γεωμετρική διάθεση του αγγειογράφου. Ύστερος γεωμετρικός ρυθμός (760-700 π.χ.)



Τα μοτίβα που χρησιμοποιούνται την περίοδο αυτή είναι ο διπλός ή ο τριπλός μαϊάνδρος, οι πολλαπλοί ρόμβοι, οι σειρές από φακοειδή φύλλα, ενώ παράλληλα παρατηρείται μείωση των γεωμετρικών μοτίβων με αποτέλεσμα το μεγαλύτερο μέρος της επιφάνειας του αγγείου να το καταλαμβάνουν εικονιστικές παραστάσεις, με θέμα την πρόθεση, την εκφορά και το θρήνο του νεκρού, οι οποίες εκτείνονται σε περισσότερες από μία ζώνες (U. Knigge, 1990: 16-24). Αυτό συμβαίνει διότι πολλά από τα ευρήματα αγγείων της γεωμετρικής περιόδου χρησιμοποιούνταν ως επιτάφια σήματα πάνω σε τύμβους ή στο εσωτερικό των τύμβων ως αγγεία προσφορών ή ως τεφροδόχοι.

ΜΕΣΑΙΩΝΑΣ

Η ζωγραφική του μεσαίωνα, η οποία χαρακτηρίζεται κυρίως ως θρησκευτική τέχνη, βρισκόταν στην υπηρεσία της Εκκλησίας και επομένως δεν είχε λόγο να αναζητεί τρόπους ρεαλιστικής έκφρασης των μορφών αφού η αναπαράστασή τους μπορούσε να γίνει με τον απλό τρόπο της ιεράρχησης (π.χ. σε ψηλότερο σημείο του έργου ο Θεός από τους αγίους) και χωρίς να υπάρχει ανάγκη ζωντανίας στην απεικόνιση των μορφών (ανθρώπων και αντικειμένων) παρά μόνο η συμβολική αναπαράστασή τους, με έλλειψη προοπτικής και χρήση ενός ουδέτερου φόντου, ρίχνοντας όλο το βάρος στο έντονο θρησκευτικό συναίσθημα (εννοιακή προοπτική). Αντίθετα, οι ιδέες της εποχής της Αναγέννησης (14ος-15ος αι. μ.χ.), που είχαν επηρεαστεί από την αναβίωση της αρχαίας ελληνικής φιλοσοφίας, είχαν ως αποτέλεσμα οι καλλιτέχνες να αναζητήσουν ρεαλιστικούς τρόπους απεικόνισης του φυσικού κόσμου (οπτική προοπτική). Έτσι, το ενδιαφέρον τους στράφηκε προς τα μαθηματικά, επειδή την εποχή αυτή διαδόθηκε το δόγμα ότι τα μαθηματικά αποτελούν την ουσία του πραγματικού κόσμου και πως η τάξη του σύμπαντος μπορεί να ερμηνευτεί λογικά με τους όρους της γεωμετρίας (Γ. Κεραμιδάς, 1988: 4-5).

ΑΝΑΓΕΝΝΗΣΗ

Η Αναγέννηση διακήρυξε, μέσα απ τον ουμανισμό, την ανθρώπινη διάσταση του πολιτισμού και επομένως και της τέχνης, η οποία στράφηκε στην ανακάλυψη του κόσμου και του ανθρώπου μέσα από μια καλλιτεχνική έκφραση ζωντανίας (Ε. Πανόφσκι, 1991). Στην αρχιτεκτονική της Αναγέννησης εφαρμόστηκαν οι τρεις αρχιτεκτονικές αρετές που εισήγαγε ο Ρωμαίος αρχιτέκτονας, μηχανικός και συγγραφέας Βιτρούβιος (1ος αι. μ.χ.) που ήταν η αναλογία, η συμμετρία και η ευρυθμία.

Οι καλλιτέχνες της ίδιας εποχής διέκριναν την *perspectiva naturalis* (φυσική προοπτική) από την *perspectiva artificialis* (τεχνητή προοπτική) ή *perspectiva grammica* (γραμμική προοπτική) της ζωγραφικής, με αποτέλεσμα να καταφέρουν να αποτυπώσουν στο δισδιάστατο επίπεδο του έργου τους τις τρεις διαστάσεις του πραγματικού χώρου, τελειοποιώντας την κεντρική προοπτική ή αλλιώς την προοπτική του σημείου (Γ. Κολοκοτρώνης, 2006α: 47). Έτσι, γνωρίζουμε πως η εφεύρεση του τρόπου απόδοσης της προοπτικής έγινε ανάμεσα στα έτη 1420-1450 στη Φλωρεντία η οποία εκείνη την εποχή είναι ένα σημαντικό καλλιτεχνικό κέντρο της Δύσης αλλά ταυτόχρονα και ένα σπουδαίο χαρτογραφικό κέντρο.

ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΕΠΟΧΗ

Κυβισμός (τέλη 19ου - αρχές 20ού αι.) Ο κυβισμός είναι ένα από τα σημαντικότερα - και για πολλούς το σημαντικότερο μετά την Αναγέννηση - κινήματα της τέχνης του 20ού αιώνα, καθώς επηρέασε καθοριστικά την εξέλιξη της μοντέρνας τέχνης. Ο όρος κυβισμός οφείλεται στο Γάλλο κριτικό της τέχνης Louis Vauxcelles (1870-1943) ο οποίος, σε μια έκθεση στο Παρίσι στα 1908, προκειμένου να περιγράψει τα έργα του Γάλλου ζωγράφου Georges Braque (1882-1963), έκανε λόγο για γεωμετρικά σχήματα και κύβους (Α. Χαραλαμπίδης, 1998). Ληξιαρχική πράξη γέννησης του κυβισμού αποτελεί το 1907 η δημιουργία του περίφημου πίνακα του Γάλλου ζωγράφου και γλύπτη Pablo Picasso (1881-1973)



Οι δεσποινίδες της Αβινιόν. Με τον πίνακα αυτόν πραγματοποιείται μία ριζική και συνειδητή αλλαγή του τρόπου με τον οποίο οι καλλιτέχνες έβλεπαν τον κόσμο και τίθενται για πρώτη φορά τα σύνθετα εικαστικά προβλήματα που τους απασχολούν. Είναι χαρακτηριστική η φράση του Γάλλου μετεμπρεσιονιστή ζωγράφου Paul Cézanne (1839-1906): «Τα πάντα μέσα στη φύση πλάθονται με βάση τη σφαίρα, τον κώνο και τον κύλινδρο. Πρέπει λοιπόν να μάθει κανείς να ζωγραφίζει με βάση τα απλά αυτά σχήματα» Η γέννηση του κυβισμού οφείλεται σε δύο βασικές επιρροές: Αρχικά στα έργα της ώριμης περιόδου του Cézanne που προαναγγέλλουν τον κυβισμό και στα γλυπτά της αφρικανικής τέχνης μέσα από τα οποία ο Picasso βρίσκει λύση στο πρόβλημα της δημιουργίας μιας τέχνης αναπαραστατικής και ταυτόχρονα αντινατουραλιστικής (Χ. Χόνορ κ.συν.1993). Τα χρόνια της μεγάλης άνθησης του κυβισμού είναι αναμφισβήτητα η περίοδος 1907-1914 κατά την οποία οι δύο μεγάλοι πρωταγωνιστές του κινήματος, Picasso και Braque συνεργάζονται στενά.



Τα έργα των πρώτων χρόνων της συνεργασίας τους (σεζανική περίοδος) χαρακτηρίζονται από μία απλοϊκή αναγωγή των πραγμάτων σε γεωμετρικά σχήματα και την αποσύνδεσή τους από κάθε έννοια πρακτικής λειτουργίας. Το χρώμα περιορίζεται σε μία λιτή κλίμακα και δίνεται έμφαση στον όγκο και το γλυπτικό στοιχείο των μορφών.

ΜΠΑΟΥΧΑΟΥΣ

Με τον όρο **Μπαουχάους** ή **Μπάουχαους** (γερμ. *Staatliches Bauhaus* ή *Bauhaus*) αναφερόμαστε στην καλλιτεχνική και αρχιτεκτονική σχολή που ιδρύθηκε από τον Βάλτερ Γκρόπιους και αναπτύχθηκε την περίοδο 1919-1933 στη Γερμανία.

Στα 1925 το **Μπάουχαους** μεταφέρθηκε στην πόλη Ντεσάου (Dessau) και πήρε την ονομασία Ανώτερη Σχολή Μορφολογίας. Το 1933 η Σχολή μεταφέρθηκε, για μια ακόμα φορά, στο Βερολίνο, όπου λειτούργησε μερικούς μήνες, ενώ το ίδιο έτος οι Ναζί

έκλεισαν τη Σχολή, επειδή πίστευαν ότι οι προοδευτικές ιδέες του Ιδρύματος ήταν σε θέση να απειλήσουν την επικράτησή τους (Μ. Βιθυνός, 2003: 193-195). Εκτός από τον Walter Gropius στο Μπάουχαους δίδαξαν μεγάλα ονόματα της εποχής του χώρου των εικαστικών τεχνών όπως: ο Γερμανός αρχιτέκτονας Ludwig Mies van der Rohe (1886-1969), ο Ρώσος θεωρητικός και ζωγράφος Wassily Kandinsky (1866-1944) ο Αμερικανός ζωγράφος Lyonel Feininger (1871-1956), ο Ελβετός ζωγράφος Paul Klee (1879-1940), ο Γερμανός ζωγράφος, γλύπτης και σχεδιαστής Oskar Schlemmer (1888-1943), ο ουγγροεβραϊκής καταγωγής φωτογράφος, γλύπτης, ζωγράφος, χαράκτης και σχεδιαστής László Moholy-Nagy (1895-1946), ο Γερμανός θεωρητικός, ζωγράφος, φωτογράφος και σχεδιαστής Josef Albers (1899-1976), η σύζυγος του Josef Albers Γερμανίδα σχεδιάστρια Anni Fleischman Albers (1899-1994) κ.ά. (Bauhaus, χ.χ.)

Η Σχολή του Μπάουχαους ιδρύθηκε για να αποδείξει πως η τέχνη και η μηχανική δεν έπρεπε να μείνουν αποξενωμένες μεταξύ τους, όπως συνέβαινε μέχρι το 19ο αι., αλλά θα μπορούσε να ωφελήσει η μια την άλλη (E. Gombrich, 1999: 560). Καλλιτέχνες και τεχνίτες θα έπρεπε να δημιουργήσουν μία νέα συντεχνία καταργώντας τα, ως τότε, μεταξύ τους τείχη υπεροψίας και αισθήματα διακρίσεων. Η κοινωνία έπρεπε να απαλλαγεί από την αντίληψη ότι οι Καλές Τέχνες απευθύνονται στην ανώτερη κοινωνικοοικονομική τάξη και να καθιερωθεί η άποψη πως οι Καλές Τέχνες πρέπει να ενταχθούν στις Εφαρμοσμένες Τέχνες που έχουν αποδέκτη ολόκληρη την κοινωνία και τον απλό λαό (Μ. Βιθυνός, 2003: 196). Οι σπουδαστές της Σχολής μελετούσαν την κατασκευή των κτιρίων αλλά και τον εξοπλισμό των στοιχείων του εσωτερικού τους. Οι καθηγητές ενθάρρυναν τους σπουδαστές να δημιουργούν χρησιμοποιώντας τη φαντασία τους και να προβαίνουν σε τολμηρούς πειραματισμούς, χωρίς βέβαια να αποκλίνουν από τους σκοπούς που το κτίριο προοριζόταν να εξυπηρετεί. Με αυτόν τον τρόπο οι καθηγητές καλλιεργούσαν στους σπουδαστές της Σχολής την αρχή της λειτουργικότητας, στη βάση της οποίας, αν σχεδιάζεται κάτι για να εξυπηρετεί το σκοπό του, τότε είναι και όμορφο. Στο Μπάουχαους τέθηκαν οι βάσεις για το σημερινό βιομηχανικό design με τη δημιουργία πολλών καινοτόμων και

επαναστατικών, για την εποχή, προϊόντων σχεδιασμένων πάνω σε απλές γεωμετρικές μορφές με σύγχρονα υλικά όπως: καθίσματα από μεταλλικούς σωλήνες, προκατασκευασμένα έπιπλα, λάμπες γραφείου κ.ά.

Η εκπαίδευση των σπουδαστών στο Μπάουχαους ήταν θεωρητική και πρακτική. Στο Ίδρυμα λειτουργούσαν εργαστήρια μεταλλοτεχνίας, επιπλοποιίας, ζωγραφικής, κεραμικής, γλυπτικής, αρχιτεκτονικής, φωτογραφίας, θεάτρου, τυπογραφείο, υφαντουργείο κ.ά., ώστε οι σπουδαστές να αποκτούν, εκτός από τις ακαδημαϊκές γνώσεις, εμπειρίες και γνώσεις από την ενασχόλησή τους με τη χειρονακτική εργασία. Έτσι, με αυτό το πρόγραμμα σπουδών, η Σχολή φιλοδοξούσε να γεφυρώσει το χάσμα που υπήρχε ανάμεσα στη χειροποίητη και τη βιομηχανική παραγωγή, στέλνοντας το μήνυμα ότι τα βιομηχανοποιημένα προϊόντα, και επομένως και ο απλοί καταναλωτές, δε θα πρέπει να στερούνται των υψηλών καλλιτεχνικών αξιών (Δ. Παυλόπουλος, κ.συν. 2000: 299-301). Οι καλλιτέχνες της Σχολής του Μπάουχαους ήταν οπαδοί της θεωρίας του νεοπλαστικισμού που επηρεάστηκε σημαντικά από τη νεοπλατωνική φιλοσοφία του μαθηματικού M. H. J. Schoenmaekers, ο οποίος μάλιστα επινόησε και τον όρο νεοπλαστικισμός ο οποίος αναφέρεται και ως κίνημα de Stijl που εμφανίστηκε την περίοδο 1917-1920 στην Ολλανδία με κύριους εκπροσώπους τους Ολλανδούς ζωγράφους Piet Mondrian (1872-1944) και Theo van Doesburg (1883-1931). Η θεωρία αυτή βασίστηκε στην εγκατάλειψη της αντίληψης πως ο άνθρωπος είναι το κυρίαρχον στον κόσμο, καθώς και της εμμονής του στις αρχές της παγκοσμιοποίησης, ενώ πρόβαλλε την πίστη του ανθρώπου για τη δημιουργία μιας ουτοπικής κοινωνίας όπου θα κυριαρχεί η ισότητα και η ειρήνη. *Αυτή η πίστη των νεοπλαστικιστών εκφράστηκε και οριοθετήθηκε στην τέχνη τους μέσα από το σχεδιασμό τετραγώνων και ορθογωνίων παραλληλογράμμων τα οποία σχεδιάζονται σε περιοριστικές οριζόντιες και κάθετες γραμμές με τη χρήση του μαύρου του άσπρου και του γκρι και στη συνέχεια χρωματίζονται με τα βασικά χρώματα. Έτσι, οι συνθέσεις οργανώνονται με λιτότητα και καθαρότητα, ενώ ταυτόχρονα, το σχήμα και το χρώμα να παρουσιάζονται ως οι απόλυτες αξίες* (K. Dean, 2002). Ο νεοπλαστικισμός είναι ένας σημαντικός τρόπος

γεωμετρικής αφάιρεσης μέσα απ τον οποίο ο καλλιτέχνης προσπαθεί να εκφράσει νοητές καταστάσεις, για παράδειγμα την αρμονία, μέσα από απόλυτα αφηρημένες μορφές όπως είναι τα γεωμετρικά σχήματα

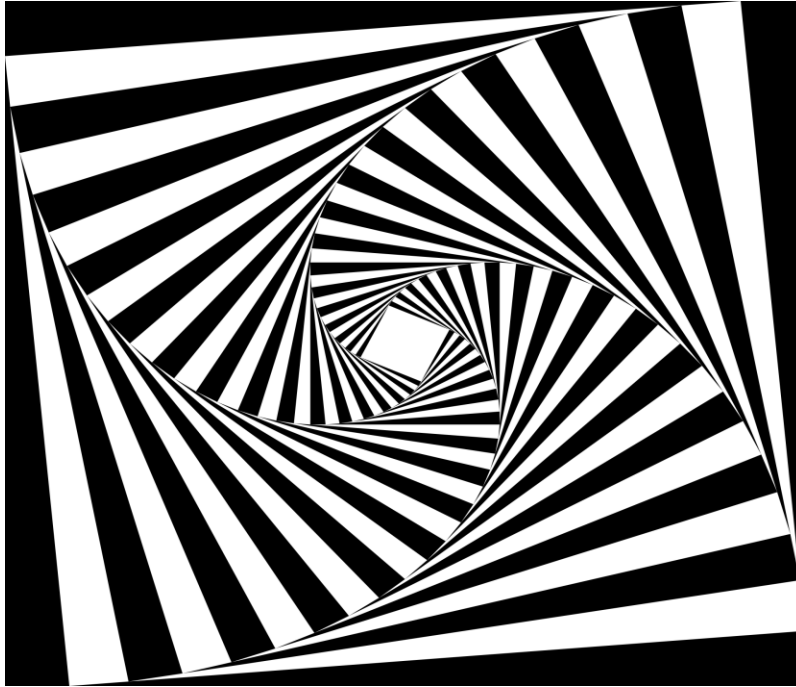
Ο Καζιμίρ Σεβερίνοβιτς Μάλεβιτς (Kasimir Severinovich Malevich) και η τέχνη του **σουπρεματισμού** (δεκαετία `20) Ο Kasimir Malevich γεννήθηκε στο Κίεβο στις 23 Φεβρουαρίου του 1879 και πέθανε στην Αγία Πετρούπολη, σε ηλικία 57 ετών στις 15 Μαΐου του 1935. Ο Καζιμίρ ήταν ο πρωτότοκος από τα εννιά αδέρφια του και τα παιδικά του χρόνια τα πέρασε, μακριά από τα αστικά κέντρα της εποχής του, στην ύπαιθρο της Ουκρανίας, επειδή ο πατέρας του ήταν διευθυντής σε εργοστάσιο ζάχαρης και η οικογένειά του αναγκαζόταν να μετακινείται διαρκώς στα χωριά της Ουκρανίας που καλλιεργούσαν ζαχαρότευτλα.



Το 1904, μετά το θάνατο του πατέρα του, ο Μάλεβιτς μετακόμισε στη Μόσχα όπου σπούδασε στην ομώνυμη Σχολή Ζωγραφικής, Γλυπτικής και Αρχιτεκτονικής. (Malevich Kazimir. χ.χ.) Ο Μάλεβιτς ήταν ένας από τους πλέον πολυδιάστατους και ριζοσπαστικούς καλλιτέχνες της εποχής του. Όπως ήταν φυσικό επηρεάστηκε από τα κινήματα που είχαν προηγηθεί όπως ο ιμπρεσιονισμός, ο κυβισμός και ο φουτουρισμός. Το ανήσυχο, όμως, πνεύμα του έψαχνε διαρκώς για κάτι καινούριο που θα ήταν σε θέση να υπερβεί τις επαναστατικές ιδέες του κυβισμού. Έτσι, ανέπτυξε μια δική του θεωρία που την ονόμασε σουπρεματισμό (ρωσικά = Супрематизм) που προέρχεται από τη λατινική ρίζα *suprem* που σημαίνει υπεροχή, κυριαρχία και δηλώνει, σύμφωνα με το Μάλεβιτς, την υπεροχή του χρώματος πάνω σε όλα τα άλλα τεχνικά μέρη του πίνακα. Ο Μάλεβιτς θεωρούσε τον εαυτό του ιδιότυπο ρεαλιστή, με τη διαφορά πως το ρεαλισμό τον αντιλαμβανόταν μέσα σε μια φανταστική πραγματικότητα στην οποία, όπως έλεγε, για να φτάσεις πρέπει να απομακρυνθείς από την ορατή πλευρά της ζωής» Ο σουπρεματισμός πρωτοπαρουσιάστηκε στην έκθεση *Τελευταία φουτουριστική έκθεση στην Αγία Πετρούπολη στα 1915*.

Τα σουπρεματιστικά έργα του Μαλέβιτς απαλλαγμένα από κάθε είδους μορφές παρμένες από τη φύση και παρουσίαζαν συνθέσεις γεωμετρικών σχημάτων και έντονων χρωμάτων που είχαν σαν στόχο να δηλώσουν τον πρωτεύοντα ρόλο της γεωμετρικής μορφής έναντι του περιεχομένου και να δηλώσουν ότι η μορφή είναι αυτή που προσδίδει το περιεχόμενο σ ένα έργο και όχι το αντίθετο, όπως ήταν η επικρατούσα, ως τότε, άποψη (Το ιστορικό - κοινωνικό πλαίσιο της «Ρωσικής Πρωτοπορίας». χ.χ: 3). Ο σουπρεματισμός είναι μια τεχνοτροπία απεικόνισης επιπέδων που λειτουργούν ως αυτοδύναμοι «τόποι», που η απόλυτη σχηματοποίησή τους (τρίγωνα, τετράγωνα, κύκλοι) δίνει ακόμα μεγαλύτερη έμφαση στην εννοιολογική τους αυτοδυναμία. Η τέχνη του Μάλεβιτς μας παρουσιάζει έναν δισδιάστατο κόσμο, στον οποίο απουσιάζει η γλωσσική έκφραση, η δομή και η εικονογράφηση (Γ. Ζιώγας, 2000: 71-72).

OP ART



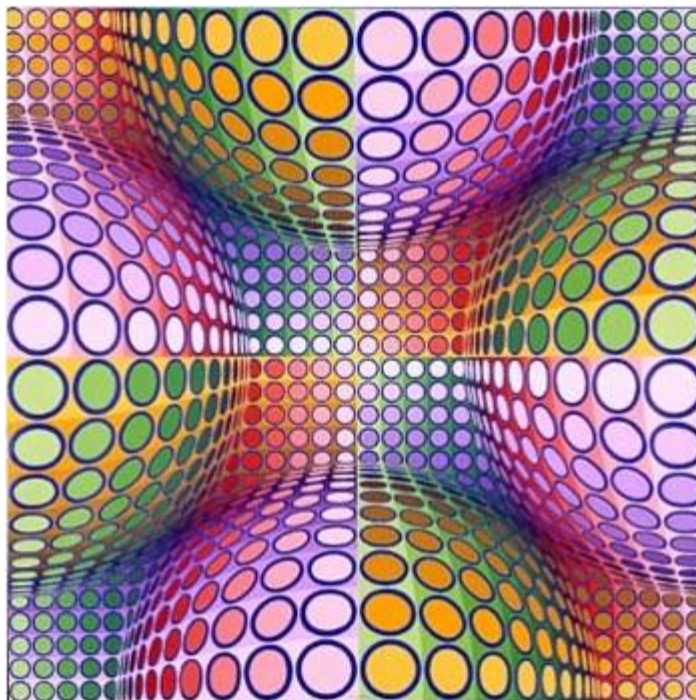
- © Το περιοδικό *Time* επινόησε τον όρο *op art* το 1964, ως απάντηση στην εκπομπή του Julian Stańczak του οπτικού Πίνακες στο *Martha Jackson Gallery*, να σημαίνει μια μορφή της αφηρημένης τέχνης (ειδικά για μη αντικειμενική τέχνη) που χρησιμοποιεί οπτικές ψευδαισθήσεις. Τα προηγθέντα της Op Art, από την άποψη των γραφικών και εφέ χρώματος, μπορούν να αναχθούν στον νεοεμπρεσιονισμό, τονΚυβισμό, φουτουρισμός, Κονστρουκτιβισμός και Da da.
- © Έργα που τώρα περιγράφονται ως "op art" είχαν παραχθεί για αρκετά χρόνια πριν από το 1964 και το άρθρο των Times. Για παράδειγμα, ο Victor Vasarely στο *Ζέβρες* (1938) έργο που είναι κατασκευασμένο εξ ολοκλήρου από καμπυλόγραμμα μαύρες και άσπρες ρίγες που δεν περιλαμβάνονται από

τις γραμμές περιγράμματος. Κατά συνέπεια, οι λωρίδες φαίνεται να συγχωνευτούν σε δύο και ξέσπασε γύρω από το παρασκήνιο.

⊙



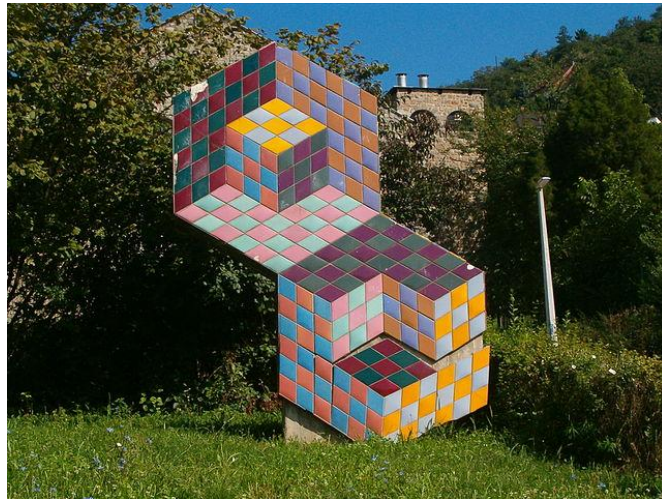
⊙ Η Op art είναι μια αντιληπτική εμπειρία που σχετίζονται με το πώς λειτουργεί το όραμα.



Καλλιτέχνες της op art δημιουργούν με δύο βασικούς τρόπους. Η πρώτη, πιο γνωστή μέθοδος, είναι να δημιουργήσουν εφέ μέσω του προτύπου και της γραμμής. Συχνά

αυτά τα έργα ζωγραφικής είναι σε μαύρο και άσπρο, ή αλλιώς grisaille -όπως στην περίφημη ζωγραφική Bridget Riley, η *Τρέχουσα* (1964), στο εξώφυλλο του *The Responsive Eye* . .

Όπως ο Γκαίτε αποδεικνύει στην πραγματεία του *Θεωρία των Χρωμάτων*, στην άκρη όπου το φως και το σκοτάδι συναντιούνται, το χρώμα προκύπτει επειδή η ελαφρότητα και το σκοτάδι είναι τα δύο κεντρικά ακίνητα στη δημιουργία του χρώματος

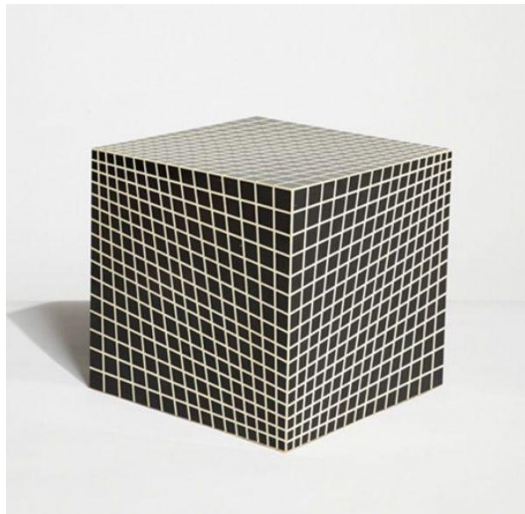


Υπάρχουν τρεις κύριες κατηγορίες της αλληλεπίδρασης του χρώματος: *ταυτόχρονη αντίθεση, οι διαδοχικές αντίθεση και αντιστροφή της αντίθεσης*. Η ταυτόχρονη αντίθεση μπορεί να λάβει χώρα όταν μια περιοχή του χρώματος περιβάλλεται από μια άλλη περιοχή του διαφορετικού χρώματος. Σε γενικές γραμμές, η αντίθεση ενισχύει την διαφορά στη φωτεινότητα ή και χρώματος μεταξύ των αλληλεπιδρώντων περιοχών. Τέτοια αποτελέσματα αντίθεσης είναι αμοιβαία, αλλά εάν η περιοχή surround είναι μεγαλύτερη και πιο έντονη από ό, τι στην περιοχή που περικλείει, τότε η αντίθεση είναι αντιστοίχως εκτός ισορροπίας και μπορεί να φαίνεται να ασκείται σε μία μόνο κατεύθυνση.

Στις διαδοχικές αντίθετα, το πρώτο χρώμα αντιμετωπίζεται πρώτο και στη συνέχεια ένα άλλο. Σε αντιστροφή της αντίθεσης (μερικές φορές ονομάζεται η αφομοίωση του

χρώματος) η φωτεινότητα του λευκού ή το σκοτάδι του μαύρου μπορεί να φαίνεται να εξαπλώνεται σε γειτονικές περιοχές .

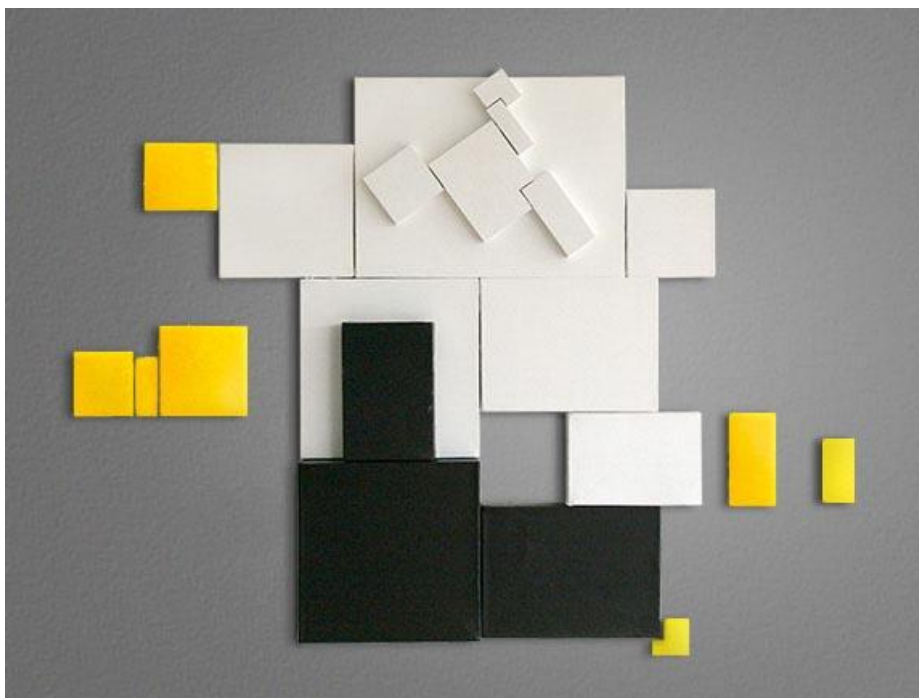
Η **οπ αρτ** (op art συντομογραφία της optical art = οπτική τέχνη) και είναι μια καλλιτεχνική πρόταση, που κορυφώθηκε στη δεκαετία του 1960, στο χώρο της ζωγραφικής και της γλυπτικής και πρότεινε μια νέα οπτική αντίληψη. Ο καλλιτέχνης προσπαθεί, με τη δημιουργία οπτικών εφέ, να προκαλέσει στο θεατή οπτική και ψυχική έξαρση. Έτσι, ο θεατής ενώ στην πραγματικότητα βλέπει μια στατική εικόνα, έχει την ψευδαίσθηση της κίνησης (Σ. Λυδάκης κ.συν. 1990: 66-67). Η ιδέα της οπτικής τέχνης υλοποιείται με τη βοήθεια επιπέδων, γεωμετρικών σχημάτων που οργανώνονται με αυστηρούς μαθηματικούς κανόνες και έντονα καθαρά χρώματα.



Η οπτική τέχνη χρησιμοποιεί κάθε δυνατή ψευδαίσθηση που βασίζεται σε αφηρημένους τύπους και στο γεωμετρικό λεξιλόγιο, με στόχο να εντατικοποιήσει την όραση του θεατή, υποχρεώνοντάς τον σε συμμετοχή για την ολοκλήρωση της λειτουργίας του έργου. Αυτή η παρέμβαση του θεατή στο έργο έχει ως αποτέλεσμα τη λήψη εικαστικών εντυπώσεων με ψυχικές προεκτάσεις, καθώς επίσης και νέες

αντιλήψεις για τη βίωση του χώρου. Η οπ αρτ καταφέρνει να επιβάλλει ένα είδος γεωμετρικής ψευδαίσθησης ώστε ο θεατής να έχει την εντύπωση πως οι στατικές γραμμές κινούνται, οι σκληρές γωνίες να φαίνονται μαλακές, επίπεδα να υποχωρούν ή να προβάλλουν στο χώρο και τα χρώματα να δονούνται. (Χ. Χρήστου, 1990: 86) (βλ. εικ. 21). Επίσης, το βασικό θεώρημα της αξονομετρίας (της προβολής τρισδιάστατων μορφών πάνω στο δισδιάστατο επίπεδο με τη βοήθεια αξόνων) και οι αναζητήσεις της μορφολογικής ψυχολογίας (κλάδος της ψυχολογίας που αντιμετωπίζει τα ψυχικά φαινόμενα ως ολόκληρα όπου τα μέλη τους δε βρίσκονται απομονωμένα μεταξύ τους αλλά σε λειτουργική αλληλεξάρτηση και αλληλεπίδραση) αποτελούν κεντρική πηγή έμπνευσης και θέμα αρκετών έργων της οπ αρτ (Α. Παπανικολάου, 2009: 14). Κύριοι εκπρόσωποι της οπ αρτ είναι ο Ούγγρος ζωγράφος Victor Vasarely (1908-1997), ο Ισραηλινός Yaacov Agam (1928) και η Αγγλίδα Bridget Riley (1931) (Σ. Λυδάκης & Τ. Βογιατζής, 1990: 67). Εικόνα 21. Victor Vasarely, Vega-Nor, Λάδι σε μουσαμά, 1969, San Jose Museum of Art, Σαν Χοσέ (CA) Στο Κίτρινο μανιφέστο, που δημοσίευσε ο Vasarely στα 1955, ονομάζει τη ζωγραφική του κινητική πλαστικότητα και υποστηρίζει πως οι όροι ζωγραφική και γλυπτική θεωρούνται ξεπερασμένοι ενώ προτείνει να αναφερόμαστε σε δισδιάστατη, τρισδιάστατη και πολυδιάστατη πλαστικότητα. Δεν πρέπει να μιλάμε πλέον, συνεχίζει, για διαφορετικά είδη δημιουργικής ευαισθησίας αλλά για μια ενιαία ευαισθησία που μπορεί να αναπτυχθεί σε διάφορους χώρους (Η. Arnason, χ.χ: 487). Από τη δεκαετία του '50 ο Vasarely συνέλαβε την ιδέα για τη δυνατότητα δημιουργίας μιας πλαστικής γλώσσας, που θα μπορούσε να εισαχθεί σε ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα.

Η **μίνιμαλ αρτ** (δεκαετία '60) Ο μινιμαλισμός ή μίνιμαλ αρτ (αγγλ. minimal = ελάχιστος) γνωστός και με τους όρους: ρεντουκτιβισμός (αγγλ. reduction = ελάττωση - μείωση), ABC art και rejective art (αγγλ. rejective = απορριπτική τέχνη) είναι ένα καλλιτεχνικό ρεύμα που εμφανίστηκε στα τέλη της δεκαετίας του '50 με αρχές της δεκαετίας του '60 και διακήρυξε την ιδέα της μείωσης των εικαστικών στοιχείων (χρώματα, τόνοι, γραμμές, σχήματα, υφές κτλ.) σ ένα έργο (Minimalism. χ.χ.).



Το κίνημα του μινιμαλισμού εμφανίστηκε ως αντίδραση σε μια εποχή στην οποία κυριαρχούσαν γεγονότα και καταστάσεις (όπως ο πόλεμος στο Βιετνάμ, η περίοδος του ψυχρού πολέμου, οι φυλετικές διακρίσεις, η ανισότητα των δύο φύλων, ο ανταγωνισμός στον εξοπλισμό των πυρηνικών όπλων κ.ά.) που ξεσήκωναν σε όλο τον κόσμο κύματα διαμαρτυρίας απέναντι σ αυτήν την πολιτική της αδικίας και του παραλόγου (Γ. Κολοκοτρώνης, 2006β: 14). *Κύριο χαρακτηριστικό των μινιμαλιστικών έργων είναι η ισχυρή γεωμετρική οργάνωση με απλά πρωτογενή γεωμετρικά σχήματα, σε συνδυασμό με τη χρήση έντονων και καθαρών βιομηχανικών χρωμάτων* (Η. Arnason,). Είναι ένα κίνημα που επιδιώκει την απόλυτη καθαρότητα και ακεραιότητα και αναγάγει την τέχνη μόνο στα στοιχεία εκείνα που υπάρχουν πάνω στο έργο από το δημιουργό του (Χ. Χόνορ κ.συν. 1993: 170).

Ο μινιμαλισμός δίνει μεγάλη σημασία στην απλότητα και στις προθέσεις του δημιουργού και δεν ενδιαφέρεται για το αισθητικό αποτέλεσμα του έργου. Η μίνιμαλ αρτ είναι μια πρόκληση του θεατή για διανοητική άσκηση. Είναι μια τέχνη χωρίς

ενέργεια και χωρίς διάρκεια (Σ. Λυδάκης κ.συν. 1990: 54). Τα μινιμαλιστικά έργα (βλ. εικ. 22) περιορίζουν τη μορφή προς όφελος του νοήματος. Απορρίπτουν την ισορροπημένη σύνθεση, προβάλλουν τη λιτή γεωμετρία (δηλαδή δίνουν μεγάλη προτίμηση στην ευθεία γραμμή και σε απλά γεωμετρικά σχήματα όπως το τετράγωνο και ο κύβος) και χρησιμοποιούν τη σχεδιαστική αρχή της επανάληψης (Γ. Κολοκοτρώνης, 2006β: 15-16).

Μερικοί από τους κυριότερους εκπροσώπους της μίνιμαλ αρτ είναι ο Αμερικανός γλύπτης Donald Judd (1928-1994) ο Αμερικανός ζωγράφος Frank Stella (1936) ο Ιρλανδός Sean Scully (1945) κ.ά. Η τέχνη του Maurits Cornelius Escher (1898-1972) Ο Maurits Cornelius Escher (1898-1972) καταγόταν από το Leeuwarden της βόρειας Ολλανδίας και ασχολήθηκε με το σχέδιο, τη γραφιστική, την ξυλογραφία, τη λιθογραφία και τη χαλκογραφία (M. C. Escher, χ.χ.). Ο Escher μας κληροδότησε ένα πλούσιο έργο, γεμάτο καλλιτεχνική πρωτοτυπία, στο οποίο αποτύπωσε, με ακρίβεια, μαθηματικές έννοιες, κάνοντας έτσι τις δημιουργίες του ιδιαίτερα ελκυστικές στο κοινό και τον ίδιο έναν από τους πλέον αγαπητούς και καταξιωμένους καλλιτέχνες στη μαθηματική κοινότητα (Α. Παπανικολάου, 2009)



ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ –ΣΤΗΝ ΖΩΓΡΑΦΙΚΗ ΚΑΙ ΤΗΝ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ

Στα Μαθηματικά και την τέχνη, δύο ποσότητες έχουν αναλογία χρυσής τομής αν ο λόγος του αθροίσματος τους προς τη μεγαλύτερη ποσότητα είναι ίσος με το λόγο της μεγαλύτερης ποσότητας προς τη μικρότερη. Η εικόνα στα δεξιά αναπαριστά τη γεωμετρική ερμηνεία των παραπάνω. Εκφρασμένο αλγεβρικά:

όπου το γράμμα ϕ αντιπροσωπεύει την χρυσή τομή. Η τιμή του είναι:

Η χρυσή τομή αναφέρεται επίσης και ως χρυσός λόγος ή χρυσός κανόνας. Άλλα ονόματα είναι χρυσή μετριότητα και Θεϊκή αναλογία ενώ στον Ευκλείδη ο όρος ήταν "άκρος και μέσος λόγος".

Πολλοί καλλιτέχνες και αρχιτέκτονες του 20ου αιώνα προσάρμοσαν τα έργα τους ώστε να προσεγγίζουν την χρυσή αναλογία ιδίως στη μορφή του χρυσού ορθογωνίου παραλληλογράμμου, στο οποίο ο λόγος της μεγαλύτερης πλευράς προς την μικρότερη είναι η χρυσή τομή πιστεύοντας ότι αυτή η αναλογία είναι αισθητικά ευχάριστη. Οι Μαθηματικοί από την εποχή του Ευκλείδη μέχρι σήμερα έχουν μελετήσει τις ιδιότητες της χρυσής τομής, συμπεριλαμβανομένης της εμφάνισής της στις διαστάσεις ενός κανονικού πενταγώνου και ενός χρυσού ορθογωνίου παραλληλογράμμου, το οποίο (όπως φαίνεται και στην διπλανή εικόνα) μπορεί να χωριστεί σε ένα τετράγωνο και ένα παρόμοιο παραλληλόγραμμο με τον ίδιο λόγο πλευρών όπως το αρχικό. Η χρυσή τομή έχει χρησιμοποιηθεί επίσης για την ανάλυση των αναλογιών φυσικών αντικειμένων καθώς και τεχνητών συστημάτων όπως οι οικονομικές αγορές.

Υπολογισμός

Δύο ποσότητες a και b λέγεται ότι είναι σε χρυσή αναλογία ϕ , εάν

Μία μέθοδος για την εύρεση της τιμής του ϕ είναι να ξεκινήσουμε με το αριστερό κλάσμα. Με απλοποίηση του κλάσματος και αντικαθιστώντας το $b/a = 1/\phi$,

φαίνεται ότι Πολλαπλασιάζοντας με ϕ παίρνουμε ότι το οποίο μπορεί να διαμορφωθεί σε Χρησιμοποιώντας την φόρμουλα επίλυσης δευτεροβάθμιων εξισώσεων,

λαμβάνουμε δύο λύσεις και Επειδή το ϕ είναι η αναλογία μεταξύ θετικών ποσοτήτων, το ϕ είναι αναγκαίως θετικό

Ιδιότητες

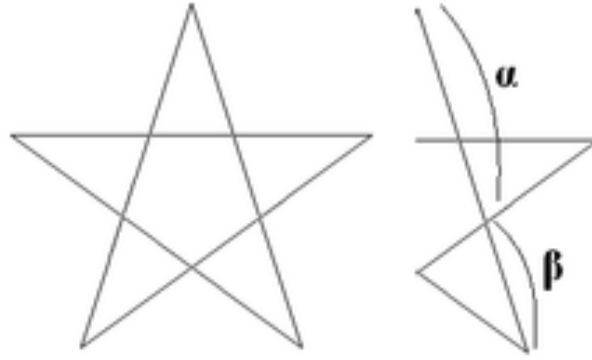
Από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει $\phi=1+1/\phi$ σύμφωνα με την οποία μπορούμε να εκφράσουμε το ϕ ως άπειρο συνεχές κλάσμα

Το ϕ αποτελεί το όριο του πηλίκου δύο διαδοχικών αριθμών Φιμπονάτσι.

Κατασκευή με κανόνα και διαβήτη

1. Κατασκευάζουμε τετράγωνο πλευράς 1 (κόκκινο).
2. Φέρουμε ευθεία παράλληλη προς τη μια βάση και χωρίζουμε το τετράγωνο σε δύο ίσα ορθογώνια (πλευρών 1 και 1/2) και φέρνουμε μία διαγώνιο (γκρι).
3. Κατασκευάζουμε κύκλο με κέντρο το μέσο της μίας πλευράς του τετραγώνου και ακτίνα τη διαγώνιο του ορθογωνίου.
4. Προεκτείνουμε την πλευρά του τετραγώνου στην οποία έχουμε ορίσει το κέντρο του κύκλου έως το σημείο του κύκλου που τελειώνει η διάμετρος

Το ευθύγραμμο τμήμα που αποτελείται από την πλευρά του τετραγώνου μαζί με την προέκταση έχει μήκος ϕ .



Η αναλογία της χρυσής τομής έχει εντοπιστεί στη φύση σε διάφορους ζωντανούς οργανισμούς, ακόμα και στο ανθρώπινο σώμα. Είναι γνωστό, από την αρχαιότητα, ότι ο ομφαλός του ανθρώπου βρίσκεται στο σημείο της χρυσής τομής σε σχέση με το συνολικό του ύψος. Η χρυσή τομή είναι η καλύτερη μέθοδος που δίνει τη δυνατότητα στον καλλιτέχνη να συγκρίνει τις σχέσεις των μερών με το σύνολο του έργου του. Ο Γερμανός ψυχολόγος και θεωρητικός του κινηματογράφου Rudolf Arnheim (1904-2007) λέει πως η γοητεία της χρυσής τομής οφείλεται στο γεγονός ότι το μικρότερο μέρος έχει σχέση με το μεγαλύτερο όση το μικρότερο με το όλο και αυτή ακριβώς η σχέση συνδυάζει την ενότητα με την ένταση.

Έτσι, η χρυσή τομή ενέπνευσε πολλούς δημιουργούς σε όλη την ιστορία των εικαστικών τεχνών (N. Σιαπκίδης). Τα πρώτα έργα της ζωγραφικής στα οποία συναντάμε τη χρυσή τομή είναι της αναγεννησιακής περιόδου. Οι δημιουργοί αυτής της εποχής αναζητούν την τελειότητα στην αναπαράσταση των μορφών και πιστεύουν στην αρμονική δομή της δημιουργίας. Η Μόνα Λίζα του Leonardo da Vinci είναι ίσως το πλέον διάσημο έργο της Αναγέννησης που ο δημιουργός του χρησιμοποίησε τη χρυσή τομή. Η χρυσή τομή στη Μόνα Λίζα του Leonardo da Vinci, 1503-06, Musée du Louvre, Παρίσι

Ιστορία

Η χρυσή τομή συνεπαίρνει Δυτικούς διανοούμενους ποικίλων ενδιαφερόντων για τουλάχιστον 2.400 χρόνια.

Οι Αρχαίοι Έλληνες μαθηματικοί πρώτοι μελέτησαν αυτό που τώρα ονομάζουμε χρυσή τομή γιατί εμφανιζόταν συχνά στη γεωμετρία. Η διαίρεση ενός τμήματος σε "άκρο και μέσο λόγο" (εξ ου και η χρυσή **τομή**) είναι σημαντική στη γεωμετρία των πενταγράμμων και πενταγώνων. Η αντίληψη αυτή αποδίδεται συνήθως στον Πυθαγόρα και τους ακολούθους του.

Ο χρυσός λόγος ήταν γνωστός στους Πυθαγόρειους. Στο μυστικό τους σύμβολο, την πεντάλφα, ο χρυσός λόγος εμφανίζεται στις πλευρές του αστεριού καθώς και στο πηλίκιο του εμβαδού του κανονικού πενταγώνου με κορυφές τις άκρες της πεντάλφα προς το εμβαδόν του κανονικού πενταγώνου που σχηματίζεται εντός του αστεριού.

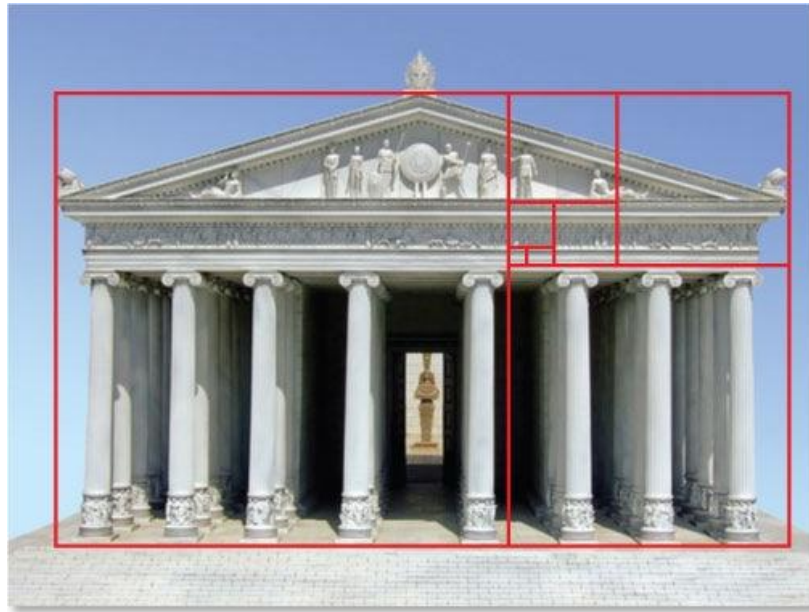
Τα Στοιχεία του Ευκλείδη παρέχουν τον πρώτο γραπτό ορισμό αυτού που σήμερα ονομάζουμε χρυσή τομή: "Μια ευθεία γραμμή λέγεται ότι έχει κοπή σε άκρο και μέσο λόγο, όταν όλη η ευθεία είναι για το μεγαλύτερο κομμάτι ό,τι είναι το μεγαλύτερο κομμάτι για το μικρότερο". Ο Ευκλείδης παραθέτει μια για το χωρίσμα της γραμμής σε "άκρο και μέσο λόγο". Σε όλα τα Στοιχεία αρκετές προτάσεις και οι αποδείξεις τους εμπεριέχουν τον χρυσό λόγο.

Η πρώτη γνωστή προσέγγιση του (αντίστροφου) χρυσού λόγου από δεκαδικό κλάσμα, ως "περίπου 0,6180340", γράφτηκε το 1597 από τον Michael Maestlin του Πανεπιστημίου του Τύμπιγκεν σε ένα γράμμα του προς τον πρώην φοιτητή του Γιοχάνες Κέπλερ.

Από τον 20ο αιώνα, η χρυσή τομή παριστάνεται με τον ελληνικό γράμμα **Φ** ή **φ** (φ, από το αρχικό γράμμα του γλύπτη Φειδία ο οποίος λέγεται ότι ήταν από τους πρώτους που τον χρησιμοποίησε στα έργα του) και πιο σπάνια από το **τ** το αρχικό γράμμα της λέξης τομή.

Χρονολόγιο σύμφωνα με τον Priya Hemenway:

- Ο Φειδίας (490–430 π.Χ.) έφτιαξε τα αγάλματα του Παρθενώνα τα οποία φαίνεται να ενσωματώνουν την χρυσή αναλογία.



- Ο Πλάτων (427–347 π.Χ.), στον *Τίμαιο*, περιγράφει τα πέντε Πλατωνικά στερεά: το τετράεδρο, τον κύβο, το οκτάεδρο, το δωδεκάεδρο, και το εικοσάεδρο), κάποια από τα οποία σχετίζονται με την χρυσή τομή.[2]
- Ο Ευκλείδης (π. 325–π. 265 π.Χ.), στα *Στοιχεία*, έδωσε τον πρώτο γραπτό ορισμό της χρυσής τομής, την οποία ονόμασε "ἄκρος καὶ μέσος λόγος"
- Ο Φιμπονάτσι (1170–1250) ανέφερε την ακολουθία αριθμών που τώρα φέρει το όνομα του στο βιβλίο του *Liber Abaci*; ο λόγος διαδοχικών στοιχείων της ακολουθίας Φιμπονάτσι προσεγγίζει ασυμπτωτικά την χρυσή τομή.



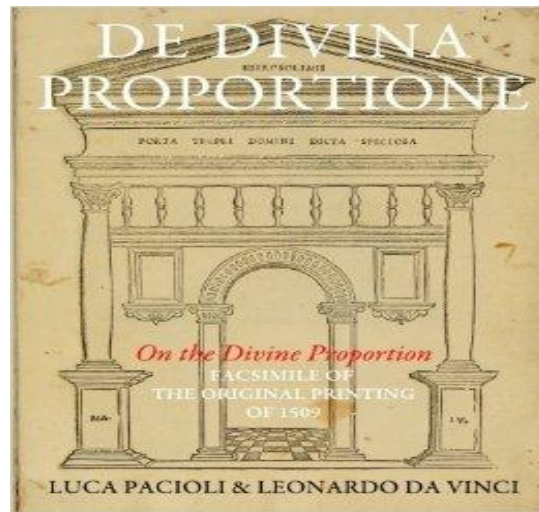
- Ο Λούκα Πατσιόλι (Luca Pacioli, 1445–1517) καθορίζει την χρυσή τομή ως "Θεϊκή αναλογία" στο ομώνυμο έργο του *Divina Proportione*.
- Ο Μίχαελ Μαϊστλιν (Michael Maestlin, 1550–1631) δημοσιεύει την πρώτη γνωστή προσέγγιση του (αντίστροφου) χρυσού λόγου από δεκαδικό κλάσμα.
- Ο Γιοχάνες Κέπλερ (1571–1630) αποδεικνύει ότι η χρυσή τομή είναι το όριο της ακολουθίας των λόγων διαδοχικών όρων της ακολουθίας Φιμπονάτσι, και περιγράφει την χρυσή τομή ως "πολύτιμο κόσμημα": "Η Γεωμετρία έχει δύο θησαυρούς: ο ένας είναι το Πυθαγόρειο Θεώρημα, και ο άλλος η τμήση μιας ευθείας σε άκρο και μέσο λόγο· τον πρώτο μπορούμε να τον συγκρίνουμε με χρυσό, τον δεύτερο με ένα πολύτιμο κόσμημα." οι δύο αυτοί θησαυροί συνδυάζονται στο Τρίγωνο του Κέπλερ.
- Ο Charles Bonnet (1720–1793) επισημαίνει ότι στη φυλλοταξία φυτών που πηγαίνουν με την φορά των δεικτών του ρολογιού και αντίστροφα υπήρχαν συχνά δύο διαδοχικές ακολουθίες Φιμπονάτσι.
- Ο Martin Ohm (1792–1872) πιστεύεται ότι είναι ο πρώτος που χρησιμοποίησε τον όρο *goldener Schnitt* (χρυσή τομή) για να περιγράψει αυτό το λόγο, το 1835.

- Ο Édouard Lucas (1842–1891) δίνει στην ακολουθία που τώρα είναι γνωστή ως Φιμπονάτσι το σημερινό της όνομα.
- Ο Mark Barr (20ος αιώνας) προτείνει το ελληνικό γράμμα φ, το πρώτο γράμμα του γλύπτη Φειδία για τον συμβολισμό της χρυσής τομής

Φ φ

- Ο Ρότζερ Πένρουζ (γεν. 1931) ανακάλυψε ένα συμμετρικό μοτίβο που χρησιμοποιεί την χρυσή τομή στο πεδίο των απεριοδικών πλακοστρώσεων.

Αισθητική και χρυσή τομή



Το *De Divina proportione*, ένα τρίτομο έργο του Luca Pacioli, δημοσιεύθηκε το 1509. Ο Pacioli, ένας Φραγκισκανός μοναχός, ήταν κυρίως γνωστός ως μαθηματικός, αλλά είχε επίσης εκπαιδευτεί και έδειχνε έντονο ενδιαφέρον για την τέχνη. Στο *De Divina proportione* διερευνήθηκαν τα μαθηματικά της χρυσής αναλογίας. Παρ'ότι λέγεται συχνά ότι ο Pacioli υποστήριζε την εφαρμογή της χρυσής αναλογίας για να δώσει ευχάριστες, αρμονικές αναλογίες, ο Livio επισημαίνει ότι η ερμηνεία έχει προήλθε από ένα λάθος το 1799, και ότι ο Pacioli υποστήριζε πραγματικά το Βιτρούβιο σύστημα των ρητών αναλογιών. Ο Pacioli επίσης παρατήρησε θρησκευτική σημασία στην αναλογία, η οποία οδήγησε στον τίτλο του έργου του. Το *De Divina proportione* περιλαμβάνει απεικονίσεις των κανονικών στερεών από τον Leonardo da Vinci, παλιό φίλο και συνεργάτη του Pacioli

Αρχιτεκτονική και χρυσή τομή



Η πρόσοψη του Παρθενώνα, καθώς και τα στοιχεία της πρόσοψης αυτού λέγεται από κάποιους ότι οριοθετήθηκαν από ορθογώνια με χρυσές αναλογίες.[7] Άλλοι μελετητές αρνούνται ότι οι Έλληνες είχαν κάποια αισθητική συσχέτιση με τη χρυσή αναλογία. Για παράδειγμα, ο Midhat J. Gazale λέει, "...Ωστόσο, έπρεπε να φτάσουμε στον Ευκλείδη προκειμένου να μελετηθούν οι μαθηματικές ιδιότητες της χρυσής τομής. Στα Στοιχεία

(308 π.Χ.), ο Έλληνας μαθηματικός απλώς θεωρούσε τον αριθμό αυτό ως έναν ενδιαφέροντα άρρητο αριθμό, σε σχέση με τις μεσαίες και ακραίες αναλογίες.

Η εμφάνιση του σε κανονικά πεντάγωνα και δεκάγωνα ήταν δεόντως σεβαστή, καθώς επίσης και στο δωδεκάεδρο (ένα κανονικό πολύεδρο που έχει ως έδρες δώδεκα κανονικά πεντάγωνα).

Είναι πράγματι υποδειγματικό ότι ο μεγάλος Ευκλείδης, σε αντίθεση με τις γενιές των μυστικιστών που ακολούθησαν, αντιμετώπισε με νηφαλιότητα τον αριθμό αυτό για αυτό που είναι, χωρίς να προσκολλήσει σε αυτόν άλλες από τις πραγματικές του ιδιότητές." Και ο Κηθ Ντέβλιν, λέει, " Σίγουρα, ο συχνά επαναλαμβανόμενος ισχυρισμός ότι ο Παρθενώνας στην Αθήνα βασίζεται στη χρυσή αναλογία δεν υποστηρίζεται από τις πραγματικές μετρήσεις. Στην πραγματικότητα, ολόκληρη η ιστορία για τους Έλληνες και την χρυσή αναλογία φαίνεται να είναι αβάσιμη. Το μόνο πράγμα που γνωρίζουμε με βεβαιότητα είναι ότι ο Ευκλείδης, στο περίφημο βιβλίο του Στοιχεία , που γράφτηκε γύρω στο 300 π.Χ., έδειξε πώς υπολογίζεται η τιμή της χρυσής αναλογίας ". Εγγύς πηγές της εποχής, όπως ο Βιτρούβιος συζητούν αποκλειστικά αναλογίες που μπορούν να εκφραστούν σε ακέραιους αριθμούς. Ο Π. Φουτάκης μελέτησε τις διαστάσεις 15 αρχαίων ναών, 18 μνημειακών τάφων, 8 σαρκοφάγων και 58 επιτύμβιων στηλών για το διάστημα από τον 5ο αιώνα π.Χ. μέχρι τον 2ο αιώνα μ.Χ. Οι αρχαίοι ναοί αποτελούσαν το κατεξοχήν μέρος επικοινωνίας μεταξύ ανθρώπων και θεών, ενώ οι τάφοι, σαρκοφάγοι και επιτύμβιες στήλες συνδέονταν με το πέρασμα των θνητών από την υλική στην αιώνια ζωή.

Εάν η χρυσή τομή είχε οποιοσδήποτε θεϊκές, μυστικιστικές ή αισθητικές ιδιότητες, τότε οι περισσότερες από αυτές τις κατασκευές θα χαρακτηρίζονταν από τον κανόνα της χρυσής αναλογίας. Το αποτέλεσμα αυτής της πρωτότυπης έρευνας είναι ξεκάθαρο: η χρυσή τομή ήταν εντελώς απύσχα από την ελληνική αρχιτεκτονική του κλασικού 5ου αιώνα π.Χ., και σχεδόν απύσχα για τους επόμενους έξι αιώνες.

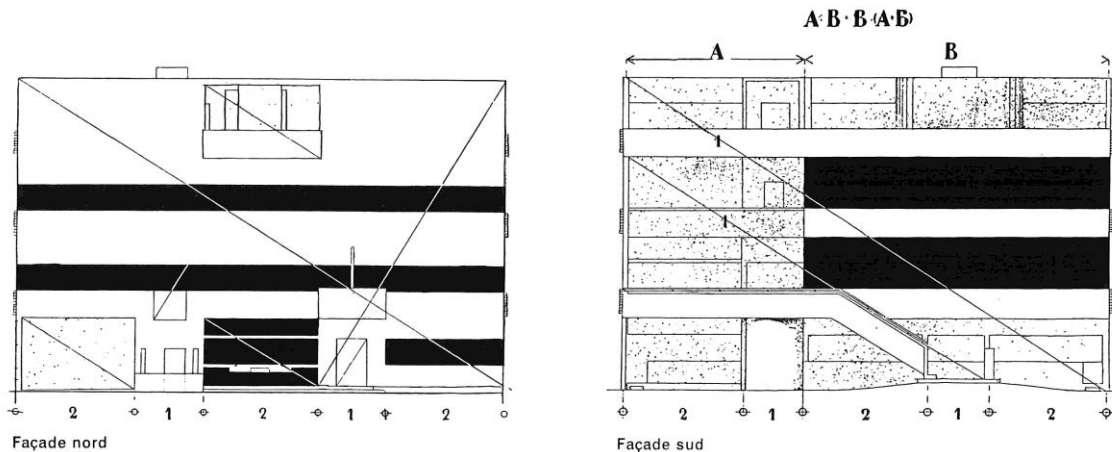
Τέσσερα σπάνια, και για αυτό πολύτιμα, παραδείγματα εφαρμογής αναλογιών χρυσής τομής εντοπίστηκαν σε ένα αρχαίο πύργο της Μεθώνης Μεσσηνίας, στο Μεγάλο Βωμό της Περγάμου (στο ομώνυμο μουσείο του Βερολίνου), σε μια επιτύμβια στήλη από την

Έδεσσα και σε ένα μνημειακό τάφο στην Πέλλα. Είναι η πρώτη φορά που παρουσιάζεται απόδειξη για εφαρμογή χρυσής τομής σε αρχαία ελληνική κατασκευή, ωστόσο, σύμφωνα με το συγγραφέα, εφαρμογή περιθωριακή η οποία υποδηλώνει ότι οι αρχαίοι Έλληνες δεν έδωσαν ιδιαίτερη σημασία στη χρυσή τομή στο χώρο της αρχιτεκτονικής.

Μία γεωμετρική ανάλυση προηγούμενης έρευνας το 2004 για το Μεγάλο Τζαμί της Καϊρουάν αποκαλύπτει μια συνεπή εφαρμογή της χρυσής αναλογίας σε όλο το σχεδιασμό, σύμφωνα με τον Boussora και τον Mazouz. Βρήκαν αναλογίες κοντά στη χρυσή στο συνολικό ποσοστό του σχεδίου καθώς και στο χώρο προσευχής και στο χώρο του δικαστηρίου . Οι συντάκτες σημειώνουν, ωστόσο, ότι οι περιοχές που βρέθηκαν να έχουν αναλογίες κοντά στην χρυσή δεν αποτελούν μέρος της αρχικής κατασκευής, και θεωρούν ότι αυτά τα στοιχεία προστέθηκαν σε μια ανακατασκευή.

Ο Ελβετός αρχιτέκτονας Λε Κορμπυζιέ, γνωστός για τη συμβολή του στο σύγχρονο διεθνές αρχιτεκτονικό στυλ, εστίασε τη φιλοσοφία του σχεδιασμού του σε συστήματα αρμονίας και αναλογίας. Η πίστη του Λε Κορμπυζιέ στη μαθηματική τάξη του σύμπαντος ήταν στενά συνδεδεμένη με τη χρυσή αναλογία και τη σειρά Φιμπονάτσι, τις οποίες περιέγραψε ως "ρυθμούς εμφανείς δια γυμνού οφθαλμού και σαφείς στις σχέσεις τους το ένα με το άλλο. Και αυτοί οι ρυθμοί βρίσκονται στη ρίζα των ανθρωπίνων δραστηριοτήτων. Αντηχούν στον άνθρωπο από οργανικό αναπόφευκτο, το ίδιο αναπόφευκτο που προκαλεί την παρατήρηση της Χρυσής Τομής από τα παιδιά, τους ηλικιωμένους, τους άγριους και τους μορφωμένους".[12]

Ο Λε Κορμπυζιέ χρησιμοποίησε ρητά τη χρυσή αναλογία στο Modulor σύστημα του για την κλίμακα της αρχιτεκτονικής αναλογίας. Είδε το σύστημα αυτό, ως συνέχεια της μακράς παράδοσης του Βιτρούβιου, του "Άνθρωπος του Βιτρούβιου" του Leonardo da Vinci, του έργου του Leon Battista Alberti, και των άλλων που χρησιμοποίησαν τις αναλογίες του ανθρώπινου σώματος για να βελτιώσουν την εμφάνιση και τη λειτουργία της αρχιτεκτονικής. Εκτός από τη χρυσή αναλογία, ο Λε Κορμπυζιέ



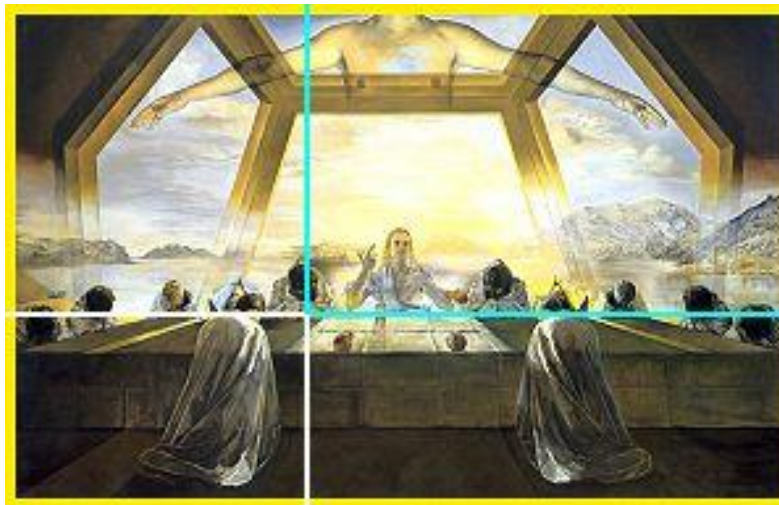
Ένας άλλος Ελβετός αρχιτέκτονας, ο Μάριο Μπότα (Mario Botta), βασίζει πολλά από τα σχέδιά του σε γεωμετρικά σχήματα. Αρκετές ιδιωτικές κατοικίες που σχεδίασε στην Ελβετία αποτελούνται από τετράγωνα και κύκλους, κύβους και κυλίνδρους. Σε ένα σπίτι που σχεδίασε στο Origlio, η χρυσή αναλογία είναι η αναλογία μεταξύ του κεντρικού τμήματος και των πλευρικών τμημάτων του σπιτιού.

Σε ένα πρόσφατο βιβλίο, ο συγγραφέας Jason Elliot εικάζει ότι η χρυσή αναλογία χρησιμοποιήθηκε από τους σχεδιαστές του Naqsh-e Jahan Square και του παρακείμενου Lotfollah τζαμιού .

(Ζωγραφική) :Ο φιλόσοφος Χάινριχ Κορνέλιους Αγκρίπα του 16ου αιώνα ζωγράφησε έναν άνθρωπο πάνω σ'ένα πεντάγραμμο μέσα σε ένα κύκλο, γεγονός που συνεπάγεται μια σχέση με τη χρυσή αναλογία. Οι εικονογραφήσεις του Λεονάρντο ντα Βίντσι στα πολύεδρα στην De divina proportione (Στην θεϊκή αναλογία) και οι απόψεις του ότι ορισμένες σωματικές αναλογίες εμφανίζουν την χρυσή αναλογία έχουν οδηγήσει ορισμένους επιστήμονες να εικάζουν ότι ενσωμάτωσε τη χρυσή αναλογία στα έργα του. Ωστόσο, η άποψη ότι στην Μόνα Λίζα , για παράδειγμα, χρησιμοποιεί χρυσή αναλογία, δεν υποστηρίζεται σε κανένα από τα κείμενα του. Ομοίως, αν και ο Άνθρωπος του Βιτρούβιου συχνά φαίνεται να είναι συνδεδεμένος με τη χρυσή

αναλογία, οι αναλογίες του σχήματος στην πραγματικότητα δεν ταιριάζουν με αυτήν την άποψη, και το κείμενο αναφέρει μόνο αναλογίες ακεραίων αριθμών.

Ο Σαλβαδόρ Νταλί, επηρεασμένος από τα έργα του Matila Ghyka, χρησιμοποίησε ρητά τη χρυσή αναλογία στο αριστούργημά του, *The Sacrament of the Last Supper* (Το Μυστήριο του Μυστικού Δείπνου). Οι διαστάσεις του καμβά είναι ένα χρυσό ορθογώνιο. Ένα τεράστιο δωδεκάεδρο, με την προοπτική τα άκρα να εμφανίζονται σε χρυσή αναλογία μεταξύ τους, αναστέλλεται πάνω και πίσω από τον Ιησού.

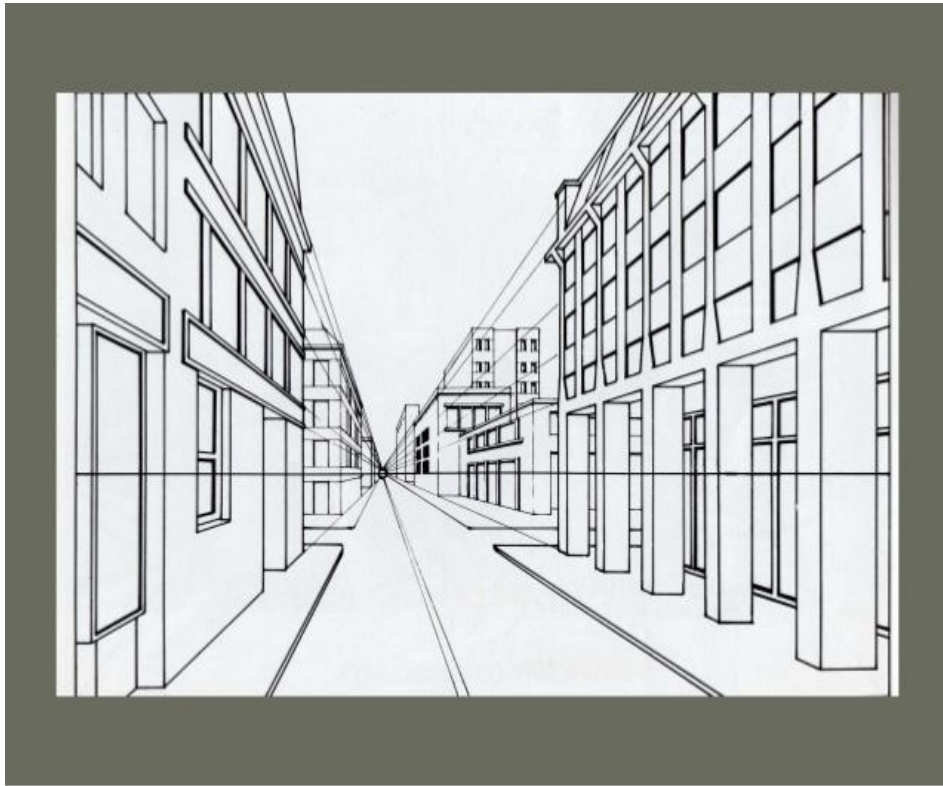


Έχει ειπωθεί ότι ο Πητ Μοντριάν έχει χρησιμοποιήσει την χρυσή τομή εκτενώς στα γεωμετρικά έργα του, αν και άλλοι εμπειρογνώμονες (συμπεριλαμβανομένων του κριτικού Yve-Alain Bois) έχουν αμφισβητήσει τον ισχυρισμό αυτό.

Σε μια στατιστική μελέτη σε 565 έργα τέχνης διαφόρων σπουδαίων ζωγράφων, η οποία διενεργήθηκε το 1999, διαπιστώθηκε ότι αυτοί οι καλλιτέχνες δεν είχαν χρησιμοποιήσει τη χρυσή αναλογία ως προς το μέγεθος των καμβάδων τους. Η μελέτη κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η μέση αναλογία των δύο πλευρών των έργων ζωγραφικής είναι 1,34, με το μέσο όρο για μεμονωμένους καλλιτέχνες να κυμαίνεται από 1,04 (Γκόγια) σε 1,46 (Μπελλίνι).

ΠΡΟΟΠΤΙΚΗ ΣΤΗΝ ΖΩΓΡΑΦΙΚΗ ΚΑΙ ΤΗΝ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ

Στη ζωγραφική ονομάζουμε προοπτική την ψευδαίσθηση του βάθους σε μια επίπεδη επιφάνεια δύο διαστάσεων όπως ο πίνακας ζωγραφικής, ώστε η εικόνα να φαίνεται περισσότερο φυσική και ρεαλιστική. Η ψευδαίσθηση αυτή επιτυγχάνεται με δυο βασικά στοιχεία, που είναι το σχέδιο και το χρώμα.



- Έτσι έχουμε γραμμική προοπτική και χρωματική προοπτική

Με τη **χρωματική προοπτική** δίνουμε την εντύπωση πως στον πίνακα υπάρχει ατμόσφαιρα που ξεθωριάζει τα αντικείμενα όσο αυτά απομακρύνονται από το μάτι μας. Δηλαδή, αν θέλουμε να κάνουμε ένα αντικείμενο να φαίνεται πιο μακριά από ένα άλλο, χαμηλώνουμε τον τόνο του, δηλαδή το ζωγραφίζουμε με αμυδρό και

αδύνατο χρώμα (ξεθωριασμένο), ενώ αυτό που βρίσκεται πιο κοντά σε μας το φτιάχνουμε με πιο έντονο χρώμα.



Η **γραμμική προοπτική** επιτυγχάνεται με την σύγκλιση όλων των υπαρκτών και νοητών γραμμών που ακολουθούν την οπτική μας ακτίνα σε ένα σημείο (σημείο φυγής) που βρίσκεται στην νοητή γραμμή του ορίζοντα.

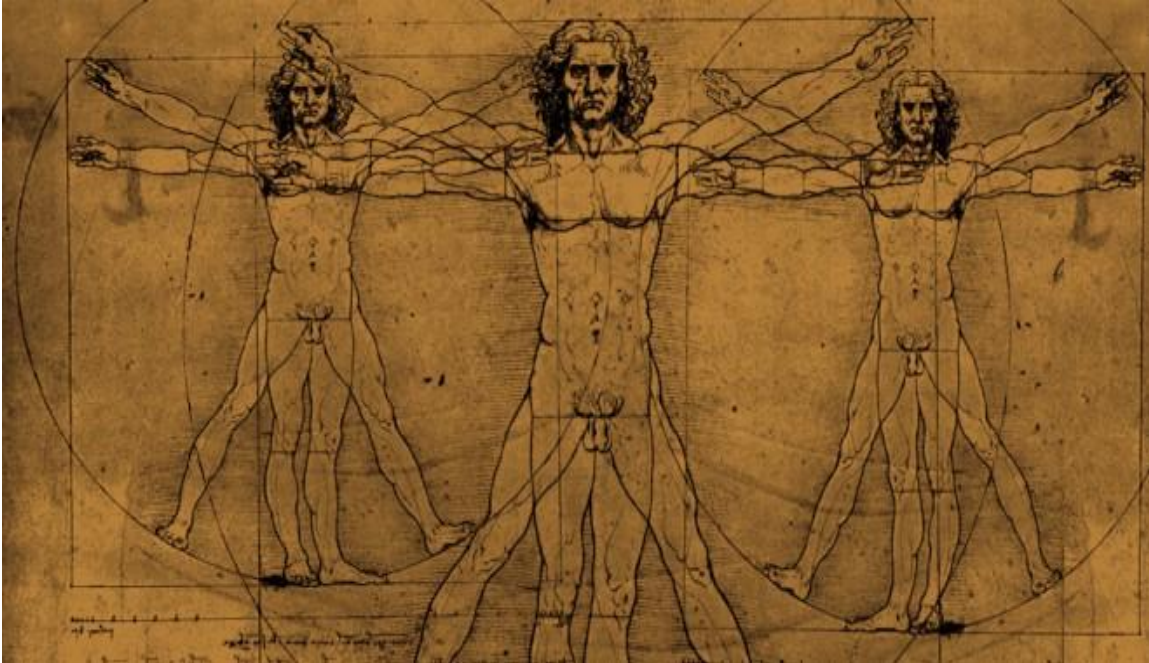


Στην πράξη αυτό φαίνεται καθαρά όταν παρατηρούμε ένα δρόμο, τον βλέπουμε να στενεύει καθώς απομακρύνεται από τα μάτια μας, ενώ τα δέντρα, τα κτήρια και τα άλλα αντικείμενα να μικραίνουν καθώς απομακρύνονται από μας

ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ ΣΤΗΝ ΖΩΓΡΑΦΙΚΗ ΚΑΙ ΤΗΝ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ

Οι αναλογίες του ανθρώπινου σώματος είναι από μόνες τους ένα θαύμα. Αυτό το ήξεραν οι αρχαίοι Έλληνες και έλεγαν, Θεός αεί γεωμετρεί και έτσι είναι. Αυτή η θεία γεωμετρία αρχίζει με το ανθρώπινο σώμα. Στα ανθρώπινα σώματα ακολουθείται επ' ακριβώς η χρυσή αναλογία, το ίδιο και στα χαρακτηριστικά των προσώπων, ακόμη και στο DNA μας.

Σύμφωνα με τις σημειώσεις του ντα Βίντσι στο συνοδευτικό κείμενο, οι οποίες είναι γραμμένες με καθρεπτιζόμενη γραφή, το σχέδιο έγινε ως μελέτη των αναλογιών του (ανδρικού) ανθρώπινου σώματος όπως περιγράφεται σε μια πραγματεία του Ρωμαίου αρχιτέκτονα Βιτρούβιου, που είχε γράψει για το ανθρώπινο σώμα



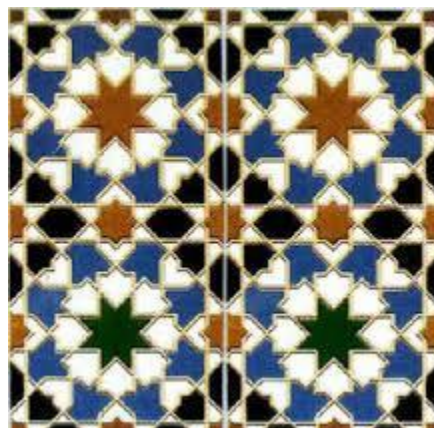
Κανόνες των Αναλογιών

- μια παλάμη έχει πλάτος τεσσάρων δακτύλων
- ένα πόδι έχει πλάτος τέσσερις παλάμες
- ένας πήχυς έχει πλάτος έξι παλάμες
- το ύψος ενός ανθρώπου είναι τέσσερις πήχεις (και άρα 24 παλάμες)
- μια δρασκελιά είναι τέσσερις πήχεις
- Το μήκος των χεριών ενός άντρα σε διάταση είναι ίσο με το ύψος του
- η απόσταση από την γραμμή των μαλλιών ως την κορυφή του στήθους είναι το ένα-έβδομο του ύψους του άνδρα
- η απόσταση από την κορυφή του κεφαλιού ως τις θηλές είναι το ένα-τέταρτο του ύψους του άνδρα

- η απόσταση από το αγκώνα ως την άκρη του χεριού είναι το ένα-πέμπτο του ύψους του άνδρα.
- η απόσταση από τον αγκώνα ως την μασχάλη είναι το ένα-όγδοο του ύψους του άνδρα
- το μήκος του χεριού είναι ένα-δέκατο του ύψους ενός άνδρα
- η απόσταση από την άκρη του πηγουνιού ως την μύτη είναι το ένα- τρίτο του μήκους του προσώπου
- η απόσταση της γραμμής των μαλλιών ως τα φρύδια είναι το ένα- τρίτο του μήκους του προσώπου
- το μήκος του αυτιού είναι το ένα- τρίτο του μήκους του προσώπου το μέγιστο πλάτος των ώμων είναι το ένα- τέταρτο του ύψους του άνδρα

ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΣΤΗ ΖΩΓΡΑΦΙΚΗ ΚΑΙ ΤΗΝ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ

Η ισλαμική διακοσμητική τέχνη είναι ανεικονική και χαρακτηρίζεται από ποικίλα πρότυπα όπως τα διακοσμητικά αραβουργήματα, τα γεωμετρικά μοτίβα (συμμετρικά σχήματα, ροζέτες).



Οι Άραβες ενδιαφέρονταν για τα μαθηματικά και την αστρονομία και ανέπτυξαν τις γνώσεις που είχαν κληρονομήσει από τους Ρωμαίους. Χρησιμοποίησαν τη γνώση των γεωμετρικών αρχών καθώς και μία έμφυτη αίσθηση του ρυθμού για να διαμορφώσουν τα πολύπλοκα και επαναλαμβανόμενα ποικίλματα της διακοσμητικής τους τέχνης. Οι Τούρκοι πρόσθεσαν στην ισλαμική διακοσμητική τέχνη μία φυσική αφαιρετική αντίληψη προσαρμοσμένη στους πολιτισμούς και στις μορφές τέχνης που συνάντησαν κατά την μεγάλη τους προέλαση από την ασιατική ενδοχώρα έως την Αίγυπτο. Τέλος, το περσικό στοιχείο στην ισλαμική τέχνη συνίσταται σε μία ιδιότυπη λυρική διάθεση και μία μεταφυσική τάση

Στον τομέα των τεχνικών κατασκευών και του βιομηχανικού design υπάρχουν αναρίθμητες δημιουργίες του ανθρώπου, μικρής ή μεγάλης κλίμακας, οι οποίες μαρτυρούν πως η κατανόηση και η διατύπωση των μαθηματικών εννοιών και των αρχών της γεωμετρίας από τον άνθρωπο, τον βοήθησε να εφαρμόσει την αρχή της συμμετρίας, η οποία τον διευκόλυνε στην κατασκευή ενός έργου. Μεγάλα τεχνικά έργα όπως γέφυρες και κτίρια, τα σχήματα του πλοίου, του αυτοκινήτου και του αεροπλάνου, ακόμα και έπιπλα ή σκεύη καθημερινής χρήσης όπως πολυθρόνες, τραπέζια, ποτήρια, πιάτα και φωτιστικά είναι μερικά παραδείγματα που αποδεικνύουν τη μεγάλη χρηστικότητα της συμμετρίας. Βέβαια, πέρα από τη χρηστικότητα, η συμμετρία βοήθησε τον άνθρωπο να εκφράσει και ιδεολογικούς συμβολισμούς όπως την επιβλητικότητα, τη μεγαλοπρέπεια και τη μνημειακότητα (N. Σιαπκίδης, κ.συν. 2000: 78).

Παρακάτω αναφέρονται τρόποι έκφρασης του ανθρώπου καλλιτέχνη που, με τη χρήση της συμμετρίας, δημιούργησε λαμπρά έργα, όπως αυτά καταγράφονται στην ιστορία της τέχνης. Από τους λαούς της Μεσοποταμίας οι Σουμέριοι (3η χιλιετία π.χ.) ήταν αυτοί που πρώτοι κατανόησαν την αρχή της συμμετρίας την οποία αποτύπωσαν σε παραστάσεις αγγείων και έργα μικροτεχνίας.

Η αγάπη των Σουμερίων προς τη συμμετρία υιοθετήθηκε αργότερα κι από άλλους γειτονικούς λαούς όπως οι Βαβυλώνιοι (2η χιλιετία π.χ.) και οι Πέρσες οι οποίοι τη χρησιμοποίησαν και σε μνημειακές κατασκευές. Η μινωική Κρήτη, αργότερα, δανείζεται την ιδέα της χρήσης της συμμετρίας από τη Μεσοποταμία, μέσω των λαών που μετακινήθηκαν από τη Μ. Ασία προς τη Μεγαλόνησο, αφήνοντάς μας κυρίως εξαιρετες τοιχογραφίες. Ο μινωικός πολιτισμός (2900-1450 π.χ.) με τη σειρά του επηρέασε το μυκηναϊκό πολιτισμό ο οποίος χρησιμοποίησε την αρχή της συμμετρίας σε μνημειακές κατασκευές αλλά και σε διακοσμητικά μοτίβα (H. Weyl, 1991: 23-27).

Η γεωμετρική τέχνη (11ος-8ος αι. π.χ.) της κεραμικής και της διακόσμησης των αγγείων χαρακτηρίζεται από τις βασικές αρχές της αναλογίας, της συμμετρίας, της ακρίβειας, της σαφήνειας και της λιτότητας, οι οποίες αποτέλεσαν τη βάση για την εξέλιξη της ελληνικής τέχνης (Α. Λαδόμματος, 2002: 34). Η συμμετρία παίζει βασικό ρόλο στην ζωγραφική, για πολλούς καλλιτέχνες.

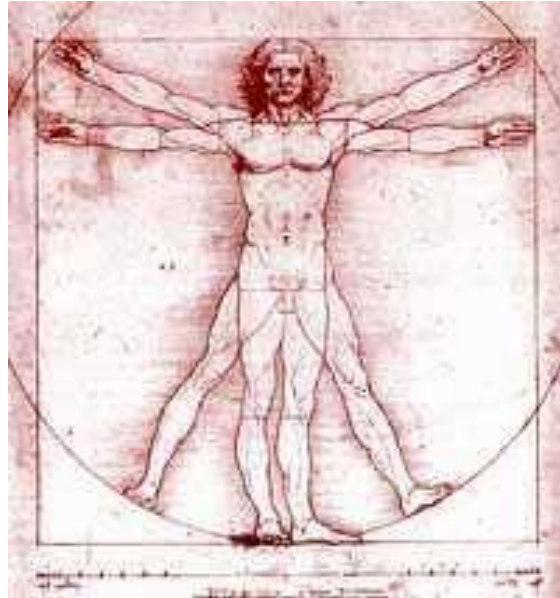
Για παράδειγμα, στο Βυζάντιο αναπτύχθηκε η θρησκευτική ζωγραφική και εικονογραφία, που κυρίως χρησίμευε για τη διακόσμηση των εκκλησιών. Οι καλλιτέχνες εκφράζουν τα θέματά τους με συμμετρική ισορροπία, με κάποια ακαμψία, με αυστηρότητα και κάποια μεγαλοπρέπεια. Αντλούν τα θέματά τους από το χριστιανικό βίο. Στη Δύση, η ζωγραφική είναι επηρεασμένη από τη βυζαντινή τέχνη. Ο Άνθρωπος του Βιτρούβιου είναι ένα ακόμα διάσημο έργο του Λεονάρντο ντα Βίντσι (1490). Απεικονίζει μία γυμνή αντρική φιγούρα σε δύο αλληλεπικαλυπτόμενες θέσεις με τα μέλη του ανεπτυγμένα και συγχρόνως εγγεγραμμένα σε ένα κύκλο και ένα τετράγωνο. Το σχέδιο και το κείμενο που το συνόδευε συχνά ονομάζονται "*Κανόνας των Αναλογιών*".

Μερικά παραδείγματα από πινάκες με συμμετρία:

Salvador Dali



Leonardo Da Vinci



Raphael



Nastagio degli Onesti



ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ

Αρχιτεκτονική είναι η τέχνη της «ικανοποίησης των ανθρωπίνων αναγκών στο χώρο μέσω σχεδιασμού μεθόδων και υλικών κατασκευών». που εφαρμόζεται ευρύτερα στην οίκηση και δόμηση του χώρου, ως εφαρμοσμένη επιστήμη της σχεδίασης και της υλοποίησης κατασκευών, όπως κτηρίων, γεφυρών και πόλεων, δίνοντας έμφαση σε ορισμένους τομείς των αναγκών αυτών, όπως στην εργονομία και στην αισθητική, στη λειτουργία, τη μορφή ή την κατασκευή τους, αναλόγως με την εποχή και τις ιδιαιτερότητες του εντολέα για τον οποίο διεξάγεται. Οι σύγχρονοι καταλλήλως καταρτισμένοι επιστήμονες καλούνται **αρχιτέκτονες μηχανικοί**, ενώ πριν την ίδρυση των ακαδημαϊκών σπουδών, ασκείτο από στρατιωτικούς μηχανικούς, μάστορες και πρωτομάστορες, φιλοσόφους, γεωμέτρους, ξυλουργούς, απλούς ανθρώπους κλπ

Θεωρία της αρχιτεκτονικής

☉ Ρωμαϊκή εποχή :

Σύμφωνα με την πιο πρώιμη μελέτη γύρω από το αντικείμενο, ο Βιτρούβιος στο έργο του *Περί αρχιτεκτονικής* βασίζει την καλή αρχιτεκτονική σε τρεις αρχές: Ομορφιά (Venustas), Σταθερότητα (Firmitas) και Ευχρηστία (Utilitas). Τονίζει ότι η αρχιτεκτονική οφείλει να εξισορροπεί και να συντονίζει με βάση αυτά τα τρία στοιχεία, χωρίς κανένα να υπερβαίνει τα άλλα. Με το έργο του ο Βιτρούβιος επηρέασε βαθύτατα καλλιτέχνες, στοχαστές και αρχιτέκτονες από την πρώιμη Αναγέννηση και έπειτα

☉ Αναγέννηση :

Η Αναγέννηση είναι μια περίοδος στην οποία συντελέστηκαν βαθιές αλλαγές στην αρχιτεκτονική. Σε κανέναν άλλο καλλιτεχνικό τομέα, κατά τη διάρκειά της, δεν έγινε τόσο αισθητή η νέα ελευθερία του δημιουργού και τόσο βαθύ το χάσμα ανάμεσα σε αυτόν και τον πελάτη, όσο στην αρχιτεκτονική. Ο αρχιτέκτονας αυτήν την περίοδο έπρεπε να έχει, ως ένα βαθμό τη μόρφωση του λογίου, να ξέρει κανόνες αρχαίων «ρυθμών», τις σωστές αναλογίες και τα μέτρα των αρχαιοελληνικών μορφολογικών χαρακτηριστικών.



Τα εγκαίνια αυτής της νέας περιόδου πραγματοποιούνται από τον Γενουζάτη Λεόν Μπατίστα Αλμπέρτι, ο οποίος με το έργο του *Περί κτιστών πραγμάτων βιβλία δέκα* ακολουθεί σε οργάνωση το προγενέστερο παράδειγμα του Βιτρούβιου, με ένα ευρύτατο περιεχόμενο. Αυτό το τελευταίο περιλαμβάνει από γραμμικά σχέδια και μελέτες γύρω από τη χρήση των χώρων και των υλικών, έως κείμενα γύρω από την αρχιτεκτονική ως «τέχνη του ωραίου» και την αναστήλωση.

© **Νεοκλασικισμός :**

Η υπερβολή της αρχιτεκτονικής γλώσσας όπως εκφράστηκε από το Ροκοκό και η εκλαΐκευση των αρχών του Διαφωτισμού, οδήγησαν τους αρχιτέκτονες του 18ου αιώνα στην αναζήτηση ενός αυθεντικού ύφους μέσα από μια ακριβή επανεκτίμηση της Αρχαιότητας



Η αναζήτηση αυτή είχε ως αποτέλεσμα στη Γαλλία ένα από τα πρώτα θεωρητικά έργα του είδους το 1758, αυτό του Ζυλιέ Νταβίντ Λε Ρουά, με τίτλο *Ερείπια Από τα πιο*

*Όμορφα Μνημεία στην Ελλάδα, που αναδεικνυε την αρχαιοελληνική αρχιτεκτονική. Στην Ιταλία αντιθέτως, το έργο του Τζοβάννι Μπατίστα Πιρανέζι *Περί της μεγαλοπρέπειας και της αρχιτεκτονικής των Ρωμαίων* το 1761, ήρθε ως απάντηση στο προηγούμενο, υποστηρίζοντας ότι οι Ετρούσκοι μαζί με τους Ρωμαίους διαδόχους τους ήταν αυτοί που εξύψωσαν το επίπεδο τελειότητας της αρχιτεκτονικής. Στην Αγγλία, η τάση αυτών των αναζητήσεων εκφράστηκε κυρίως μέσα από την διάθεση για αποφυγή της υπερβολής του Μπαρόκ: πρωτοεμφανίστηκε στη μεν «ρωμαϊκή» της εκδοχή σε μια εκ νέου έκφραση των αρχών του Αντρέα Παλάντιο στο έργο του Λόρδου Μπέρλινγκτον (1694 – 1753), στη δε «ελληνική» στο έργο *Οικιακά Έπιπλα και Διακόσμηση Εσωτερικών Χώρων* του Τόμας Χόουπ το 1807.*

ΠΡΟΟΠΤΙΚΗ (ΣΧΕΔΙΟ)

- ◎ **Προοπτική** είναι η τέχνη της προβολής μιας τρισδιάστατης εικόνας και της δημιουργίας της αίσθησης του βάθους σε μια επίπεδη επιφάνεια.

Γραμμική προοπτική

Η γραμμική προοπτική είναι μια γεωμετρική τεχνική, η οποία χρησιμοποιεί ευθείες γραμμές που δείχνουν το πώς φαίνονται τα αντικείμενα με βάση την απόστασή τους από το κοντινότερο προς το θεατή πλάνο του πίνακα. Όλες οι ευθείες που είναι κάθετες στο επίπεδο της εικόνας συγκλίνουν σ' ένα μοναδικό «σημείο φυγής». Ο Φίλιππο Μπρουνελέσκι εισήγαγε μια τεχνική για την απεικόνιση αντικειμένων καθώς αυτά «ξεμακραίνουν» προς το σημείο φυγής, και ο Λεόνε Μπατίστα Αλμπέρτι, στο «Ντε Πικτούρα» (1435), διαμόρφωσε μια ακριβή μέθοδο προοπτικής κατασκευής, που γρήγορα υιοθετήθηκε από τους Φλωρεντινούς καλλιτέχνες του 15^{ου} αιώνα. Αν και η γραμμική προοπτική ταιριάζει θαυμάσια στην απεικόνιση αρχιτεκτονημάτων, είναι λιγότερο εφαρμόσιμη

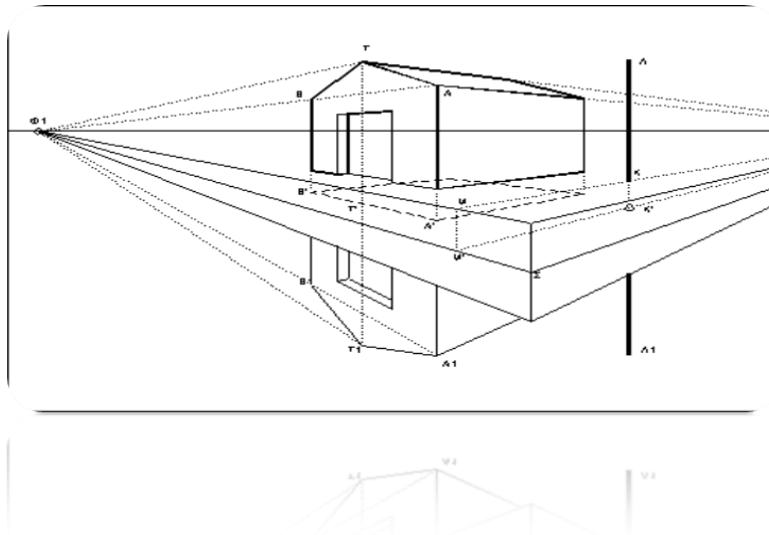
στην τοπιογραφία, εκτός αν η σύνθεση γίνεται με τέτοιο τρόπο, ώστε αυτή να προσαρμόζεται, όπως στο «Κυνήγι» (Ασμολεανό Μουσείο, Οξφόρδη), ένα ύστερο έργο του Πάολο Ουτσέλο (1397-1475).

Αιθέρια προοπτική

Ο όρος **αιθέρια προοπτική** επινοήθηκε από το Λεονάρντο ντα Βίντσι και περιγράφει την υποδήλωση της απόστασης με τη βαθμιαία διαμόρφωση του χρωματικού τόνου. Τα αντικείμενα που βρίσκονται στο βάθος, «μακριά» από το θεατή, ζωγραφίζονται με πιο ανοιχτά χρώματα, όπως ακριβώς συμβαίνει όταν κάποιος παρατηρεί ένα μακρινό σημείο του ορίζοντα σε μια μέρα με αρκετή υγρασία στην ατμόσφαιρα

Προοπτικό σχέδιο

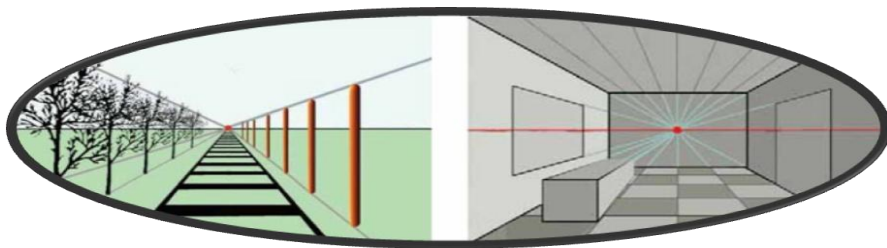
Προοπτικό σχέδιο ενός αντικειμένου είναι ένα σχέδιο του στο οποίο αποδίδονται και οι τρεις διαστάσεις του χώρου. Ένα προοπτικό σχέδιο μοιάζει πολύ με την εικόνα του αντικειμένου, όπως θα το βλέπαμε με τα μάτια μας

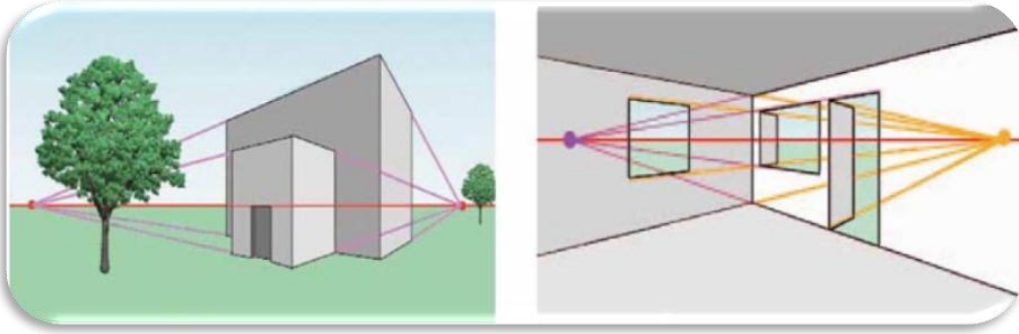


Έχουμε τη δυνατότητα να σχεδιάσουμε πολλά προοπτικά σχέδια του ίδιου αντικειμένου, όπως ακριβώς μπορούμε να το φωτογραφίσουμε από διαφορετικές θέσεις .

Όπως στην περίπτωση της φωτογραφίας η θέση και η οπτική γωνία του φακού της μηχανής ως προς το αντικείμενο προσδιορίζει το αποτέλεσμα, έτσι ακριβώς και στο προοπτικό σχέδιο η μορφή (της εικόνας) καθορίζεται από τη θέση και την οπτική γωνία ενός "παρατηρητή".

Ένα προοπτικό σχέδιο είναι σε κάθε περίπτωση μια καθαρή γεωμετρική κατασκευή. Δεν έχει τεχνικό χαρακτήρα, δηλαδή δεν παρέχει πληροφορίες τις οποίες θα μπορούσαμε να αξιοποιήσουμε κατά την κατασκευή ενός έργου. Είναι όμως μια "εικόνα" της πραγματικότητας, η οποία μπορεί να προσεγγίζει σε πολύ μεγάλο βαθμό αυτό που "βλέπει" το ανθρώπινο μάτι από μια συγκεκριμένη οπτική γωνία. Γι' αυτόν ακριβώς το λόγο το προοπτικό σχέδιο είναι ιδιαίτερα χρήσιμο στην Αρχιτεκτονική. Μας δίνει τη δυνατότητα να "δούμε", πχ., ένα κτίριο πριν καν κατασκευαστεί. Μας επιτρέπει ακόμη να το αντιληφθούμε μέσα στο πλαίσιο του χώρου που θα το περιβάλλει και να διαπιστώσουμε αν το αποτέλεσμα μας ικανοποιεί ή αν χρειάζονται αλλαγές.



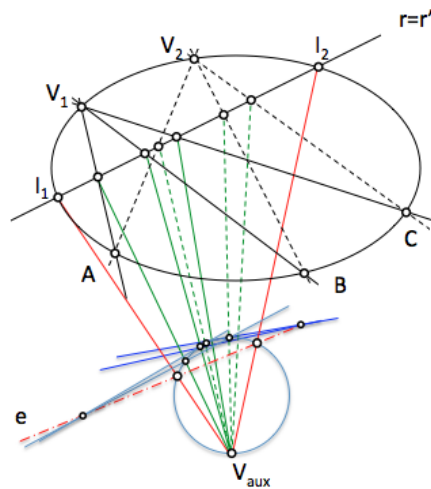


ΠΡΟΒΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΟΡΙΣΜΟΣ: Θεωρούμε ευθεία ϵ και σημείο O , μη κείμενο επί της ευθείας ϵ . Επί του επιπέδου που ορίζουν η ευθεία ϵ και το σημείο O άγεται τυχούσα ευθεία α τέμνουσα την ευθεία ϵ στο σημείο A . Μπορεί να ορισθεί αντιστοιχία μεταξύ των ευθειών α του επιπέδου π που διέρχονται διά του σημείου O και των σημείων A της ευθείας ϵ . Κατά την αντιστοιχία αυτή, στην τυχούσα ευθεία α που διέρχεται δια του σημείου O αντιστοιχεί το σημείο τομής αυτής της ευθείας με την αρχική ευθεία ϵ .

Παρατηρούμε ότι σε κάθε ευθεία α του επιπέδου π που διέρχεται διά του σημείου O , αντιστοιχεί μοναδικό σημείο A της ευθείας ϵ . Από την αντιστοιχία αυτή εξαιρείται η ευθεία που διέρχεται διά του σημείου O και είναι παράλληλη προς την ευθεία ϵ , διότι, κατά την Ευκλείδεια έννοια, οι παράλληλες ευθείες δεν τέμνονται.

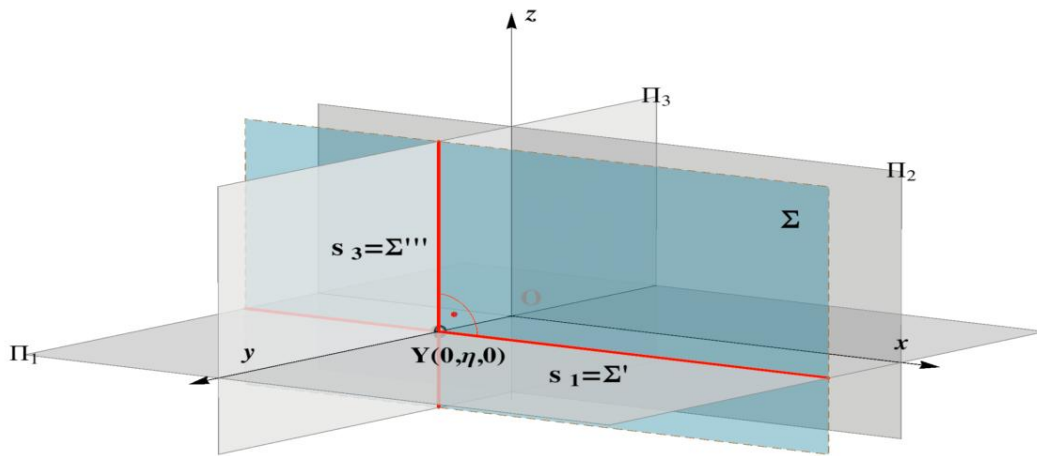
Για να αποκαταστήσουμε αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία μεταξύ των σημείων της ευθείας ϵ και των ευθειών του επιπέδου που διέρχονται διά του σημείου O , επεκτείνουμε την ευθεία ϵ , προσαρτώντας σ' αυτήν ένα κατ' εκδοχήν σημείο, τέτοιο ώστε η παράλληλη ευθεία που άγεται διά του σημείου O και η ευθεία ϵ να θεωρούμε ότι τέμνονται στο σημείο αυτό. Η ευθεία αυτή λέγεται επεκτεταμένη ευθεία και το κατ' εκδοχήν σημείο επί αυτής ονομάζεται επ' άπειρον σημείο της ευθείας ϵ .



ΠΡΟΒΟΛΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ

ΟΡΙΣΜΟΣ: στα μαθηματικά, ένας προβολικός χώρος είναι ένα σύνολο γραμμών που έχουν προέλευση από τον διανυσματικό χώρο V . Οι περιπτώσεις $V = R^2$ και $V = R^3$ σημαίνουν αντίστοιχα την προβολική γραμμή και το προβολικό επίπεδο, όπου το R υποδηλώνει το πεδίο των πραγματικών αριθμών, και κατά συνέπεια το R^2 υποδηλώνει διατεταγμένα ζεύγη πραγματικών αριθμών και το R^3 διατεταγμένες τριάδες πραγματικών αριθμών.

Η ιδέα ενός προβολικού χώρου σχετίζεται με την προοπτική, πιο συγκεκριμένα στον τρόπο που με ένα μάτι ή μια φωτογραφική μηχανή προβάλλεται μια τρισδιάστατη σκηνή σε δισδιάστατη εικόνα. Όλα τα σημεία που βρίσκονται σε μια ευθεία προβολής (δηλαδή, μια "γραμμή οπτικής επαφής") και τέμνονται με το σημείο εισόδου στον φακό της φωτογραφικής μηχανής, προβάλλονται πάνω σε ένα κοινό σημείο της εικόνας. Στην περίπτωση αυτή, ο διανυσματικός χώρος είναι R^3 με προέλευση το σημείο εισόδου στον φακό της φωτογραφικής μηχανής και ο προβολικός χώρος αντιστοιχεί στα σημεία της εικόνας.



ΤΟ ΕΠΕΚΤΕΤΑΜΕΝΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

Όλες οι ευθείες του επιπέδου, που είναι παράλληλες στην ευθεία ϵ , τέμνουν την ευθεία ϵ στο επ' άπειρον σημείο της. Δηλαδή, κάθε κλάση παραλλήλων ευθειών του επιπέδου ορίζει μοναδικό επ' άπειρον σημείο επί του οποίου τέμνονται όλα τα μέλη της κλάσης.

ΟΡΙΣΜΟΣ: Εάν θεωρήσουμε το Ευκλείδειο επίπεδο και επεκτείνουμε τις ευθείες του, προσαρτώντας σε κάθε μία εξ αυτών, ή ακριβέστερα σε κάθε κλάση παραλλήλων ευθειών, το επ' άπειρον σημείο της, αποκτάμε ένα επίπεδο το οποίο καλείται επεκτεταμένο επίπεδο ή επίπεδο του Desargues.

ΘΕΩΡΗΜΑ: Επί του επεκτεταμένου επιπέδου, όλα τα επ' άπειρον σημεία του κείνται επί μιας ευθείας, η οποία λέγεται επ' άπειρον ευθεία του επιπέδου. Διότι, εάν προς στιγμήν υποθέσουμε ότι όλα τα επ' άπειρον σημεία δεν κείνται επί ευθείας, τότε η ευθεία που θα όριζαν δύο εξ αυτών θα έφερε δύο επ' άπειρον σημεία, σε αντίθεση

προς τον ορισμό, ότι δηλαδή στην τυχούσα ευθεία προσαρτάται μοναδικό επ' άπειρον σημείο. Μπορούμε να επαναλάβουμε αυτήν την πρόταση ως εξής: Κάθε ευθεία του επεκτεταμένου επιπέδου θα έχει είτε ένα ακριβώς επ' άπειρο σημείο ή όλα τα σημεία της είναι επ' άπειρον σημεία, οπότε η ευθεία αυτή είναι η επ' άπειρον ευθεία του επιπέδου.

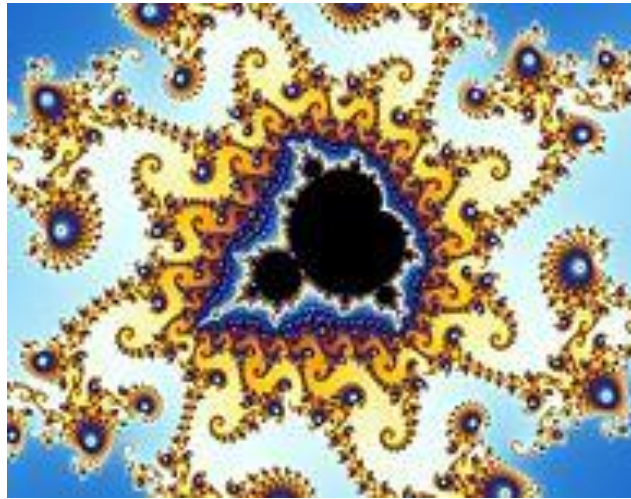
ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΤΕΧΝΗ ΚΑΙ ΜΟΝΤΕΡΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

FRACTALS

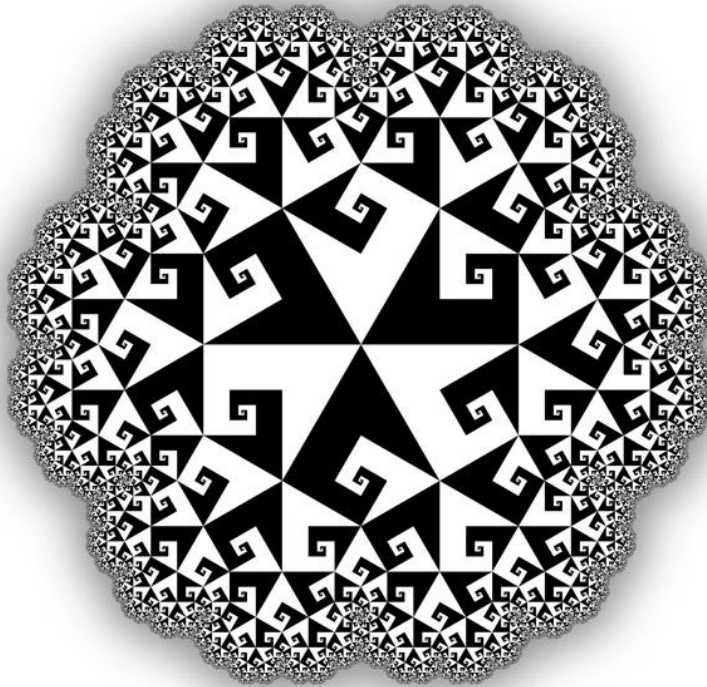
Με τον διεθνή όρο φράκταλ στα Μαθηματικά, τη Φυσική αλλά και σε πολλές επιστήμες ονομάζεται ένα γεωμετρικό σχήμα που επαναλαμβάνεται αυτούσιο σε άπειρο βαθμό μεγέθυνσης, κι έτσι συχνά αναφέρεται σαν "απείρων περίπλοκο". Το φράκταλ παρουσιάζεται ως "μαγική εικόνα" που όσες φορές και να μεγεθυνθεί οποιοδήποτε τμήμα του θα συνεχίζει να παρουσιάζει ένα εξίσου περίπλοκο σχέδιο με μερική ή ολική επανάληψη του αρχικού. Χαρακτηριστικό επομένως των φράκταλ είναι η λεγόμενη *αυτο-ομοιότητα* σε κάποιες δομές τους, η οποία εμφανίζεται σε διαφορετικά επίπεδα μεγέθυνσης.

Τα φράκταλ σε πολλές περιπτώσεις μπορεί να προκύψουν από τύπο που δηλώνει αριθμητική, μαθηματική ή λογική επαναληπτική διαδικασία ή συνδυασμό αυτών. Η πιο χαρακτηριστική ιδιότητα των φράκταλ είναι ότι είναι γενικά περίπλοκα ως προς τη μορφή τους, δηλαδή εμφανίζουν ανωμαλίες στη μορφή σε σχέση με τα συμβατικά γεωμετρικά σχήματα. Κατά συνέπεια δεν είναι αντικείμενα τα οποία μπορούν να οριστούν με τη βοήθεια της ευκλείδειας γεωμετρίας. Αυτό υποδεικνύεται από το ότι τα φράκταλ, όπως έχει αναφερθεί παραπάνω, έχουν λεπτομέρειες, οι οποίες όμως γίνονται ορατές μόνο μετά από μεγέθυνσή τους σε κάποια κλίμακα.

Για να γίνει αντιληπτός αυτός ο διαχωρισμός των φράκταλ σε σχέση με την ευκλείδεια γεωμετρία, αναφέρουμε ότι, αν μεγεθύνουμε κάποιο αντικείμενο το οποίο μπορεί να οριστεί με την ευκλείδεια γεωμετρία, παραδείγματος χάριν την περιφέρεια μιας έλλειψης, αυτή μετά από αλληπάλληλες μεγεθύνσεις θα εμφανίζεται απλά ως ευθύγραμμο τμήμα.



Η συμβατική ιδέα της καμπυλότητας η οποία αντιπροσωπεύει το αντίστροφο της ακτίνας ενός προσεγγίζοντος κύκλου, δεν μπορεί ωφέλιμα να ισχύσει στα φράκταλ επειδή αυτή εξαφανίζεται κατά τη μεγέθυνση. Αντίθετα, σε ένα φράκταλ, θα εμφανίζονται κατόπιν μεγεθύνσεων λεπτομέρειες που δεν ήταν ορατές σε μικρότερη κλίμακα μεγέθυνσης

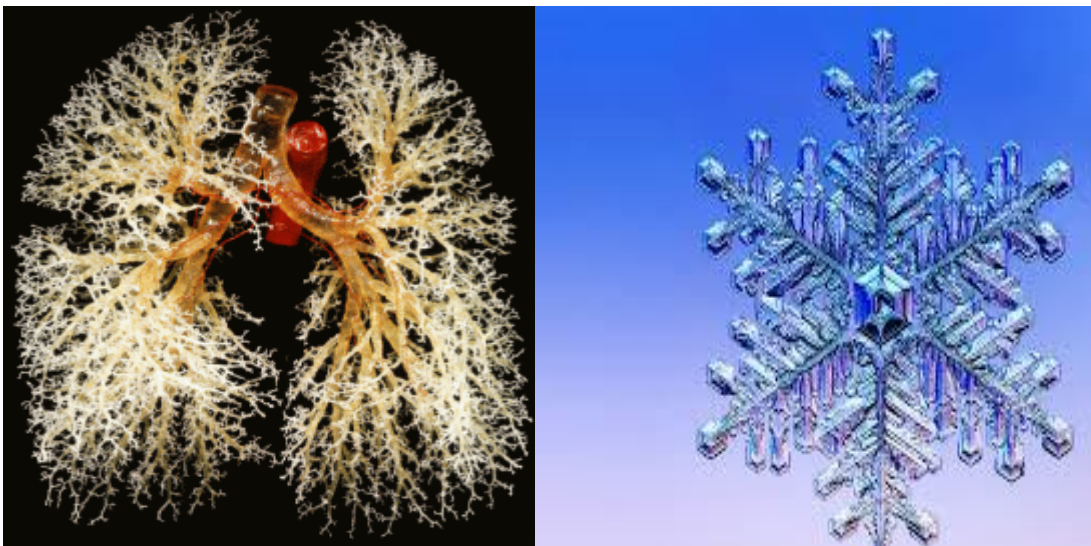


Φράκταλ απαντώνται και στη φύση, χωρίς όμως να υπάρχει άπειρη λεπτομέρεια στη μεγέθυνση όπως στα φράκταλ που προκύπτουν από μαθηματικές σχέσεις. Ως παραδείγματα φράκταλ στη φύση, αναφέρονται το σχέδιο των νιφάδων του χιονιού, τα φύλλα των φυτών ή οι διακλαδώσεις των αιμοφόρων αγγείων. Ο όρος προτάθηκε από τον Μπενουά Μάντελμπροτ (*Benoît Mandelbrot*) το 1975 και προέρχεται από τη λατινική λέξη *fractus*, που σημαίνει "σπασμένος", "κατακερματισμένος".

Για να κατανοήσουμε καλύτερα την αναγκαιότητα εισαγωγής των φράκταλ αναφέρουμε το εξής παράδειγμα:

Η περίμετρος ενός νησιού εννοείται ότι είναι ορισμένη. Ωστόσο, αν χρησιμοποιήσουμε ακρίβεια ενός μέτρου για να την μετρήσουμε, θα την βρούμε μικρότερη από ότι πραγματικά είναι γιατί δεν θα μπορούσαμε να μετρήσουμε τις κοιλότητες που είναι

μικρότερες του ενός μέτρου. Αν μετρήσουμε με ακρίβεια ενός εκατοστού, πάλι θα χάσουμε ορισμένες κοιλότητες. Έτσι καταλήγουμε σε απειροστά μικρή μονάδα μέτρησης και η περίμετρος του νησιού θα γίνει άπειρη. Η επιφάνεια όμως του νησιού, η έκτασή του δηλαδή, είναι ορισμένη. Το παράδοξο αυτό, το οποίο η Ευκλείδεια Γεωμετρία αδυνατεί να εξηγήσει, αντιμετωπίζεται με τα φράκταλ.



ΚΑΛΛΙΤΕΧΝΕΣ 20ου ΑΙΩΝΑ

Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΣΚΕΨΗ ΚΑΙ Η ΕΠΙΡΡΟΗ ΤΗΣ ΣΤΗΝ ΤΕΧΝΗ

Ο 20ος αι. είδε Μαθηματικές συνεργασίες άνευ προηγουμένου μεγέθους και πεδίου εφαρμογής, είδε τα μαθηματικά να γίνονται ένα σημαντικό επάγγελμα. Κάθε χρόνο, χιλιάδες νέα διδακτορικά στα μαθηματικά απονεμήθηκαν, και οι θέσεις εργασίας ήταν διαθέσιμες τόσο στη διδασκαλία όσο και στη βιομηχανία.

Σε μια ομιλία 1900 λέξεων στο Διεθνές Συνέδριο των Μαθηματικών, ο Ντάβιντ Χίλμπερτ καθόρισε ένα κατάλογο 23 άλυτων προβλημάτων των μαθηματικών. Τα προβλήματα αυτά, που εκτείνονται σε πολλούς τομείς των μαθηματικών, σχηματίζουν μια κεντρική εστίαση για ένα μεγάλο μέρος των μαθηματικών του 20ου αιώνα. Σήμερα, 10 έχουν λυθεί, 7 εν μέρει επιλυθεί, και 2 είναι ακόμη ανοικτά. Τα υπόλοιπα 4 είναι υπερβολικά χαλαρά σχεδιασμένα για να δηλωθούν ως λυμένα ή όχι.

Αξιοσημείωτες ιστορικές εικασίες τελικά αποδείχθηκαν. Το 1976, ο Wolfgang Haken και Kenneth Appel χρησιμοποίησε ηλεκτρονικό υπολογιστή για να αποδείξει το θεώρημα των τεσσάρων χρωμάτων. Ο Άντριου Γουάιλς, με βάση τις εργασίες των άλλων, απέδειξε το τελευταίο θεώρημα του Φερμά το 1995. Ο Paul Cohen και ο Κουρτ Γκέντελ απέδειξαν ότι η υπόθεση της συνεχούς είναι ανεξάρτητη της (δε μπορούσε ούτε να αποδειχθεί ούτε διαψεύδεται από τα τυποποιημένα αξιώματα της θεωρίας συνόλων

Η διαφορική γεωμετρία αναπτύχθηκε, όταν ο Αϊνστάιν την χρησιμοποίησε στη γενική σχετικότητα. Ολόκληροι νέοι τομείς των μαθηματικών, όπως η μαθηματική

λογική , τοπολογία και τη θεωρία παιγνίων του Τζον φον Νόιμαν άλλαξαν τα είδη των ερωτήσεων που θα μπορούσαν να απαντηθούν με μαθηματικές μεθόδους.

Όλα τα είδη δομών αντλούνται με αξιώματα και έχουν ονόματα όπως μετρικοί χώροι τοπολογικοί χώροι κ.λπ. Όπως κάνουν οι μαθηματικοί , η έννοια της αφηρημένης δομής ήταν αφαιρετικά η ίδια και οδήγησε στην κατηγορία της θεωρίας των Grothendieck και Serre που αναδιατύπωσαν την αλγεβρική γεωμετρία χρησιμοποιώντας κομμάτια θεωρίας. Μεγάλη πρόοδος σημειώθηκε στην ποιοτική μελέτη των δυναμικών συστημάτων που Poincaré που είχε αρχίσει από το 1890. Η Θεωρία του Μέτρου αναπτύχθηκε στα τέλη του 19ου και στις αρχές του 20ου αιώνα. Οι εφαρμογές των μέτρων περιλαμβάνουν το ολοκλήρωμα Lebesgue ,το axiomatisation Kolmogorov της θεωρία των πιθανοτήτων , και η ergodic θεωρία. Η θεωρία επεκτάθηκε σε σημαντικό βαθμό. Η Κβαντομηχανική οδήγησε στην ανάπτυξη της λειτουργικής ανάλυσης. Άλλες νέες περιοχές περιλαμβάνουν, τη θεωρία Laurent Schwartz της διανομής, το σταθερό σημείο θεωρίας, τη μοναδικότητα της θεωρίας και τη θεωρία καταστροφής René Thom , το μοντέλο της θεωρίας , και fractals του Mandelbrot . Η θεωρία Lie με Lie ομάδες και άλγεβρες έγινε ένας από τους σημαντικότερους τομείς της μελέτης

Η ανάπτυξη και η συνεχής βελτίωση των υπολογιστών, αρχικά στις μηχανικές αναλογικές μηχανές και, στη συνέχεια, στις ψηφιακές ηλεκτρονικές συσκευές , επέτρεψε τη βιομηχανία να ασχοληθεί με όλο και με μεγαλύτερες ποσότητες δεδομένων για τη διευκόλυνση της μαζικής παραγωγής, της διανομής και της επικοινωνίας , καθώς και τη δημιουργία νέων τομέων των μαθηματικών για την ενασχόληση με αυτό: Η Θεωρία υπολογισιμότητας του Άλαν Τούρινγκ: η θεωρία της πολυπλοκότητας, η Χρήση του Derrick Henry Lehmer της ENIAC για περαιτέρω Θεωρία Αριθμών και η δοκιμή του Lucas - Lehmer, η Θεωρία της πληροφορίας του Claude Shannon, η επεξεργασία σήματος: ανάλυσης δεδομένων, η βελτιστοποίηση και σε άλλους τομείς της.

Το παράδειγμα του καλλιτέχνη Έσερ

Ο **Μάουριτς Κορνέλις Έσερ** (ολλανδικά: **Maurits Cornelis Escher**) (17 Ιουνίου 1898 – 27 Μαρτίου 1972) ήταν Ολλανδός εικαστικός καλλιτέχνης. Εκτός από το σχέδιο και τη γραφιστική ο Έσερ, δούλεψε επίσης με τις τεχνικές της ξυλογραφίας, της λιθογραφίας και της χαλκογραφίας.

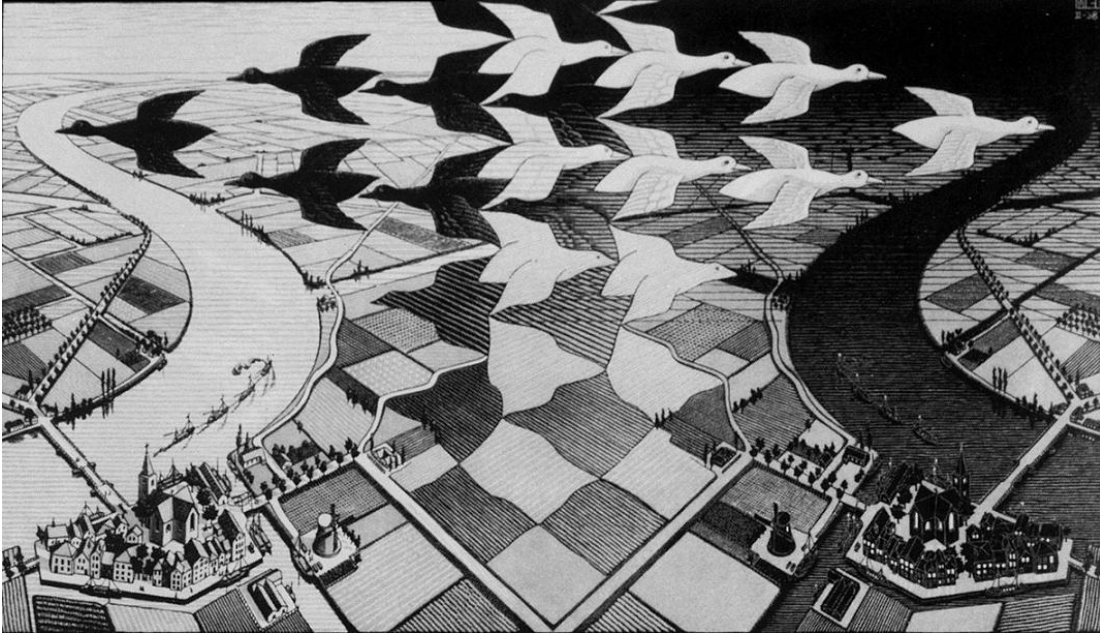
Κύριο στοιχείο της τέχνης του Έσερ είναι η απεικόνιση αδύνατων γραφικών παραστάσεων (ανθρώπων, ζώων, αντικειμένων κτλ.), οι οποίες δημιουργούν την ψευδαίσθηση του απείρου, δηλαδή της ατελείωτης δημιουργίας σχεδίων ή οι «αδύνατες» παραδοξολογικές κατασκευές (κτίρια). Αυτή η ιδιαιτερότητα των σχεδίων του οφείλεται στην επιρροή που δέχτηκε ο Έσερ από τα μαθηματικά -με τα οποία παραδόξως δεν τα πήγε ποτέ καλά στο σχολείο- και ιδιαίτερα από αρχές της προβολικής γεωμετρίας, όπως και από τα πορίσματα και τις προτάσεις της μη Ευκλείδειας γεωμετρίας. Παρά το γεγονός ότι ο Έσερ δεν είχε μαθηματική εκπαίδευση - η κατανόηση που είχε για τα μαθηματικά ήταν οπτική και διαισθητική - η δουλειά του περιείχε έντονα το μαθηματικό στοιχείο. Πολλοί από τους κόσμους που είχε κατασκευάσει περιελάμβαναν αδύνατα αντικείμενα, όπως ο Κύβος του Νέκερ και το τρίγωνο του Πένροουζ. Σε αρκετά έργα ο Έσερ χρησιμοποίησε επαναλαμβανόμενες επικαλύψεις συνθέτοντας ψηφιδωτά.

Οι μαθηματικοί και οι επιστήμονες εκτιμούν ιδιαίτερα την τεχνοτροπία του Έσερ, καθώς χρησιμοποιεί πολύεδρα και γεωμετρικές παραμορφώσεις. Για παράδειγμα στο έργο του "*Βαρύτητα*", πολύχρωμες χελώνες βγάζουν τα κεφάλια τους μέσα από ένα ψηφιδωτό δωδεκάεδρο.

Η μαθηματική επιρροή στα έργα του προέκυψε γύρω στο 1936, όταν ταξίδεψε στη Μεσόγειο με την Ναυτική Εταιρεία "*Άδρια*". Άρχισε να ενδιαφέρεται για την τάξη και τη συμμετρία. Ο Έσερ περιγράφει το ταξίδι του στη Μεσόγειο ως «*την πλουσιότερη πηγή έμπνευσης που έχει ποτέ συναντήσει*».

Μετά από το ταξίδι του στην Αλάμπρα, ο Έσερ προσπάθησε να βελτιώσει τα έργα τέχνης των Μαυριτανών χρησιμοποιώντας γεωμετρικά πλέγματα ως βάση των σχεδίων του, τα οποία στη συνέχεια επικάλυψε με πρόσθετα σχέδια, κυρίως ζώων όπως πουλιών και λιονταριών.

Οι πρώτες ενδελεχείς μελέτες στα μαθηματικά, που αργότερα τα ενσωμάτωσε σε έργα τέχνης του, ξεκίνησαν με τη δημοσιευμένη ακαδημαϊκή μελέτη του Τζορτζ Πόλυα, πάνω σε ομάδες συμμετρίας του επιπέδου, που την παρέλαβε από τον αδερφό του, Μπέρντ Τζορτζ Έσερ. Αυτή η δημοσίευση τον ενέπνευσε να κατανοήσει την έννοια των 17 ομάδων συμμετρίας επιπέδου. Χρησιμοποιώντας αυτήν την μαθηματική έννοια, ο Έσερ δημιούργησε περιοδικές επικαλύψεις με 43 χρωματιστά σχέδια διαφόρων τύπων συμμετρίας. Από το σημείο αυτό ανέπτυξε μια μαθηματική προσέγγιση στην έκφραση της συμμετρίας στα έργα τέχνης του. Ξεκινώντας το 1937, δημιούργησε ξυλογραφίες με τη χρήση της έννοιας των 17 ομάδων συμμετρίας επιπέδου.



Το 1941, ο Έσερ συνόψισε τα συμπεράσματά του σε ένα τετράδιο, το οποίο ονόμασε *Regelmatische vlakverdeling in asymmetrische congruente veelhoeken* ("Η τακτική διαίρεση τομέων σε ασύμμετρα παραλληλισμένα πολύγωνα"). Η πρόθεσή του στη συγγραφή του ήταν να βοηθήσει τον εαυτό του στην ενσωμάτωση των μαθηματικών στην τέχνη. Ο Έσερ θεωρείται ένας ερευνητής μαθηματικός της εποχής του, λόγω της τεκμηρίωσης με αυτό το έγγραφο, όπου μελέτησε τη βασιζόμενη σε χρώμα διαίρεση και ανέπτυξε ένα σύστημα κατηγοριοποίησης των συνδυασμών των ιδιοτήτων των σχημάτων, του χρώματος και της συμμετρίας



Γύρω στο 1956, ο Έσερ εξερεύνησε την ιδέα της απεικόνισης του άπειρου σε ένα δισδιάστατο πεδίο. Συζητήσεις με τον Καναδό μαθηματικό Χάρολντ Σκοτ ΜακΝτόναλντ Κόξτερ πυροδότησαν το ενδιαφέρον του Έσερ στις υπερβολικές ψηφιδοθετήσεις, οι οποίες είναι κανονικές επικαλύψεις της υπερβολικής γεωμετρίας. Οι ξυλογραφίες του Έσερ "Όριο Κύκλου 1-4" επιβεβαιώνουν αυτή την έννοια. Το 1959 ο Κόξτερ δημοσίευσε το εύρημά του ότι αυτά τα έργα ήταν εκπληκτικά ακριβή. «Ο Έσερ το πέτυχε ακριβώς στο χιλιοστό»

«ΠΗΓΕΣ»

- ❖ <https://el.wikipedia.org>
- ❖ Google εικόνες
- ❖ Βιβλία
- ❖ <http://ebooks.edu.gr/modules/ebook/show.php/DSGL-C119/48/345,1380>
- ❖ <http://www.mathbooks.gr/kartafractal>