

ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΕΣ VS ΜΗ ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΕΣ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΕΣ

Η γεωμετρία του Ευκλείδη, που όλοι διδασκόμαστε στα σχολεία μας, μερικές φορές στέκει ανίκανη να περιγράψει τα ευρύτερα συμπαντικά φαινόμενα. Γνωρίζετε, όμως, ότι υπάρχουν κι άλλες γεωμετρίες, μη Ευκλείδειες;

Η πιο ριζοσπαστική εξέλιξη, που άλλαξε τη διαλεκτική ανάπτυξη από τον 19^ο αιώνα, ήταν οι μη Ευκλείδειες γεωμετρίες, δηλαδή η ανακάλυψη ότι το μοντέλο της Ευκλείδειας γεωμετρίας δεν είναι αυτό που ερμηνεύει με τον καλύτερο τρόπο τις ιδιότητες του χώρου που μας περιβάλλει.

Η Ευκλείδεια γεωμετρία βασίζεται στο βιβλίο «Στοιχεία» του Ευκλείδη. Τον όρο «Στοιχεία» οι Αρχαίοι Έλληνες τον απέδιδαν σε κάθε σύστημα μαθηματικών προτάσεων και θεωρημάτων που βασιζόταν σε αξιώματα. Ο Ευκλείδης κατάφερε με πέντε αιτήματα να θεμελιώσει λογικά το σύνολο των μέχρι τότε γεωμετρικών γνώσεων. Το τελευταίο από τα πέντε αιτήματα ήταν το περίφημο αίτημα των παραλλήλων, σύμφωνα με το οποίο από κάθε σημείο εκτός μιας ευθείας μπορεί να διέρχεται μόνο μία ευθεία παράλληλη προς την αρχική.

Το 5^ο αίτημα του Ευκλείδη μπήκε στο στόχαστρο πολλών μαθηματικών, αφού πίστευαν ότι δεν μπορεί να μην αποδεικνύεται μια πρόταση για την οποία η αντίστροφή της αποδεικνύεται σχετικά εύκολα. Έτσι τους έγινε έμμονη ιδέα ότι θα μπορούσαν να το αποδείξουν.

Ο πρώτος που κατανόησε το γεγονός ότι η γεωμετρία της φύσης μπορεί να είναι διαφορετική από την Ευκλείδεια ήταν ο Gauss (1777-1855) που έφτασε στο συμπέρασμα ότι η άρνηση του 5^{ου} αιτήματος μπορεί να οδηγήσει σε μια λογικά συνεπή θεωρία που ονόμασε μη Ευκλείδεια γεωμετρία.

Διάσημοι μαθηματικοί και για πολλούς αιώνες, από τον Πτολεμαίο (135-51 π.Χ.) μέχρι τον G.S. Klugel το 1763 μ.Χ. δεν κατάφεραν να αποδείξουν το 5^ο αίτημα. Έτσι η μαθηματική σκέψη στράφηκε προς την ιδέα της αντικατάστασής του, διατηρώντας ακέραια τα τέσσερα άλλα αξιώματα. Η ιδέα που επικράτησε ήταν να αντικατασταθεί το 5^ο αίτημα από την άρνηση του 5^{ου} αιτήματος σημαίνει ότι: Από σημείο εκτός ευθείας άγονται είτε τουλάχιστον δύο παράλληλες προς αυτήν, είτε καμία.

Αυτό οδήγησε στη δημιουργία νέων γεωμετριών αντίθετων της Ευκλείδειας. Αυτές οι γεωμετρίες ήταν η υπερβολική και η ελλειπτική.

Η υπερβολική γεωμετρία θεμελιώθηκε από τους Nicolai Ivanovich Lobatchevsky (1793- 1856), Farkas Bolyai (1775-1856) και Karl Freidrich Gauss (1777-1855). Κύριο χαρακτηριστικό της είναι ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι μικρότερο των 180^ο.

Η ελλειπτική γεωμετρία με θεμελιωτές τους Gauss και Felix Klein έχει ως κύριο χαρακτηριστικό ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι μεγαλύτερη των 180^ο.

Από ό,τι φαίνεται η αντιπαράθεση ανάμεσα στην Ευκλείδεια και στις μη Ευκλείδειες γεωμετρίες εξακολουθεί να υφίσταται και όπως φαίνεται θα συνεχίσει να υφίσταται για αρκετά ακόμα χρόνια. Και ποιος ξέρει; Ίσως το μέλλον μας επιφυλάσσει εκπλήξεις και νέες γεωμετρίες με την εξέλιξη της μαθηματικής σκέψης...

Πάντως, ένα είναι βέβαιο... όπως η ζωή, έτσι και τα μαθηματικά... εξελίσσονται!

Λιάκου Ελένη-Λυμπέρη Νάσια Β3'

