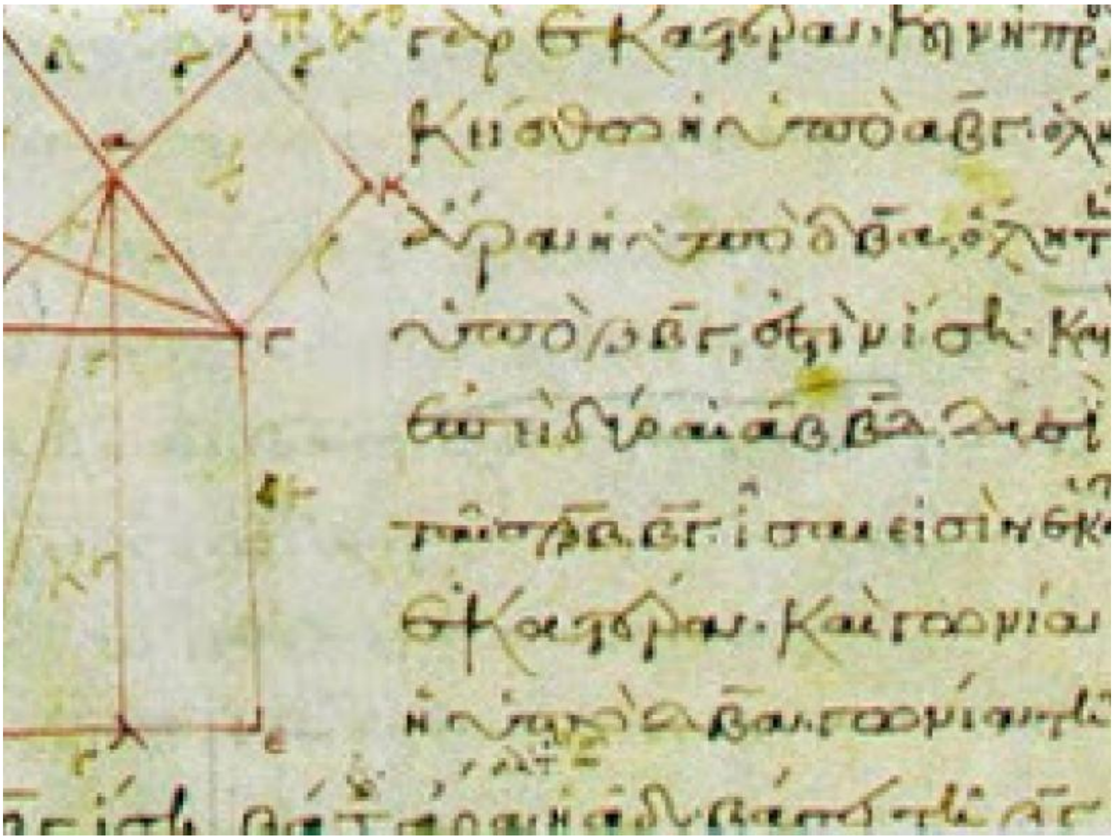
ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ



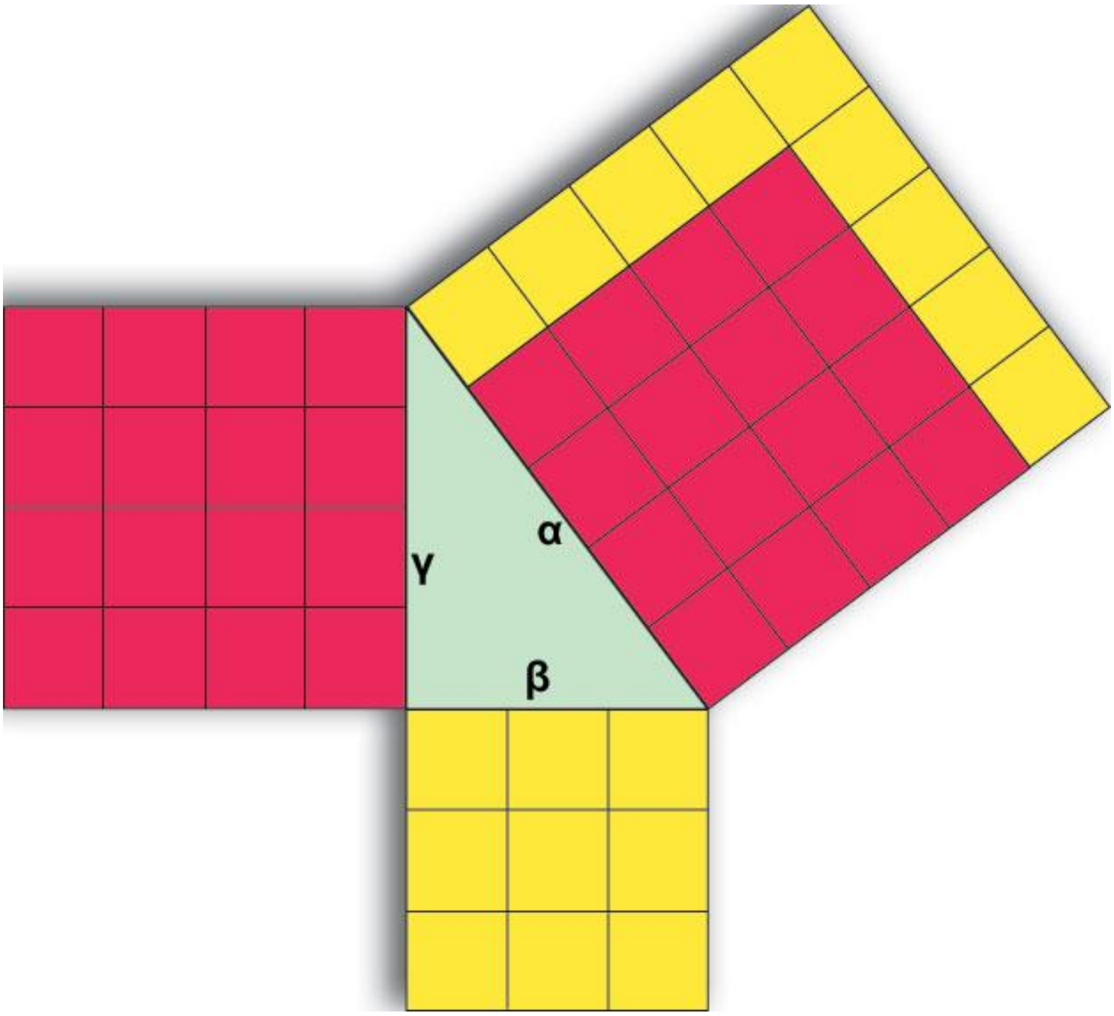
Το **Πυθαγόρειο θεώρημα** ή **θεώρημα του Πυθαγόρα** στα μαθηματικά, είναι σχέση της ευκλείδειας γεωμετρίας ανάμεσα στις πλευρές ενός ορθογώνιου τριγώνου.

Σύμφωνα με το Πυθαγόρειο Θεώρημα, που εξ ονόματος αποδίδεται στον αρχαίο Έλληνα φιλόσοφο Πυθαγόρα: «*ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.*». Δηλαδή: «**το τετράγωνο της υποτείνουσας** (της πλευράς που βρίσκεται απέναντι από την ορθή γωνία) **ενός ορθογώνιου τριγώνου ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο καθέτων πλευρών**».

Το θεώρημα μπορεί να γραφεί ως εξίσωση συσχετίζοντας τα μήκη των πλευρών α, β και γ, που ονομάζεται πυθαγόρεια εξίσωση

$$\boldsymbol{\beta^2 + \gamma^2 = \alpha^2}$$

, (όπου β και γ τα μήκη των δύο κάθετων πλευρών και α το μήκος της υποτείνουσας).



Τη παραπάνω αρχαία διατύπωση της πρότασης του εν λόγω θεωρήματος παρέχει ο Ευκλείδης στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* Γεωμετρίας του (47η πρόταση) με σχετική απόδειξη που κατά παράδοση οφείλεται στον Πυθαγόρα, ο οποίος κατ' άλλη, επίσης αρχαία, παράδοση, μετά την ανακάλυψή του αυτή θυσίασε προς τους θεούς εκατόμβη, γι' αυτό και το θεώρημα αυτό ονομάσθηκε «Εκατόμβη» ή «Θεώρημα εκατόμβης».

Αν και το θεώρημα σήμερα φέρει το όνομα του Έλληνα μαθηματικού Πυθαγόρα (570 π.Χ.- 495 π.Χ.), από ιστορικές έρευνες φαίνεται ότι είχε διατυπωθεί και νωρίτερα (ως εμπειρική παρατήρηση). Υπάρχουν αποδείξεις ότι Βαβυλώνιοι μαθηματικοί είχαν κατανοήσει τον τρόπο λειτουργίας του θεωρήματος, αν και δεν υπάρχει σχεδόν καμία απόδειξη ότι το χρησιμοποίησαν σε μαθηματικά πλαίσια. Μαθηματικοί από την Μεσοποταμία, την Ινδία και την Κίνα είναι επίσης γνωστοί για το ότι είχαν ανακαλύψει το αποτέλεσμα του θεωρήματος αποδεικνύοντας το, επιπλέον, σε συγκεκριμένες περιπτώσεις.

Το θεώρημα έχει μεγάλο αριθμό αποδείξεων, πιθανότατα μεγαλύτερο από κάθε άλλο μαθηματικό θεώρημα. Οι αποδείξεις είναι ευθείες και το σύνολο τους συμπεριλαμβάνει τόσο γεωμετρικές όσο και αλγεβρικές αποδείξεις, κάποιες από της οποίες χρονολογούνται αρκετές χιλιετίες πριν. Το θεώρημα μπορεί να γενικευτεί με πολλούς τρόπους, σε χώρους μεγαλύτερης διάστασης, σε μη Ευκλείδειους χώρους, σε μη ορθογώνια τρίγωνα ή ακόμα και σε ν-διάστατα στερεά.

Ισχύει και το **αντίστροφο Πυθαγόρειο Θεώρημα:** ότι δηλαδή, αν ισχύει η παραπάνω σχέση μεταξύ των πλευρών ενός τριγώνου, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

Το Πυθαγόρειο Θεώρημα είναι ίσως το πιο γνωστό θεώρημα στον απέραντο κόσμο των μαθηματικών. Μια απλή σχέση τετραγωνικών αριθμών, που κρύβει μέσα της συνοψισμένη όλη την αίγλη της μαθηματικής επιστήμης.

Όχι επειδή μέσω της λιτής μορφής του διαφαίνονται σκοτεινοί και απρόσιτοι κανόνες των αριθμών και των σχημάτων, αλλά διότι έχει την μοναδική ικανότητα να «μαγεύει» ακόμα και τους πλήρως μαθηματικά απαίδευτους. Δεν είναι τυχαίο άλλωστε το γεγονός ότι διδάσκεται μόλις στην Β” Γυμνασίου.

Ο παιδαγωγικός ρόλος αυτού του εκπληκτικού επινοήματος του Πυθαγόρα δεν έχει αρχή και τέλος. Τα μόνα προαπαιτούμενα που χρειάζεται η κατανόηση του είναι η έννοια της ορθής γωνίας, του τετραγώνου ενός αριθμού και της εξίσωσης. Αυτά τα τρία βασικά «συστατικά» συνθέτουν μια έκρηξη πληροφοριών δημιουργημένη δια μαγείας, σχεδόν εκ του μηδενός. «Το τετράγωνο της υποτείνουσας (της πλευράς που βρίσκεται απέναντι από την ορθή γωνία) ενός ορθογώνιου τριγώνου ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών» λέει η σύγχρονη έκφραση του Πυθαγορείου, ελαφρώς παραλλαγμένη από αυτήν που συνέλαβε πριν 2.500 χρόνια ο τετραπέρατος νους του αρχαίου μαθηματικού. Ένα μαθηματικό ντόμινο ακολούθησε. Το Πυθαγόρειο Θεώρημα διέγειρε την φαντασία όλων των επιστημόνων. Από την στιγμή που αποδείχθηκε το Πυθαγόρειο Θεώρημα, ξεκίνησε μια καινούργια εποχή για τα μαθηματικά.

Τα μυστικά που αποκάλυπτε αυτή η σχέση δεν είχαν τελειωμό, ενώ έπρεπε να περάσουν χιλιάδες χρόνια ώστε να ολοκληρωθεί το μαθηματικό ντόμινο που επέφερε. Η αρχή έγινε με την μελέτη του πιο απλού ορθογωνίου τριγώνου, με δύο πλευρές ίσες με 1. Η τρίτη πλευρά του τριγώνου, που ισούται με την τετραγωνική ρίζα του 2, είχε άγνωστες, μυστήριες ιδιότητες για τους μαθηματικούς της εποχής. Ένας άρρητος, μη μετρήσιμος αριθμός ερχόταν για πρώτη φορά τόσο «κοντά» με τους επιστήμονες, ενώ πλέον μπορούσε να γραφτεί και να υπολογιστεί κανονικά, με κανόνα και διαβήτη.

Η σκέψη πως υπάρχουν και άλλοι αριθμοί, πέραν των φυσικών και των ρητών, είχε ενσκήψει στα μυαλά των μαθηματικών, κάνοντας τους να διερωτώνται, να εξετάζουν και να φιλοσοφούν την ύπαρξη αυτών των περίεργων αρρήτων αριθμών. Το επόμενο κομμάτι του ντόμινο έπεσε όταν οι μαθηματικοί άρχισαν να περιεργάζονται τις «πυθαγόρειες τριάδες», που αντιστοιχούσαν στα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου. Τι κοινό έχει η τριάδα (3,4,5) με την (8,15,17);

Και οι δύο ικανοποιούν την γνωστή εξίσωση $\boldsymbol{\beta^2 + \gamma^2 = \alpha^2}$, δημιουργώντας ορθογώνια τρίγωνα. Παράλληλα όμως, αποτελούνται από αριθμούς που είναι πρώτοι μεταξύ τους.

Η Θεωρία Αριθμών, οι μεταγενέστερες «Διοφαντικές Εξισώσεις» και γενικά η μελέτη των πρώτων αριθμών είχαν βρει το τέλειο σκαλοπάτι ώστε να πατήσουν και να ανεγερθούν.

Υπάρχουν 1000+1 λόγοι να αγαπήσει κανείς το θεώρημα που άλλαξε την μαθηματική ιστορία. Θα ήταν αδύνατο να προσπαθήσει κανείς να περιγράψει αναλυτικά τις επιδράσεις που είχε η μεγαλοφυής ιδέα του Πυθαγόρα στην μετέπειτα ιστορία των μαθηματικών.
Οι περισσότερες από 370 διαφορετικές αποδείξεις του θεωρήματος, δείχνουν με τον πιο εμφανή τρόπο το τεράστιο επιστημονικό φάσμα που εμπεριέχεται σε ένα απλό ορθογώνιο τρίγωνο.

Μαίρη Ραυτοπούολου

Τμήμα Β3

Πηγές:

https://www.alfavita.gr

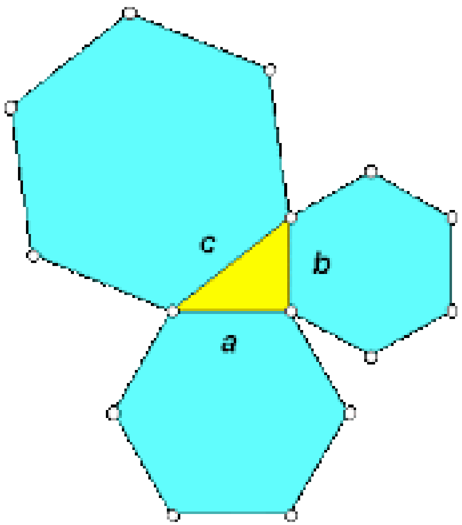
https://el.wikipedia.org/

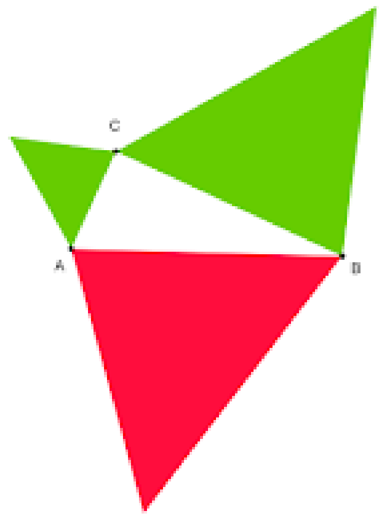
Πυθαγό ρειο θεώ ρημα

Το θεώρημα μπορεί να γραφεί ως εξίσωση συσχετίζοντας τα μήκη των πλευρών α,β και γ, που ονομάζεται πυθαγόρεια εξίσωση:

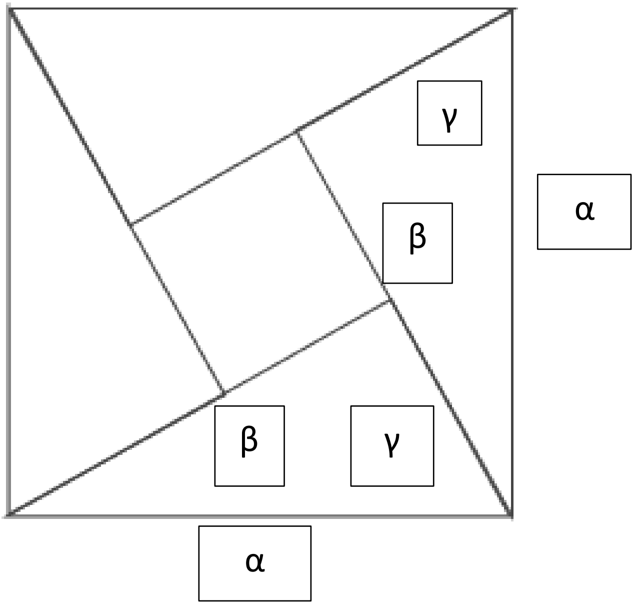
Το θεώρημα μπορεί να γραφεί ως εξίσωση συσχετίζοντας τα μήκη των πλευρών α,β και γ, που ονομάζεται πυθαγόρεια εξίσωση:γ2+β2=α2(όπου β και γ είναι τα μήκη των κάθετων πλευρών και το α τι μήκος της υποτείνουσας)

Το θεώρημα ισχύει για όλες τις όμοιες μορφές που θα τοποθετηθούν στις πλευρές του ορθ. τριγώνου. Είτε είναι τετράγωνα ή μηνίσκοι, είτε τρίγωνα, πεντάγωνο, είτε δράκοι...





Απόδειξη πυθαγόρειου θεωρήματος κατά Bashkara



Στο σχήμα βλέπουμε; 4 ίσα ορθογώνια τρίγωνα ,ένα μεγάλο τετράγωνο και ένα μικρό τετράγωνο

Πλευρά μικρού τετραγώνου :β-γ

Ε μικρού τετραγώνου:$(\beta - \gamma)^2 = \beta^2+\gamma^2-2\beta\gamma$

Ε ορθογώνιου τριγώνου: (β x γ): 2

Ε τεσσάρων ίσων τριγώνων: 4 x (β x γ): 2 = 2βγ

Άρα: Ε μεγάλου τετραγώνου:$\alpha^2=\beta^2+\gamma^2-2\beta\gamma+2\beta\gamma=$

$= \alpha^2=\beta^2+\gamma^2-\cancel{2\beta\gamma}+\cancel{2\beta\gamma}=$

$= \boldsymbol{\alpha^2=\beta^2+\gamma^2}$

Ιωάννα Σπαντιδέα Β΄3

Πηγη:http://users.sch.gr/gkont2/pythagoreio.html