

A 1.5 ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

1. Να βρεθούν τα αποτελέσματα:

i. $(x - 4\alpha)^2$

ii. $(x^2 - \psi) \cdot (\psi + x^2)$

iii. $(2x^2 + 3\psi)^2$

iv. $(-x-1) \cdot (x-1)$

v. $(x^2 + x + 1) \cdot (x^2 - x - 1)$

vi. $(\alpha - x + \beta - \psi) \cdot (\alpha + x + \beta + \psi)$

vii. $(-x^2 - 4\psi^2)^2$

viii. $(-3x + 5\psi) \cdot (3x + 5\psi)$

ix. $\left(\frac{\alpha^2}{2} + 2\alpha\beta\right)^2$

x. $(4 - x + \beta - \psi) \cdot (4 - x - \beta + \psi)$

2. Να βρεθούν τα τετράγωνα:

i. $x^2 - 2x\psi + \psi^2 = (\dots \dots \dots)^2$

ii. $\psi^2 + 25 + 10\psi = (\dots \dots \dots)^2$

iii. $4\alpha^2 - 20\alpha\beta + 25\beta^2 = (\dots \dots \dots)^2$

iv. $9\alpha^2 + 6\alpha\beta + \beta^2 = (\dots \dots \dots)^2$

v. $x^8 + 2x^4 + 1 = (\dots \dots \dots)^2$

3. Να συμπληρωθούν τα κενά:

i. $25x^2 + 1 + \dots = (\dots + \dots)^2$

ii. $2x^4 + 4 - \dots = (\dots - \dots)^2$

iii. $49\alpha^6 + \dots + \dots = (\dots + \beta^4)^2$

iv. $64x^2 - \dots = (\dots - 3\psi) \cdot (\dots + 3\psi)$

v. $(\dots + 2\kappa)^2 = \dots + 2\kappa + \dots$

4. Να γίνουν οι πράξεις:

i. $(x-2)^2 - (x+1) \cdot (x-1) - 2x \cdot (x-1)$

ii. $(x\psi-1)^2 - (x\psi+1) \cdot (x\psi-1) - 5 \cdot (x\psi-1)$

iii. $(2\alpha-\beta)^2 - (2\beta+\alpha) \cdot (\alpha-2\beta) - 4\alpha \cdot (\alpha-\beta) - 4\beta^2$

iv. $(x+1) \cdot (x-1) \cdot (x^2+1) \cdot (x^4+1)$

v. $(3x+5) \cdot (3x-5) \cdot (9x^2+25)$

5. Να γίνουν οι πράξεις:

- i) $(\chi + 2)^2 - (\chi + \psi) \cdot (\psi - 2)$
- ii) $(\chi + 2\psi)^3 - 6\psi \cdot (\psi + \chi) \cdot (\chi - \psi) - \psi \cdot (3 - 6\psi - \chi^2)$
- iii) $(x - 1)^3 - 2x \cdot (x - 1)^2 + (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 2)$
- iv) $(3x - 1)^3 - 4x \cdot (3x - 2)^2 - (6 + 2x) \cdot (2x - 6) + 20x^3 + 4x$
- v) $[(2\alpha - 3\beta)^2 - (2\alpha - \beta) \cdot (2\alpha + \beta)]^2 - \beta^2 \cdot (10\beta - 4\alpha)^2$
- vi) $-2\chi \cdot (\chi - 1)^2 - [3\chi \cdot (2\chi - 1) - (\chi + 3)^2 - (\chi - 2) \cdot (5\chi - 7)] - 6\chi^2$
- vii) $(\chi^2 + \chi + 1)^2 - 2\chi^2 \cdot (\chi - 3)^2 - 5\chi \cdot (3\chi^2 - 7) + 8\chi^2$
- viii) $(\alpha - \beta - 1)^2 - (\alpha + \beta) \cdot (\beta - \alpha) - 2\alpha \cdot (\alpha - \beta)$

6. Να αποδείξετε ότι :

- i) $(\alpha^2 + 4) \cdot (\chi^2 + 1) - (\alpha\chi + 2)^2 = (2\chi - \alpha)^2$
- ii) $2\alpha \cdot (\alpha + 1) \cdot (1 - \alpha) \cdot (\alpha^2 + 1) + (1 - \alpha)^2 - \alpha^2 \cdot (\alpha^2 - 1) = 2\alpha^2$
- iii) $(\chi - 1)^2 - \chi \cdot (\chi^3 + \chi - 2) + (\chi + 1) \cdot (\chi - 1) \cdot (\chi^2 + 1) = 0$
- iv) $(x - 4) \cdot (x + 4) + (x - 4)^2 + (x^2 - 1) + 2 \cdot (4x + 1) = 3x^2 + 1$
- v) $(\alpha^2 + \beta^2)^2 + 4\alpha\beta \cdot (\alpha^2 - \beta^2) = (\alpha^2 - \beta^2 + 2\alpha\beta)^2$
- vi) $\chi \cdot (\chi - 3\psi)^2 + \psi \cdot (\psi - 3\chi)^2 = (\chi + \psi)^3$
- vii) $\psi \cdot (\psi - \chi) \cdot (\chi + \psi) - (3\psi - 1)^2 - \psi \cdot (3 - 6\psi - \chi^2) = (\psi - 1)^2$
- viii) $(\alpha + \beta + \gamma)^2 + (\alpha - \beta)^2 + (\beta - \gamma)^2 + (\gamma - \alpha)^2 = 3 \cdot (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)$
- ix) $(\alpha + \beta + \gamma)^2 + (\alpha - \beta - \gamma)^2 - (\alpha + \beta - \gamma)^2 - (\alpha - \beta + \gamma)^2 = 8\beta\gamma$
- x) $(2\chi + \psi)^2 + (\psi + 1)^2 + (1 + 2\chi)^2 = (2\chi + \psi + 1)^2 + 4\chi^2 + \psi^2 + 1$

7. Να γίνουν οι πράξεις: $(2\chi - 1)^3 - 3\chi \cdot (1 - \chi)^2 - (5 + 2\chi) \cdot (2\chi - 5)$ και στο τελικό αποτέλεσμα να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης για $\chi = -2$

8. Αν $\alpha = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ και $\beta = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $2\alpha^2 - 5\alpha\beta + 2\beta^2 - 10$

9. Αν $\chi = \frac{\beta}{2} \cdot \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right)$ και $\psi = \frac{\beta}{2} \cdot \left(\alpha - \frac{1}{\alpha} \right)$ να αποδείξετε ότι : $\chi^2 - \psi^2 = \beta^2$

10. Να αποδείξετε ότι : $\left[\frac{\chi \cdot (\chi + 1)}{2} \right]^2 - \left[\frac{\chi \cdot (\chi - 1)}{2} \right]^2 = \chi^3$