

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Έννοια της εξίσωσης: Εξίσωση με έναν άγνωστο λέμε *μια ισότητα* η οποία *περιέχει αριθμούς και έναν άγνωστο γράμμα*.

Οι όροι που περιέχουν τον άγνωστο λέγονται *άγνωστοι όροι* ενώ οι υπόλοιποι όροι λέγονται *γνωστοί*.

Σε μια εξίσωση η παράσταση που γράφεται **πριν** το ίσον λέγεται **1^ο μέλος** και η παράσταση που γράφεται **μετά** το ίσον λέγεται **2^ο μέλος** της εξίσωσης.

Λέμε ότι ένας αριθμός *επαληθεύει* την εξίσωση όταν βάζοντας (*αντικαθιστώντας*) τον αριθμό αυτό *στη θέση του αγνώστου* προκύπτει *ισότητα που αληθεύει*. Ο αριθμός που επαληθεύει την εξίσωση λέγεται *λύση ή ρίζα* της εξίσωσης.

- Αν μια εξίσωση *δεν έχει λύση* λέγεται **αδύνατη**.
- Αν μια εξίσωση *επαληθεύεται για όλες τις τιμές του αγνώστου* λέγεται **αόριστη ή ταυτότητα**.

Επίλυση εξισώσεων: Λέγεται η διαδικασία που κάνουμε για να βρούμε τις λύσεις μιας εξίσωσης. Η επίλυση μιας εξίσωσης βασίζεται στην εξής ιδέα.: Αν δυο ποσότητες είναι ίσες και τις μεταβάλλουμε και τις δυο με τον ίδιο τρόπο, τότε οι δυο νέες ποσότητες που προκύπτουν είναι πάλι ίσες. (Επομένως μπορούμε **να προσθέτουμε, πολ/με, διαιρούμε και τα δυο μέλη** μιας εξίσωσης με τον ίδιο **μη μηδενικό αριθμό**)

Η διαδικασία της επίλυσης:

1. Αν υπάρχουν **παρενθέσεις** στην αρχή, τότε τις **απαλείφουμε πρώτες**. **Μετά απαλείφουμε τους παρονομαστές** (αν υπάρχουν) **πολλαπλασιάζοντας όλους τους όρους** της εξίσωσης με το **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των παρονομαστών** και κάνοντας απλοποίηση.
2. **Απαλείφουμε τις παρενθέσεις** που προέκυψαν, με την χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας.
3. **Χωρίζουμε αγνώστους από γνωστούς** (μεταφέρουμε τους **αγνώστους όρους** στο 1^ο μέλος και τους γνωστούς όρους στο 2^ο μέλος της εξίσωσης, προσέχοντας **αν ο όρος αλλάζει μέλος να αλλάζει και το πρόσημο** του)
4. **Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων** (προσθέτουμε τους αγνώστους του 1^{ου} μέλους και τους αριθμούς του 2^{ου} μέλους)
5. **Διαιρούμε και τα δυο μέλη της εξίσωσης με το συντελεστή του αγνώστου** (δηλαδή με τον αριθμό που είναι πολλαπλασιασμένος ο άγνωστος)

Επίλυση τύπων: Τύπους που συνδέουν διάφορα μεγέθη βρίσκουμε συχνά στη Φυσική, Γεωμετρία κ.λ.π. Τα διάφορα μεγέθη παριστάνονται ως μεταβλητές. Αν γνωρίζουμε τις τιμές των μεταβλητών πλην μιας, μπορούμε να βρούμε και την τιμή της άγνωστης μεταβλητής. (επιλύουμε τον τον τύπο ως προς το άγνωστο μέγεθος)

Λύση προβλημάτων με εξισώσεις:

- ✓ Διαβάζουμε με προσοχή το πρόβλημα για να καταλάβουμε πια είναι τα δεδομένα και ποια τα ζητούμενα μεγέθη του προβλήματος
- ✓ συμβολίζουμε με μια μεταβλητή (συνήθως ένα x) ένα από τα ζητούμενα μεγέθη
- ✓ Με τη βοήθεια της μεταβλητής αυτής συμβολίζουμε και τα υπόλοιπα μεγέθη του προβλήματος
- ✓ Δημιουργούμε την εξίσωση
- ✓ Λύνουμε την εξίσωση και ελέγχουμε την λύση

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

a. $\frac{2x}{3} - 11 = 20 - \frac{x}{5} - \frac{x-10}{4}$ $x=30$

b. $\frac{1}{2}(x-4) - \frac{1}{3}(2x-3) + \frac{1}{4}(x+4) = 0$ $x=0$

c. $\frac{1}{2}\left(2x + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} - 2x\right) = \frac{1}{4}(2x+1)$ $x = \frac{3}{14}$

d. $3(x+2) = 6 + 3x$ Ταυτότητα

e. $2(x+1) = 2x + 5$ Αδύνατη

2. Τα $\frac{3}{5}$ ενός αριθμού είναι κατά 4 μεγαλύτερα από το $\frac{1}{3}$ του. Να βρείτε τον αριθμό.

(Απ:15)

3. Ένα ισοσκελές τρίγωνο έχει περίμετρο 37 cm. Να βρείτε τις πλευρές του, αν η βάση του είναι κατά 3 cm μικρότερη από το διπλάσιο καθεμιάς από τις ίσες πλευρές.

(Απ:17,10,10)

4. Ένας πατέρας έχει διπλάσια ηλικία από το γιό του. Μετά από 10 χρόνια ο γιός θα είναι όσων χρόνων ήταν ο πατέρας του πριν από 18 χρόνια. Πόσων χρόνων είναι ο καθένας σήμερα;

(Ο πατέρας 56, ο γιος 28)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

1. Να γράψετε συμβολικά:

Το τριπλάσιο ενός αριθμού,
το διπλάσιο του ελαττωμένο κατά 6,
δυο διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς,
έναν άρτιο φυσικό αριθμό, έναν περιττό φυσικό αριθμό,
το μισό ενός αριθμού αυξημένο κατά 3,
την περίμετρο ενός ορθογωνίου αν η μεγάλη του πλευρά είναι 5,
την περίμετρο ενός ρόμβου,
την περίμετρο ενός ισοσκελούς τριγώνου με άνιση πλευρά ίση με 2,
την περίμετρο ενός ισόπλευρου τριγώνου.

2. Να γράψετε συμβολικά:

την ηλικία του Κώστα αν είναι 5 χρόνια μεγαλύτερος από το Νίκο,
την περίμετρο ενός τετράγωνου με γνωστή πλευρά, την πλευρά ενός ισόπλευρου τριγώνου με
περίμετρο 2τ,
ένα κλάσμα με αριθμητή μεγαλύτερο κατά 2 από τον παρονομαστή,
το άθροισμα δυο διαδοχικών αρτίων, το άθροισμα δυο διαδοχικών φυσικών,
το άθροισμα δυο διαδοχικών περιττών

3. Με τη βοήθεια μιας μεταβλητής γράψε συμβολικά τα κάτω:

Από ένα αριθμό αφαιρούμε το διπλάσιο του και κατόπιν προσθέτουμε τα $\frac{3}{4}$ του παλιού
αριθμού, Ο Δημήτρης έχει 150 δρχ. λιγότερες από τον Νίκο,
Ο Νίκος έχει 5 κάρτες περισσότερες από το $\frac{1}{3}$ αυτών που έχει ο Κώστας.

4. Να εκφράσεις συμβολικά:

Τον έναν από τους δυο αριθμούς που έχουν γινόμενο 20 όταν ο άλλος είναι ο χ,
Το γινόμενο δυο αριθμών που διαφέρουν κατά 10,
ένα φυσικό αριθμό ο οποίος όταν διαιρείται με το 5 αφήνει υπόλοιπο 3.

5. Να δημιουργήσεις τις εξισώσεις:

Το άθροισμα δυο διαδοχικών αριθμών είναι 20,
δυο αριθμοί διαφέρουν κατά 5 και έχουν λόγο $\frac{2}{3}$,
αν τριπλασιάσουμε τα χρήματα της Ελένης και αφαιρέσουμε από αυτά 1000 δρχ θα βρούμε
περισσότερες 500 δρχ από όσες έχει,
το άθροισμα δυο αριθμών όταν ο ένας είναι διπλάσιος από τον άλλο είναι 45,
ο Κώστας έχασε 3 αυτοκινητάκια και τώρα έχει τα $\frac{3}{4}$ αυτών που είχε πρώτα,
ένα περιττός αριθμός αυξημένος κατά 9 ισούται με το διπλάσιο του επόμενου του άρτιου.

6. α) Να παραστήσεις με μια μεταβλητή 4 διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς,
β) αν οι παραπάνω αριθμοί έχουν άθροισμα 90 να σχηματίσεις εξίσωση

7. Λύστε τις εξισώσεις:

$$-3\chi+15=-4\chi-3,$$

$$2(3\chi-1)=3\chi-2,$$

$$-3(\chi-2)=4\chi+3(4-\chi),$$

$$7-\frac{x-8}{2}=\frac{x-5}{3}-\frac{x-4}{4},$$

$$\frac{x+4}{5}=\frac{2+x}{3},$$

$$3(2+\chi)-\frac{x+1}{2}=3\chi-2+\frac{3-2x}{4},$$

$$\frac{1}{2}\cdot\left(2x-\frac{1}{3}\right)-\frac{2x}{3}=\frac{1}{6}+\frac{x-1}{3}$$

8. Δίνεται η εξίσωση όπου χ ο άγνωστος και a ρητός αριθμός. Ποια πρέπει να είναι η τιμή του a

$$\text{για να επαληθεύεται η εξίσωση για } \chi=3 \quad (2a+1)\cdot x + \frac{a}{3}\cdot x = -2(a+x) - (a+1)$$

9. Λύστε τις εξισώσεις:

$$2(3\omega+4)+5(3\omega-5)=3(\omega-7)+8,$$

$$-10+24(y+2)+2(5y+9)-y=-8(y+2)+3,$$

$$x+3+3(x+2)=9-2x$$

10. Επίσης τις:

$$0 \cdot x = 5,$$

$$0 \cdot x = 0,$$

$$3\cdot(x+1)=5-(-3x+2),$$

$$\frac{1}{2}(x-2)-(-x-3)=\frac{1}{3}(x-2x)+(-x+2),$$

$$\frac{1}{5}\cdot x - 2x = \frac{x}{15} + 3x$$

11. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$2\chi=4,$$

$$6\chi=0,$$

$$2\chi=0,$$

$$5\chi=-25,$$

$$-8\chi=2,$$

$$-\chi=9,$$

$$-\chi=-9,$$

$$4\chi+3=8,$$

$$4\chi-7=-2,$$

$$-2\chi+3=3,$$

$$-2\chi-5=-9,$$

$$-7\chi+2=3\chi+2,$$

$$2\omega-4=-3\omega+4,$$

$$1.5\phi-2.3=-2.3+4\phi,$$

$$-5(-2\chi+1)=45,$$

$$2(3\chi+3)=4-\chi,$$

$$\chi+3=\chi+3,$$

$$4(\chi+1)=5-(-2\chi+7),$$

$$-2(-3\chi+3)=6\chi(4-9)-7\chi,$$

$$4\chi-1=2(2\chi+4)+3,$$

$$-2(2\chi-1)+5=11-4(\chi+1)$$

12. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\frac{x+1}{2} = \frac{1}{5},$$

$$\frac{x}{2} = \frac{x+1}{3},$$

$$x+3 = -\frac{x}{4},$$

$$\frac{2x-4}{2} = 5x,$$

$$\frac{3x+1}{2} - x = \frac{6x-4}{7},$$

$$\frac{x+1}{3} = \frac{2x-9}{4} - \frac{1}{6},$$

$$\frac{x-6}{2} - \frac{4}{3} = \frac{x+1}{9} + 1,$$

$$\frac{3x-8}{4} - \frac{1}{2} = \frac{7x+3}{10} - \frac{x}{2},$$

$$\frac{\alpha+3}{2} - \frac{2 \cdot (\alpha+1)}{3} = \alpha - 5,$$

$$\frac{4\alpha}{5} - 3 = \frac{7 \cdot (\alpha-3)}{10} + \frac{2}{5},$$

$$\frac{x-2}{2} + \frac{x-2}{4} + \frac{x-2}{7},$$

$$\frac{2x-3}{2} - \frac{-3x-1}{4} = \frac{3-x}{4} - 1,$$

$$\frac{2 \cdot (x+1)}{3} - \frac{x}{2} = \frac{x+2 \cdot (x+2)}{6} - \frac{x}{3},$$

$$\frac{x+5}{2} + 2 = \frac{2 \cdot (x+7)+1}{10} - 9,$$

$$3 \cdot [2 \cdot (x+5) - 1] - x + 2 \cdot (x+6) = 20x,$$

$$2 \cdot [x+3 \cdot [-(x+1)+2]] = 5 \cdot (x+1),$$

$$3 \cdot \left(1 + \frac{2x}{3}\right) - 6 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{9}\right) = 9 \cdot \left(\frac{-(-4x+3)}{6} - \frac{3}{2}\right) + 8$$

13. Αν λ είναι η τιμή της παράστασης $(-1)^{100} + (-1)^{101} + (-1)^{102}$ να λύσετε τις εξισώσεις :

$$\lambda \cdot \chi = 1, \quad (\lambda+1)\chi = 0, \quad (\lambda+1)\chi = \lambda$$

14. Δίνεται η εξίσωση $(3\lambda+1) \cdot \chi - \lambda \cdot \chi + 5 = 5 \cdot \lambda \cdot \chi - 12$ όπου λ είναι γνωστός ρητός αριθμός

και χ ο άγνωστος. Ποια πρέπει να είναι η τιμή του λ για να επαληθεύεται η εξίσωση για $\chi=1$

15. Να βρείτε τον ρητό α ώστε η εξίσωση $(\alpha-3)\chi=6$ να είναι αδύνατη

16. Να βρείτε τον αριθμό λ ώστε η εξίσωση $\frac{\lambda-1}{2} \cdot \chi + \frac{1}{3} = \frac{\chi+1}{3}$ να είναι αόριστη

17. Λύστε την εξίσωση $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)^{-2} - (-2)^{-1} \cdot (x-1) = \left(\frac{-3}{2}\right)^3 \cdot x - \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} + 2^{-3}$

18. Ο τύπος $V = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma$ του όγκου ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου να λυθεί ως προς β

19. Λύστε τον τύπο ως προς B : $E = \frac{b+B}{2} \cdot u$

20. Λύστε τον τύπο ως προς F_1 : $F = F_1 + F_2$

Λύση προβλημάτων με εξισώσεις

1. Να βρείτε 3 διαδοχικούς αριθμούς που να έχουν άθροισμα 84.
2. Ο αριθμός 100 να χωριστεί σε δύο αριθμούς τέτοιους ώστε ο μεγαλύτερος αυξημένος κατά 5 να ισούται με το εξαπλάσιο του μικρότερου.
3. Ένα ψυγείο πωλείται στις εκπτώσεις 126000 δρχ. Αν η έκπτωση είναι 30% ποια η αρχική τιμή του ψυγείου;
4. Κατέθεσε κάποιος στην τράπεζα 220000 δρχ. και πήρε σε ένα χρόνο κεφάλαιο 257400 δρχ. Πόσο ήταν το επιτόκιο ;
5. Για την εξόφληση ενός λογαριασμού 140000 δραχμών πλήρωσε κάποιος με 40 χαρτονομίσματα των 1000 δρχ. και των 5000 δρχ. Να βρείτε πόσα χαρτονομίσματα των 1000 δρχ και πόσα των 5000 δρχ έδωσε.
6. Μια ομάδα ορειβατών από 12 άτομα έχει τρόφιμα για 15 ημέρες. Ύστερα από 5 μέρες συναντάει άλλους 3 ορειβάτες χωρίς τρόφιμα. Για πόσες ημέρες θα φτάσουν τα τρόφιμα;
7. Πληρώσαμε για ένα εμπόρευμα 35400 δρχ. Στην τιμή αυτή περιλαμβάνεται Φ.Π.Α. 18%. Ποια είναι η τιμή του εμπορεύματος χωρίς Φ.Π.Α.;
8. Ένα σκαπτικό μηχάνημα οργώνει μία έκταση σε 10 ώρες ενώ ένα δεύτερο μηχάνημα οργώνει την ίδια έκταση σε 15 ώρες. Πόσες ώρες θα χρειαστούν να οργώσουν την έκταση και τα δύο μηχανήματα ταυτόχρονα;