ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΒΑΣΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΥΛΗ ΤΗΣ Α΄ ΤΑΞΗΣ

Κεφάλαιο 7ο: Θετικοί και Αρνητικοί αριθμοί

Α. 7. 1

1. Τι είναι τα πρόσημα και πως χαρακτηρίζονται οι αριθμοί από αυτά;

*Τα σύμβολα «+» και«–» που λέγονται **πρόσημα**, γράφονται πριν από τους αριθμούς και τους χαρακτηρίζουν, αντίστοιχα, ως **θετικούς** ή **αρνητικούς**. Το μηδέν δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός αριθμός.*

2. Πότε δύο ή περισσότεροι αριθμοί λέγονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι;

Δύο ή περισσότεροι αριθμοί λέγονται ***ομόσημοι*** όταν *έχουν* το ίδιο πρόσημο και ***ετερόσημοι*** *όταν* *έχουν* διαφορετικό πρόσημο.

3. Ποιοι είναι οι ακέραιοι και ποιοι οι ρητοί αριθμοί;

Ακέραιοι αριθμοί *είναι οι* φυσικοί *αριθμοί μαζί με τους* αντίστοιχους αρνητικούς *αριθμούς.*

Ρητοί *αριθμοί είναι όλοι οι γνωστοί μας έως τώρα αριθμοί* φυσικοί, κλάσματα *και* δεκαδικοί *μαζί με τους* αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

Α. 7. 2

4. Τι εκφράζει η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α και πως συμβολίζεται;

Η ***απόλυτη τιμή*** *ενός ρητού αριθμού* α *εκφράζει την* απόσταση του σημείου με τετμημένη α *από την αρχή* ***Ο*** *του άξονα και συμβολίζεται με* $|\alpha|$.

5. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίθετοι;

Δύο αριθμοί ονομάζονται ***αντίθετοι*** όταν *είναι* ετερόσημοι *και έχουν την* ίδια απόλυτη τιμή.

6. Ποιος είναι ο αντίθετος του αριθμού x;

Ο αντίθετος του x *είναι ο* $-$x.

7. Πως ορίζεται η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού;

- ***Η απόλυτη τιμή*** *ενός* ***θετικού ρητού αριθμού*** *είναι ο* ***ίδιος ο αριθμός.***
- ***Η απόλυτη τιμή*** *ενός* ***αρνητικού ρητού αριθμού*** *είναι ο* ***αντίθετος του.***
- ***Η απόλυτη τιμή του μηδενός*** *είναι το* ***μηδέν.***

Α. 7. 3

8. Πως προσθέτουμε δύο ρητούς αριθμούς;

- Για να ***προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς*** αριθμούς, ***προσθέτουμε*** τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημο τους.
- Για να ***προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς*** αριθμούς, ***αφαιρούμε*** από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

9. Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης των ρητών ;

Οι ιδιότητες της πρόσθεσης των ρητών είναι:

- Η ***αντιμεταθετική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά δύο προσθετέων ενός αθροίσματος. Δηλαδή αν οι α, β είναι ρητοί αριθμοί τότε $\alpha + \beta = \beta + \alpha$
- Η ***προσεταιριστική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα άθροισμα τριών προσθετέων α, β, γ ισχύει $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$

- Το άθροισμα ενός ρητού αριθμού με το μηδέν ισούται με τον ίδιο τον ρητό.

  Δηλαδή αν ο α είναι ρητός $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$

- Το άθροισμα δύο αντίθετων ρητών είναι μηδέν

  Δηλαδή αν ο α και ο $-\alpha$ είναι αντίθετοι ρητοί $\alpha + (-\alpha) = (-\alpha) + \alpha = 0$

Α. 7. 4

10. Πως αφαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;

Για να **αφαιρέσουμε** από το ρητό αριθμό **α** το ρητό αριθμό **β**, **προσθέτουμε** στον **α** τον **αντίθετο** του **β**.

Δηλαδή αν οι α, β είναι ρητοί αριθμοί τότε $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$

Α. 7. 5

11. Πως πολλαπλασιάζουμε δύο ρητούς αριθμούς;

Για να ***πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους ρητούς*** αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «+».

Για να ***πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους ρητούς*** αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «–».

12. Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των ρητών ;

Οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των ρητών είναι:

- Η ***αντιμεταθετική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά δύο παραγόντων ενός γινομένου. Δηλαδή αν οι α, β είναι ρητοί αριθμοί τότε $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$
- Η ***προσεταιριστική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα γινόμενο τριών παραγόντων α, β, γ ισχύει $(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)$
- Το γινόμενο ενός ρητού αριθμού με τη μονάδα ισούται με τον ίδιο τον ρητό.

  Δηλαδή αν ο α είναι ρητός $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$

- Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση:

  $$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma \quad \text{και} \quad \alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$$

- Το γινόμενο ενός ρητού αριθμού επί το μηδέν ισούται με το μηδέν.

  Δηλαδή αν ο α είναι ρητός $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$

13. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;

- Δύο ρητοί αριθμοί α, β λέγονται αντίστροφοι όταν το γινόμενο τους είναι ίσο με την μονάδα.
- Ο καθένας από τους α και β είναι αντίστροφος του άλλου.

Α. 7. 6

14. Πως διαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;

Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε το πρόσημο «+».

Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε το πρόσημο «–».

15. Ποιες είναι οι ιδιότητες της διαίρεσης των ρητών ;

- Το πηλίκο της διαίρεσης $\alpha:\beta$ ή $\frac{\alpha}{\beta}$ λέγεται ***λόγος του α προς το β*** και ορίζεται ως η μοναδική λύση της εξίσωσης $\beta \cdot x = \alpha$.
- Η διαίρεση $\frac{\alpha}{\beta}$ μπορεί και να γραφεί $\alpha \cdot \frac{1}{\beta}$, επομένως για να διαιρέσουμε δύο ρητούς

  αριθμούς, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε το διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.
- Διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν δεν ορίζεται.

Α. 7. 8

16. Τι ονομάζεται δύναμη με βάση το ρητό αριθμό α, και εκθέτη το φυσικό αριθμό ν > 1 και πως συμβολίζεται;

Ονομάζεται δύναμη με βάση το ρητό αριθμό ***α,*** και εκθέτη το φυσικό αριθμό $\nu > 1$ και συμβολίζεται με α^ν, το γινόμενο ν παραγόντων ίσων με το α.

Δηλαδή αν ο α είναι ρητός και ο ν φυσικός με ν > 1 $\alpha^\nu = \underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha\ \alpha \cdot \ldots \alpha \cdot \alpha}_{\nu\ \text{παράγοντες}}$

17. Ποιο είναι το πρόσημο της δύναμης α^ν με βάση το ρητό αριθμό α, και εκθέτη το φυσικό αριθμό ν > 1 για τις διάφορες τιμές του α;

- Η δύναμη α^ν με βάση α θετικό ρητό και εκθέτη φυσικό ν > 1, είναι θετικός αριθμός.

  Δηλαδή, αν $\alpha > 0$, τότε $\alpha^\nu > 0$
- Η δύναμη α^ν με βάση α αρνητικό ρητό και εκθέτη άρτιο είναι θετικός αριθμός.

  Δηλαδή αν $\alpha < 0$ και ν άρτιος, τότε $\alpha^\nu > 0$
- Η δύναμη α^ν με βάση α αρνητικό ρητό και εκθέτη περιττό είναι αρνητικός αριθμός.

  Δηλαδή, αν $\alpha < 0$ και ν περιττός, τότε $\alpha^\nu < 0$

18. Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων ρητών με εκθέτη φυσικό ;

- Για να πολλαπλασιάσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη το άθροισμα των εκθετών.

  Δηλαδή, $\alpha^\mu \cdot \alpha^\nu = \alpha^{\mu+\nu}$
- Για να διαιρέσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη τη διαφορά του εκθέτη του διαιρέτη από τον εκθέτη του διαιρετέου.

  Δηλαδή, $\alpha^\mu : \alpha^\nu = \alpha^{\mu-\nu}$
- Για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε εκθέτη, υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στον εκθέτη αυτό.

  Δηλαδή, $(\alpha \cdot \beta)^\nu = \alpha^\nu \cdot \beta^\nu$
- Για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε έναν εκθέτη, υψώνουμε καθένα από τους όρους του πηλίκου στον εκθέτη αυτό.

  Δηλαδή, $(\alpha : \beta)^\nu = \alpha^\nu : \beta^\nu$
- Για να υψώσουμε μία δύναμη σε έναν εκθέτη, υψώνουμε τη βάση της δύναμης στο γινόμενο των εκθετών.

  Δηλαδή, $(\alpha^\mu)^\nu = \alpha^{\mu\nu}$

Α. 7. 9

19. Πως ορίζουμε τη δύναμη με βάση το ρητό αριθμό α, και εκθέτη ακέραιο ;

- Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός με εκθέτη το μηδέν είναι ίση με μονάδα.

Δηλαδή, $\alpha^0 = 1$

- Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός, με εκθέτη αρνητικό είναι ίση με κλάσμα που έχει αριθμητή τη μονάδα και παρονομαστή τη δύναμη του αριθμού αυτού με αντίθετο εκθέτη.

Δηλαδή, $\alpha^{-\nu} = \frac{1}{\alpha^\nu} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^\nu$

- Επειδή οι $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\beta}{\alpha}$ είναι αντίστροφοι αριθμοί, όπως και οι α και $\frac{1}{\alpha}$ στην προηγούμενη σχέση, εξάγουμε το συμπέρασμα ότι ισχύει:

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\nu}$$

20. Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων ρητών με εκθέτη ακέραιο;

- Για να πολλαπλασιάσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη το άθροισμα των εκθετών.

Δηλαδή, $\alpha^\mu \cdot \alpha^\nu = \alpha^{\mu+\nu}$

- Για να διαιρέσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη τη διαφορά του εκθέτη του διαιρέτη από τον εκθέτη του διαιρετέου.

Δηλαδή, $\alpha^\mu : \alpha^\nu = \alpha^{\mu-\nu}$

- Για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε εκθέτη, υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στον εκθέτη αυτό.

Δηλαδή, $(\alpha \cdot \beta)^\nu = \alpha^\nu \cdot \beta^\nu$

- Για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε έναν εκθέτη, υψώνουμε καθένα από τους όρους του πηλίκου στον εκθέτη αυτό.

Δηλαδή, $(\alpha : \beta)^\nu = \alpha^\nu : \beta^\nu$

- Για να υψώσουμε μία δύναμη σε έναν εκθέτη, υψώνουμε τη βάση της δύναμης στο γινόμενο των εκθετών.

Δηλαδή, $(\alpha^\mu)^\nu = \alpha^{\mu\nu}$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΥΛΗ ΤΗΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄- ΑΛΓΕΒΡΑ

Κεφάλαιο 1ο - Εξισώσεις - Ανισώσεις

Α. 1 1

1. Τι ονομάζεται Αριθμητική και τι Αλγεβρική παράσταση;

- Ονομάζεται Αριθμητική παράσταση μια παράσταση που περιέχει πράξεις μεταξύ αριθμών.
- Ονομάζεται αλγεβρική παράσταση μια παράσταση που περιέχει πράξεις μεταξύ αριθμών και μεταβλητών.

2. Τι ονομάζουμε όρους μιας αλγεβρικής παράστασης και τι αναγωγή ομοίων όρων της;

- Ονομάζουμε όρους μιας αλγεβρικής παράστασης τους προσθετέους της.
- Ονομάζουμε αναγωγή ομοίων όρων τη διαδικασία με την οποία γράφουμε σε απλούστερη μορφή μια αλγεβρική παράσταση.

Α. 1 2

3. Ποιες είναι οι οι τρείς πιθανές σχέσεις που συνδέουν δύο αριθμούς α, β.

Οι τρείς πιθανές σχέσεις που συνδέουν δύο αριθμούς α, β είναι:

$$\alpha = \beta, \quad \alpha < \beta, \quad \alpha > \beta$$

4. Ποιοι κανόνες ισχύουν για την ισότητα δύο αριθμών;

- Αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας προσθέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι ισότητα. Δηλαδή: ***Αν*** $\alpha = \beta$ ***τότε*** $\alpha + \gamma = \beta + \gamma$
- Αν από τα δυο μέλη μιας ισότητας αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι ισότητα. Δηλαδή: ***Αν*** $\alpha = \beta$ ***τότε*** $\alpha - \gamma = \beta - \gamma$
- Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας πολλαπλασιαστούν με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή: ***Αν*** $\alpha = \beta$ ***τότε*** $\alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma$
- Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας διαιρεθούν με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή: ***Αν*** $\alpha = \beta$ ***και*** $\gamma \neq 0$ ***τότε*** $\alpha : \gamma = \beta : \gamma$

5. Τι ονομάζουμε:

i. **εξίσωση;**
ii. **πρώτο και δεύτερο μέλος μιας εξίσωσης;**
iii. **γνωστούς και άγνωστους όρους μιας εξίσωσης;**
iv. **λύση (*ή ρίζα)* μιας εξίσωσης;**
v. **επίλυση μιας εξίσωσης;**

i. Ονομάζουμε εξίσωση μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και ένα άγνωστο (μια μεταβλητή).

ii. Ονομάζουμε πρώτο μέλος της εξίσωσης το μέρος της που βρίσκεται αριστερά του ίσον και δεύτερο μέλος της εξίσωσης το μέρος της που βρίσκεται δεξιά του ίσον.

iii. Ονομάζουμε γνωστούς όρους μιας εξίσωσης τους όρους που δεν περιέχουν τον άγνωστο και άγνωστους όρους αυτούς που τον περιέχουν.

iv. Ονομάζουμε λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης την τιμή του αγνώστου που επαληθεύει την εξίσωση.

v. Ονομάζουμε επίλυση μιας εξίσωσης την διαδικασία που κάνουμε για να βρούμε την λύση (ρίζα) της.

12. Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη και πότε αόριστη (ή ταυτότητα);

- Μια εξίσωση λέγεται αδύνατη όταν η τελική μορφή της είναι $0 \cdot x = \beta \ (\beta \neq 0)$

- Μια εξίσωση λέγεται αόριστη (ή ταυτότητα) όταν η τελική μορφή της είναι $0 \cdot x = 0$

Α. 1 5

13. Τί εννοούμε όταν γράφουμε α ≤ β , και πως το διαβάζουμε;

Γράφουμε $\alpha \le \beta$, όταν $\alpha = \beta$ ή $\alpha < \beta$ και διαβάζουμε « το α είναι μικρότερο ή ίσο του β»

14. Τι συμπέρασμα βγάζετε αν σας πουν ότι ισχύουν συγχρόνως οι σχέσεις:

$\alpha \le \beta$ και $\alpha \ge \beta$

Αν $\alpha \le \beta$, και $\alpha \ge \beta$ τότε $\alpha = \beta$

15. Να διατυπώσετε τις ιδιότητες των ανισοτήτων

- Αν και στα δύο μέλη μιας ανισότητας προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό προκύπτει ανισότητα ίδιας φοράς με την αρχική. Δηλαδή:

  Αν $\alpha < \beta$ τότε $\alpha + \gamma < \beta + \gamma$ και $\alpha - \gamma < \beta - \gamma$

- Αν και τα δύο μέλη μιας ανισότητας τα πολλαπλασιάσουμε ή τα διαιρέσουμε με τον ίδιο θετικό αριθμό προκύπτει ανισότητα ίδιας φοράς με την αρχική. Δηλαδή:

  Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma > 0$ τότε $\alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$

  Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma > 0$ τότε $\alpha : \gamma < \beta : \gamma$

- Αν και τα δύο μέλη μιας ανισότητας τα πολλαπλασιάσουμε ή τα διαιρέσουμε με τον ίδιο αρνητικό αριθμό προκύπτει ανισότητα αντίθετης φοράς με την αρχική. Δηλαδή:

  Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma < 0$ τότε $\alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$

  Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma < 0$ τότε $\alpha : \gamma > \beta : \gamma$

10. Τι ονομάζουμε ανίσωση και τι λύσεις της ανίσωσης ;

- Ονομάζουμε ανίσωση μια ανισότητα που περιέχει μια μεταβλητή και επαληθεύετε για ένα σύνολο τιμών της μεταβλητής αυτής.
- Ονομάζουμε λύσεις της ανίσωσης τις τιμές της μεταβλητής που επαληθεύουν την ανίσωση.

Κεφάλαιο 2^{ο} Πραγματικοί αριθμοί

Α. 2 1

11. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού και ποιες οι ιδιότητες της;

Ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α και συμβολίζεται $\sqrt{\alpha}$ ένας θετικός αριθμός **x** που όταν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον αριθμό α Δηλαδή: Αν $\sqrt{\alpha} = x$, όπου $\alpha \ge 0$ τότε $x \ge 0$ και $x^2 = \alpha$

Οι ιδιότητες της ρίζας είναι:

i. $\sqrt{0} = 0$

ii. $\sqrt{\alpha}^{2} = \alpha \qquad (\alpha \ge 0)$

iii. $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} \quad (\alpha, \beta \ge 0)$

iv. $\sqrt{\dfrac{\alpha}{\beta}} = \dfrac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} \qquad (\alpha \ge 0, \beta > 0)$

v. $\sqrt{\alpha^2} = |\alpha| \qquad (\alpha \ge 0)$

Α. 2 2

12. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ρητοί, άρρητοι, πραγματικοί;

- Ονομάζονται ***ρητοί*** οι αριθμοί της μορφής $\frac{\mu}{\nu}$, όπου μ, ν ακέραιοι και $\nu \neq 0$.
- Ονομάζονται ***άρρητοι*** οι αριθμοί που δεν είναι ρητοί.
- Ονομάζονται ***πραγματικοί*** οι ***ρητοί*** και οι ***άρρητοι*** μαζί.

13. Πότε μια ευθεία ονομάζεται άξονας των πραγματικών αριθμών;

Ονομάζεται άξονας των πραγματικών αριθμών μια ευθεία σε κάθε σημείο της οποίας αντιστοιχεί ένας πραγματικός αριθμός και σε κάθε πραγματικό αριθμό αντιστοιχεί ένα σημείο της ευθείας.

Κεφάλαιο 3ο Συναρτήσεις

Α. 3 1

14. Τι ονομάζεται συνάρτηση και τι πίνακας τιμών της;

- Ονομάζεται συνάρτηση μια σχέση δύο μεταβλητών ***x, y*** τέτοια ώστε ***κάθε τιμή της μεταβλητής x*** να αντιστοιχίζεται ***σε μια μόνο τιμή της μεταβλητής y.***
- Ονομάζεται ***πίνακας τιμών μιας συνάρτησης*** ο πίνακας που περιέχει ζεύγη αντιστοίχων τιμών των μεταβλητών της.

Α. 3 2

15. Τι ονομάζεται ορθοκανονικό σύστημα αξόνων (Σύστημα ορθογωνίων αξόνων) και τι συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη) σημείου;

- Ονομάζεται ***ορθοκανονικό σύστημα αξόνων*** (Σύστημα ορθογωνίων αξόνων) ένα σύστημα από δύο κάθετους άξονες με κοινή αρχή στους οποίους οι μονάδες έχουν το ίδιο μήκος.
- Ονομάζονται ***συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη)*** σημείου ένα μοναδικό για κάθε σημείο ζευγάρι αριθμών ***(α, β)*** που αντιστοιχίζεται στο σημείο και μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε την θέση του στο επίπεδο που είναι εφοδιασμένο με ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Το ***α*** ονομάζεται ***τετμημένη*** και το ***β τεταγμένη*** του σημείου.

16. Τι ονομάζουμε τεταρτημόρια;

Τεταρτημόρια ονομάζουμε τις ***4 ορθές γωνίες*** που ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων χωρίζει το επίπεδο.

17. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;

Έστω ότι έχουμε μία συνάρτηση με την οποία ένα μέγεθος y εκφράζεται ως συνάρτηση ενός άλλου μεγέθους x. Ονομάζουμε ***γραφική παράσταση*** της συνάρτησης αυτής το σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου με συντεταγμένες (x, y).

18. Τι γνωρίζετε για τις συντεταγμένες των σημείων των αξόνων x΄x και y΄y σ' ένα ορθοκανονικό σύστημα;

Τα σημεία του x΄x έχουν τεταγμένη μηδέν και τα σημεία του y΄y έχουν τετμημένη μηδέν.

Α. 3 3

19. Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;

Δύο ποσά λέγονται ***ανάλογα,*** εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

20. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης y = αx και από που διέρχεται;

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \alpha x$ είναι μία ευθεία που διέρχεται την αρχή Ο των αξόνων.

21. Τι εννοούμε όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση y = αx ή πιο απλά η ευθεία y = αx ;

Όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση $y = \alpha x$ ή πιο απλά η ευθεία $y = \alpha x$ εννοούμε την ευθεία που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \alpha x$.

22. Ποια είναι η εξίσωση του άξονα x΄x;

Ο άξονας x΄x είναι η ευθεία με εξίσωση y = 0x, δηλαδή y = 0.

23. Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας y = αx ;

Ονομάζεται ***κλίση της ευθείας*** $y = \alpha x$ ο σταθερός λόγος $\frac{y}{x} = \alpha$ με $x \neq 0$.

<u>Α. 3 4</u>

24. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης y = αx + β και από που διέρχεται ;

Η γραφική παράσταση της $y = \alpha x + \beta$, $\beta \neq 0$ είναι μια ευθεία παράλληλη της ευθείας με εξίσωση $y = \alpha \chi$, που διέρχεται από το σημείο $(0, \beta)$ του άξονα $y΄y$.

25. Τι εννοούμε όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση y=αx+β ή απλούστερα η ευθεία y=αx+β;

Όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση $y = \alpha x + \beta$ ή πιο απλά η ευθεία $y = \alpha x + \beta$ εννοούμε την ευθεία που είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \alpha x + \beta$.

26. Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας y = αx + β;

Ονομάζεται ***κλίση της ευθείας*** $y = \alpha x + \beta$ ο αριθμός α.

27. Τι παριστάνει μια εξίσωση της μορφής αx + βy + γ = 0 με α ≠ 0 και β ≠ 0 ;

Μια **εξίσωση** της μορφής $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$ παριστάνει ευθεία.

<u>Α. 3 5</u>

28. Πότε δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα;

Δύο ποσά λέγονται ***αντιστρόφως ανάλογα,*** εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να διαιρούνται με τον ίδιο αριθμό.

29. Πότε δύο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα και τι προκύπτει απ' αυτό;

Δύο ποσά x και y είναι ***αντιστρόφως ανάλογα*** το γινόμενο των αντίστοιχων τιμών τους είναι σταθερό. Δηλαδή $x \cdot y = \alpha$. $(\alpha \neq 0)$. Από τη σχέση $x \cdot y = \alpha$ με $\alpha \neq 0$ προκύπτει ότι το $y = \frac{\alpha}{x}$ εκφράζεται ως συνάρτηση του x.

30. Πως λέγεται η γραφική της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$ με α ≠ 0;

Η γραφική της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$ *με* $\alpha \neq 0$ είναι μια καμπύλη γραμμή που ονομάζεται *υπερβολή* και αποτελείται ***από δύο κλάδους*** που βρίσκονται:

- Στο ***1ο*** και στο ***3ο*** τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $\alpha > 0$.
- Στο ***2ο*** και στο ***4ο*** τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $\alpha < 0$.

31. Ποιες είναι οι ιδιότητες της υπερβολής;

***Η υπερβολή*:**

- δεν τέμνει ποτέ τους ***ημιάξονες Οx και Οy,*** διότι οι συντεταγμένες των σημείων της δεν παίρνουν ποτέ την τιμή ***0***.
- Έχει ***κέντρο συμμετρίας*** την αρχή ***Ο*** των αξόνων.
- ***Άξονες συμμετρίας*** τις διχοτόμους των γωνιών των αξόνων, δηλαδή τις ευθείες με εξισώσεις $y = x$ και $y = -x$.

ΜΕΡΟΣ Β΄ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Κεφάλαιο 1ο Εμβαδά επιπέδων σχημάτων

<u>Β. 1. 1</u>

32. Τι ονομάζεται εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας και από τι εξαρτάται;

Ονομάζεται εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας ο θετικός αριθμός, που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει η επιφάνεια αυτή στο επίπεδο. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε.

<u>Β. 1. 2</u>

33. Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης εμβαδού και ποια η σχέση που τις συνδέει;

Μονάδες μέτρησης εμβαδού είναι:

- Το τετραγωνικό μέτρο, (m^2) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1m.
- Το τετραγωνικό δεκατόμετρο, ($1dm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1dm.
- Το τετραγωνικό εκατοστόμετρο, ($1cm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1cm.
- Το τετραγωνικό χιλιοστόμετρο, ($1mm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1mm.

$$1m^2 = 100dm^2 = 10000cm^2 = 1000000mm^2$$

Άλλες μονάδες μέτρησης εμβαδού είναι:

- Το τετραγωνικό χιλιόμετρο, ($1km^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1km.

$$1km^2 = 1km \cdot 1km = 1000m \cdot 1000m = 1.000.000m^2$$

- Το στρέμμα το οποίο ισούται με $1000m^2$ και χρησιμοποιείται κυρίως για τη μέτρηση των εμβαδών οικοπέδων και κτημάτων.

<u>Β. 1. 3</u>

34. Με τι ισούται το εμβαδόν τετραγώνου, ορθογωνίου, παραλληλογράμμου, τριγώνου, ορθογωνίου τριγώνου, τραπεζίου;

- Το εμβαδόν ενός ***τετραγώνου*** πλευράς α ισούται με $α^2$.
- Το εμβαδόν ενός ***ορθογωνίου*** με πλευρές ***α, β*** ισούται με $α \cdot β$.
- Το εμβαδόν ενός ***παραλληλογράμμου*** είναι ίσο με το γινόμενο μίας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.
- Το εμβαδόν ενός ***τριγώνου*** είναι ίσο με το μισό του γινομένου μιας βάσης του με το αντίστοιχο ύφος.
- Το εμβαδόν ενός ***ορθογωνίου τριγώνου*** είναι ίσο με το μισό του γινομένου των δύο κάθετων πλευρών του.
- Το εμβαδόν ενός ***τραπεζίου*** είναι ίσο με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του με το ύψος του.

B. 1. 4

35. Τι λέει το Πυθαγόρειο θεώρημα και τι το αντίστροφο του;

- Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο καθέτων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας .
- Αν σε ένα τρίγωνο το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.

Κεφάλαιο 2^{o} Τριγωνομετρία - Διανύσματα

B. 2. 1

36. Τι ονομάζουμε λόγο δύο ευθυγράμμων τμημάτων;

Ονομάζουμε λόγο δύο ευθυγράμμων τμημάτων, που έχουν μετρηθεί με την ίδια μονάδα μέτρησης, τον λόγο των μηκών τους.

37. Τι ονομάζεται εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

Ονομάζεται εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ο λόγος της απέναντι στην οξεία κάθετης πλευράς προς την προσκείμενη στην οξεία κάθετη πλευρά.

38. Με τι ισούται η κλίση α της ευθείας με εξίσωση y = αx .

Η κλίση α της ευθείας με εξίσωση y = αx είναι ίση με την εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα x΄x.

B. 2. 2

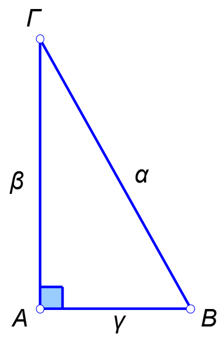
39. Τι ονομάζεται ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

Ονομάζεται ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ο λόγος της απέναντι στην οξεία κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα.

40. Τι ονομάζεται συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

Ονομάζεται συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ο λόγος της προσκείμενης στην οξεία κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα.

41. Τι τιμές παίρνει το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου και γιατί;



Για το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας ω ισχύουν οι ανισότητες:

$$0 < ημω < 1 \quad \text{και} \quad 0 < συνω < 1$$

Αυτό συμβαίνει γιατί κάθε κάθετη πλευρά ορθογωνίου τριγώνου είναι μικρότερη από την υποτείνουσα οπότε οι λόγοι:

$$\frac{\textit{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\textit{υποτείνουσα}} \quad \text{και} \quad \frac{\textit{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\textit{υποτείνουσα}}$$

είναι μικρότεροι της μονάδας για οποιαδήποτε οξεία γωνία.

B. 2. 4

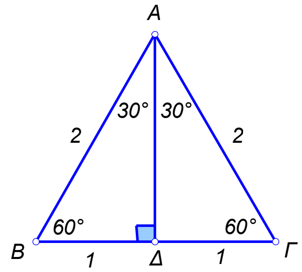
42. Πως υπολογίζουμε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των 30° 45° 60°;

- ***Υπολογισμός των τριγωνομετρικών αριθμών των 30° 60°***

Κατασκευάζουμε ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές ΑΒ = ΒΓ = ΑΓ = 2 .

Φέρνουμε το ύψος ΑΔ που είναι και διάμεσος οπότε ΒΔ = ΔΓ = 1

και διχοτόμος της γωνίας Α οπότε $\widehat{ΒΑΔ} = \widehat{ΓΑΔ} = 30^{o}$



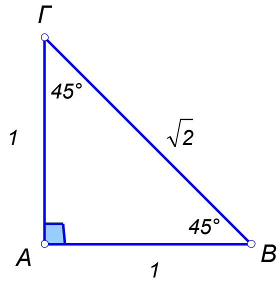
Στο τρίγωνο ΑΒΔ($\hat{\Delta} = 90°$) έχουμε:

$ΑΔ^2 = ΑΒ^2 - ΑΔ^2 \Leftrightarrow ΑΔ^2 = 2^2 - 1^2 \Leftrightarrow ΑΔ^2 = 3 \Leftrightarrow ΑΔ = \sqrt{3}$

$ημ30° = \frac{1}{2}$, $συν30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $εφ30° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$ημ60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $συν\ 60° = \frac{1}{2}$, $εφ30° = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

- ***Υπολογισμός των τριγωνομετρικών αριθμών των 45°***



Κατασκευάζουμε ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ($\hat{Α} = 90°$) , ΑΒ = ΑΓ = 1

τότε $ΒΓ^2 = ΑΒ^2 + ΑΓ^2 \Leftrightarrow$

$ΒΓ^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow ΒΓ^2 = 2 \Leftrightarrow ΒΓ = \sqrt{2}$

$ημ\ 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $συν\ 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $εφ45° = \frac{1}{1} = 1$

Κεφάλαιο 3ο Μέτρηση κύκλου

B. 3. 1

43. Τι ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία και τι αντίστοιχο τόξο της;

- Ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία η γωνία που η κορυφή της είναι σημείο του κύκλου και οι πλευρές της τέμνουν τον κύκλο.
- Ονομάζεται αντίστοιχο τόξο εγγεγραμμένης γωνίας το τόξο που περιέχεται στις πλευρές της. (Λέμε ακόμη ότι η γωνία βαίνει στο τόξο αυτό)

44. Ποιες προτάσεις ισχύουν για τις εγγεγραμμένες γωνίες;

- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία είναι ίση με το μισό της επίκεντρης γωνίας που έχει ίσο με αυτή αντίστοιχο τόξο.
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία σε μοίρες είναι ίση με το μισό του αντίστοιχου τόξου της.
- Εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι ίσες.
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.

B. 3. 2

45. Τι ονομάζεται:

i. κανονικό πολύγωνο;
ii. περιγεγραμμένος κύκλος κανονικού πολυγώνου;
iii. κέντρο κανονικού πολυγώνου;
iv. κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου;
v. απόστημα κανονικού πολυγώνου;

i. Ονομάζεται κανονικό πολύγωνο το πολύγωνο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνίες του ίσες.

ii. Ονομάζεται περιγεγραμμένος κύκλος κανονικού πολυγώνου ο κύκλος που περνά απ' όλες τις κορυφές του.

iii. Ονομάζεται κέντρο κανονικού πολυγώνου το κέντρο του περιγεγραμμένου του κύκλου.

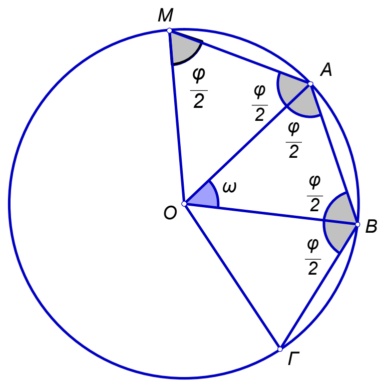
iv. Ονομάζεται κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου (ν - γώνου) κάθε μια από τις ν ίσες επίκεντρες γωνίες (ω) με τις οποίες χωρίζουμε τον περιγεγραμμένο στο πολύγωνο κύκλο. Δηλαδή είναι $ω = \frac{360°}{ν}$

v. Ονομάζεται απόστημα κανονικού πολυγώνου η απόσταση του κέντρου του από την πλευρά του.

46. Ποια σχέση συνδέει τη γωνία φ και την κεντρική γωνία ω ενός κανονικού πολυγώνου (ν - γώνου). *(Αιτιολόγηση)*

Η γωνία φ ενός κανονικού ν-γώνου είναι παραπληρωματική της κεντρικής γωνίας ω του.

Αιτιολόγηση



Ενώνουμε το κέντρο του ν - γώνου με τις κορυφές του, οπότε σχηματίζονται ν ίσα ισοσκελή τρίγωνα.

Σε καθένα από τα τρίγωνα αυτά οι προσκείμενες στη βάση γωνίες είναι ίσες με $\frac{φ}{2}$· Στο τρίγωνο ΟΑΒ θα έχουμε: $ω + \frac{φ}{2} + \frac{φ}{2} = 180°$, οπότε $ω + φ = 180°$.

B. 3. 3

47. Ποιοι οι τύποι που μας δίνουν το μήκος (L) του κύκλου (Ο, ρ).

$L = 2πρ$ ή $L = δπ$ όπου δ η διάμετρος του κύκλου (Ο, ρ)

B. 3. 4

48. Να υπολογιστεί το μήκος l ενός τόξου μ°.

Υπολογισμός

Το τόξο 360 ° έχει μήκος 2πρ

Το τόξο μ° έχει μήκος ℓ

Τα ποσά είναι ανάλογα και επομένως έχουμε : $\frac{μ}{360} = \frac{\ell}{2πρ}$ ή $\ell = \frac{πρμ}{180}$

B. 3. 5

49. Ποιοι οι τύποι για το εμβαδόν (Ε) του κυκλικού δίσκου (Ο, ρ);

$Ε = πρ^2$ ή $Ε = π\frac{δ^2}{4}$ όπου δ η διάμετρος του κύκλου (Ο, ρ)

B. 3. 6

50. Τι ονομάζεται κυκλικός τομέας;

Ονομάζεται κυκλικός τομέας το μέρος του κυκλικού δίσκου που περικλείετε από μια επίκεντρη γωνία του και το αντίστοιχο της τόξο.

51. Να υπολογιστεί το εμβαδόν κυκλικού τομέα *ε* επίκεντρης γωνίας (μ°)

Υπολογισμός

Ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 360 ° έχει εμβαδόν $πρ^2$

Ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία μ° έχει εμβαδόν *ε*

Τα ποσά είναι ανάλογα και επομένως έχουμε, $\frac{ε}{μ} = \frac{πρ^2}{360}$ ή $ε = \frac{πρ^2μ}{360}$