ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

ΑΠΟ ΤΗΝ ΥΛΗ

ΤΗΣ Α΄ ΤΑΞΗΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΥΛΗ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ - ΑΛΓΕΒΡΑΣ

Κεφάλαιο 1ο: Οι Φυσικοί αριθμοί

Α. 1. 1

1. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται φυσικοί και ποια είναι η χαρακτηριστική τους ιδιότητα;

Οι αριθμοί 0, 1, 2, 3, 4, …. 98, 99, 100, 101, … ονομάζονται φυσικοί αριθμοί.

Η χαρακτηριστική τους ιδιότητα είναι: « Κάθε φυσικός αριθμός έχει ένα προηγούμενο και ένα επόμενο φυσικό αριθμό εκτός από το 0 που έχει μόνο επόμενο.

2. Ποιες είναι οι δύο κατηγορίες που χωρίζονται οι φυσικοί;

Οι φυσικοί αριθμοί χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: τους ***άρτιους ή ζυγούς*** και τους ***περιττούς ή μονούς***.

3. Ποιοι Φυσικοί αριθμοί ονομάζονται άρτιοι και ποιοι περιττοί;

Άρτιοι ονομάζονται οι φυσικοί αριθμοί που διαιρούνται με το δύο.

Περιττοί ονομάζονται οι φυσικοί αριθμοί που δεν διαιρούνται με το δύο.

4. Τι ονομάζουμε στρογγυλοποίηση ενός φυσικού αριθμού;

Ονομάζουμε ***στρογγυλοποίηση*** ενός φυσικού αριθμού τη διαδικασία με την οποία τον αντικαταστούμε με κάποιον άλλο φυσικό λίγο μικρότερο ή λίγο μεγαλύτερο του.

Α. 1. 2

5. Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης των φυσικών ;

Οι ιδιότητες της πρόσθεσης των φυσικών είναι:

- Η ***αντιμεταθετική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά των προσθετέων ενός αθροίσματος.

  Δηλαδή αν οι α, β είναι φυσικοί αριθμοί τότε $\alpha + \beta = \beta + \alpha$
- Το άθροισμα ενός φυσικού αριθμού με το μηδέν ισούται με τον ίδιο τον αριθμό.

  Δηλαδή αν ο α είναι φυσικός $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$
- Η ***προσεταιριστική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα άθροισμα τριών προσθετέων α, β, γ ισχύει $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$

6. Πως ορίζεται η πράξη της αφαίρεσης στους φυσικούς και πότε αυτή μπορεί να εκτελεστεί;

- ***Αφαίρεση*** είναι η πράξη με την οποία, όταν δίνονται δυο αριθμοί, ***Μ (μειωτέος)*** και ***Α (αφαιρετέος)*** βρίσκουμε έναν αριθμό ***Δ (διαφορά),*** ο οποίος όταν προστεθεί στο ***Α*** δίνει το ***Μ.***
- Στους φυσικούς αριθμούς ο αφαιρετέος Α πρέπει να είναι πάντα μικρότερος ή ίσος του μειωτέου Μ. Σε αντίθετη περίπτωση η πράξη της αφαίρεσης δεν είναι δυνατόν να εκτελεστεί.

7. Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των φυσικών;

Οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των φυσικών είναι:

- Η ***αντιμεταθετική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά των παραγόντων ενός γινομένου.

  Δηλαδή αν οι α, β είναι φυσικοί αριθμοί τότε $\alpha\cdot\beta = \beta\cdot\alpha$
- Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού με τη μονάδα ισούται με τον ίδιο τον αριθμό.

  Δηλαδή αν ο α είναι φυσικός $\alpha\cdot 1 = 1\cdot\alpha = \alpha$
- Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού με το μηδέν ισούται με το μηδέν.

  Δηλαδή αν ο α είναι φυσικός $\alpha\cdot 0 = 0\cdot\alpha = 0$
- Η ***προσεταιριστική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα γινόμενο τριών παραγόντων α, β, γ ισχύει $(\alpha\cdot\beta)\cdot\gamma = \alpha\cdot(\beta\cdot\gamma)$

8. Τι λέει η επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και τι ως προς την αφαίρεση;

$$\alpha\cdot(\beta+\gamma) = \alpha\cdot\beta + \alpha\cdot\gamma \quad \text{και} \quad \alpha\cdot(\beta-\gamma) = \alpha\cdot\beta - \alpha\cdot\gamma$$

Α. 1. 3

14. Τι ονομάζεται νιοστή δύναμη ενός φυσικού αριθμού α, πως συμβολίζεται και πως ονομάζονται τα μέρη της;

Ονομάζεται νιοστή δύναμη ενός φυσικού αριθμού ***α,*** και συμβολίζεται με α^ν, το γινόμενο ***ν*** παραγόντων ίσων με το ***α***.

Δηλαδή αν ο ***α*** είναι φυσικός $\alpha^\nu = \underbrace{\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\;\alpha\cdot\ldots\alpha\cdot\alpha}_{\nu \text{ παράγοντες}}$

το ***α*** λέγεται ***βάση*** της δύναμης και το ***ν*** λέγεται εκθέτης της δύναμης.

15. Πως αλλιώς διαβάζονται η δεύτερη και η τρίτη δύναμη ενός φυσικού αριθμού α και με τι είναι ίσα το α^1 και το 1^ν.

Η δεύτερη δύναμη ενός φυσικού αριθμού ***α*** δηλαδή το α^2 διαβάζεται και ***τετράγωνο του α*** ή ***α στο τετράγωνο***

Η τρίτη δύναμη ενός φυσικού αριθμού ***α*** δηλαδή το α^3 διαβάζεται και ***κύβος του α*** ή ***α στον κύβο.***

Είναι $\alpha^1 = \alpha$ και $1^\nu = 1$

16. Τι ονομάζεται αριθμητική παράσταση και τι τιμή αριθμητικής παράστασης;

Ονομάζεται αριθμητική παράσταση μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς.

Ονομάζεται τιμή μιας αριθμητικής παράστασης ο αριθμός που προκύπτει όταν εκτελέσουμε όλες τις πράξεις που περιέχονται σ' αυτήν.

Α. 1. 4

17. Τι ονομάζεται Ευκλείδεια διαίρεση;

Ονομάζεται Ευκλείδεια διαίρεση η διαδικασία εκείνη κατά την οποία μας δίνονται δύο φυσικοί αριθμοί, οι ***Δ (διαιρετέος)*** και ***δ≠ 0 (διαιρέτης)***, και βρίσκουμε δύο άλλους φυσικούς αριθμούς τους ***π (πηλίκο)*** και ***υ(υπόλοιπο)***, έτσι ώστε να ισχύει:

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon \qquad \upsilon < \delta$$

18. Πότε η Ευκλείδεια διαίρεση λέγεται τέλεια και ποιες είναι οι ιδιότητες της ;

Μια Ευκλείδεια διαίρεση ονομάζεται ***τέλεια*** όταν το υπόλοιπο της είναι ίσο με μηδέν. Ισχύει τότε $\Delta = \delta \cdot \pi$.

Οι ιδιότητες της τέλειας διαίρεσης είναι:

- Στους φυσικούς αριθμούς η ***τέλεια διαίρεση*** είναι πράξη ***αντίστροφη*** του πολλαπλασιασμού, δηλαδή αν $\Delta = \delta \cdot \pi$ τότε $\Delta : \delta = \pi$ ή $\Delta : \pi = \delta$
- $\alpha : \alpha = 1$ ***(γιατί*** $\alpha \cdot 1 = \alpha$ ***)***
- $\alpha : 1 = \alpha$ ***(γιατί*** $1 \cdot \alpha = \alpha$ ***)***
- ***αν*** $\alpha \neq 0 \quad 0 : \alpha = 0$ ***(γιατί*** $\alpha \cdot 0 = 0$ ***)***
- ***αν*** $\alpha \neq 0 \quad \alpha : 0$ ***αδύνατη (γιατί αν είναι π το πηλίκο*** $\pi \cdot 0 = 0 \neq \alpha$***)***
- $0 : 0$ ***αόριστη (γιατί ισχύει*** $0 \cdot \pi = 0$ ***όποιο και αν είναι το πηλίκο π)***

A. 1. 5

14. Τι ονομάζονται πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού;

Ονομάζονται πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού οι αριθμοί που προκύπτουν όταν τον πολλαπλασιάσουμε διαδοχικά με όλους τούς Φυσικούς αριθμούς.

15. Ποιες ιδιότητες ισχύουν για τα πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού;

- Κάθε φυσικός αριθμός διαιρεί τα πολλαπλάσια του.
- Κάθε φυσικός αριθμός που διαιρείται από έναν άλλο φυσικό είναι πολλαπλάσιο του.
- Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν άλλο θα διαιρεί και τα πολλαπλάσια του.

16. Τι ονομάζεται ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) δύο η περισσοτέρων αριθμών διαφορετικών του μηδενός;

Ονομάζεται Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) δύο η περισσοτέρων αριθμών διαφορετικών του μηδενός το μικρότερο από τα κοινά τους πολλαπλάσια που είναι διαφορετικό από το μηδέν;

17. Ποιοι ονομάζονται διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού;

Ονομάζονται διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού οι αριθμοί που τον διαιρούν ακριβώς.

18. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι και ποιοι σύνθετοι;

Πρώτοι αριθμοί ονομάζονται οι φυσικοί αριθμοί, εκτός του 1, που έχουν διαιρέτες μόνο τον εαυτό τους και την μονάδα.

Σύνθετοι αριθμοί ονομάζονται οι φυσικοί αριθμοί που δεν είναι πρώτοι, δηλαδή οι φυσικοί αριθμοί που έχουν και άλλους διαιρέτες εκτός από τον εαυτό τους και την μονάδα.

19. Τι ονομάζεται μέγιστος κοινός διαιρέτης δύο φυσικών αριθμών; ΜΚΔ(α, β).

Ονομάζεται μέγιστος κοινός διαιρέτης δύο φυσικών αριθμών α, β και συμβολίζεται ΜΚΔ(α, β), ο μεγαλύτερος από τους κοινούς τους διαιρέτες.

20. Πότε δύο φυσικοί αριθμοί ονομάζονται πρώτοι μεταξύ τους;

Δύο φυσικοί αριθμοί ονομάζονται πρώτοι μεταξύ τους όταν ο μέγιστος κοινός διαιρέτης τους είναι η μονάδα.

21. Ποια είναι τα κριτήρια της διαιρετότητας;

- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 10 αν το τελευταίο του ψηφίο είναι το 0
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2 αν το τελευταίο του ψηφίο είναι το 0 ή το 2 ή το 4 ή το 6 ή το 8.
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5 αν το τελευταίο του ψηφίο είναι το 0 ή το 5.
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 ή το 9 αν το άθροισμα των ψηφίων του είναι πολλαπλάσιο του 3 ή του 9 αντίστοιχα.
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 4 ή το 25 αν τα δύο τελευταία ψηφία είναι αριθμός που διαιρείται με το 4 ή το 25.

Κεφάλαιο 2ο: Κλάσματα

A. 2. 1

22. Τι ονομάζεται κλασματική μονάδα ;

Ονομάζεται ***κλασματική μονάδα*** το σύμβολο της μορφής $\frac{1}{\nu}$ ***(ν φυσικός ≠ 0)*** που εκφράζει το ένα από τα ν ίσα μέρη στα οποία χωρίσθηκε μια ποσότητα.

23. Τι ονομάζεται κλάσμα ή κλασματικός αριθμός και τι διακρίνουμε σ' αυτό;

Ονομάζεται ***κλάσμα ή κλασματικός αριθμός*** ένα σύμβολο της μορφής $\frac{\kappa}{\nu}$ όπου οι αριθμοί κ, ν είναι φυσικοί αριθμοί και ο $\nu \neq 0$.

Οι αριθμοί κ, ν λέγονται όροι του κλάσματος.

Ο αριθμός κ, λέγεται αριθμητής του κλάσματος.

Ο αριθμός ν, λέγεται παρονομαστής του κλάσματος.

24. Τι παριστάνει ένα κλάσμα;

Ένα κλάσμα παριστάνει το ακριβές πηλίκο μιας διαίρεσης στην οποία ο αριθμητής του είναι ο διαιρετέος και ο παρονομαστής του ο διαιρέτης.

25. Μπορεί ένας φυσικός αριθμός να γραφεί σαν κλάσμα;

Κάθε φυσικός αριθμός γράφεται σαν κλάσμα με αριθμητή τον ίδιο τον φυσικό και παρονομαστή την μονάδα. Δηλαδή αν α φυσικός τότε $\alpha = \frac{\alpha}{1}$

A. 2. 2

26. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα;

Δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ισοδύναμα η ίσα όταν εκφράζουν το ίδιο μέρος ενός μεγέθους.

27. Ποιες είναι οι ιδιότητες των ισοδυνάμων κλασμάτων;

- Αν πολλαπλασιάσουμε και τους δύο όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο, διάφορο του μηδενός, φυσικό προκύπτει ισοδύναμο του κλάσμα.

Δηλαδή αν $\lambda \neq 0$ τότε $\dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{\lambda \cdot \alpha}{\lambda \cdot \beta}$

- Αν διαιρέσουμε και τους δύο όρους ενός κλάσματος με ένα κοινό διαιρέτη τους προκύπτει ισοδύναμο κλάσματα

Δηλαδή $\dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{\alpha : \lambda}{\beta : \lambda}$

Η διαδικασία αυτή λέγεται ***απλοποίηση*** του κλάσματος και έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία κλάματος ίσου με το αρχικό αλλά με μικρότερους όρους.

Το κλάσμα που δεν μπορεί να απλοποιηθεί λέγεται ***ανάγωγο.***

- Αν δύο κλάσματα $\dfrac{\alpha}{\beta}$ και $\dfrac{\gamma}{\delta}$ είναι ισοδύναμα τότε τα χιαστί γινόμενα $\alpha\delta$ και $\beta\gamma$ είναι ίσα και αντιστρόφως.

Δηλαδή αν $\dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{\gamma}{\delta}$ ***τότε*** $\alpha\delta = \beta\gamma$

28. Πότε δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ομώνυμα και πότε ετερώνυμα;

Δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ομώνυμα όταν έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

Δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ετερώνυμα όταν δεν έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

Α. 2. 3

29. Πως συγκρίνουμε δύο κλάσματα;

- Αν δύο κλάσματα είναι ομώνυμα μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει μεγαλύτερο αριθμητή.
- Αν δύο κλάσματα έχουν τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει τον μικρότερο παρονομαστή.
- Αν δύο κλάσματα είναι ετερώνυμα τα τρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα και τότε μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει μεγαλύτερο αριθμητή.

Α. 2. 4

30. Τι ονομάζεται μικτός αριθμός;

Ονομάζεται ***μεικτός αριθμός*** ένα σύμβολο της μορφής της μορφής $\kappa\dfrac{\lambda}{\nu}$ που παριστάνει το άθροισμα του φυσικού αριθμού κ με το κλάσμα $\dfrac{\lambda}{\nu}$.

Δηλαδή, $\kappa\dfrac{\lambda}{\nu} = \kappa + \dfrac{\lambda}{\nu}$.

Α. 2. 5

31. Πότε δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα;

Δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα όταν το γινόμενο τους είναι ίσο με την μονάδα.

Α. 2. 6

32. Πότε ένα κλάσμα λέγεται σύνθετο;

Ένα κλάσμα λέγεται σύνθετο όταν ένας τουλάχιστον από τους όρους του είναι κλάσμα.

Κεφάλαιο 3^{ο}: Δεκαδικοί αριθμοί

A. 3. 1

33. Πότε ένα κλάσμα λέγεται δεκαδικό;

Ένα κλάσμα λέγεται δεκαδικό όταν έχει παρανομαστή μια δύναμη του 10.

34. Πως γράφεται ως δεκαδικός αριθμός κάθε δεκαδικό κλάσμα;

Για να γράψουμε ένα δεκαδικό κλάσμα ως δεκαδικό αριθμό γράφουμε τον αριθμητή και τοποθετούμε την υποδιαστολή τόσες θέσεις προς τα αριστερά όσα και τα μηδενικά ψηφία που έχει ο παρανομαστής.

A. 3. 2

35. Πως πολλαπλασιάζουμε ένα δεκαδικό αριθμό με 0,1, 0,01, 0,001 … ;

Για να πολλαπλασιάσουμε ένα δεκαδικό αριθμό με 0,1, 0,01, 0,001 … μεταφέρουμε την υποδιαστολή προς τα ***αριστερά*** μία, δύο, τρείς … αντίστοιχα θέσεις.

36. Πως πολλαπλασιάζουμε ένα δεκαδικό αριθμό με 10, 100, 1000 … ;

Για να πολλαπλασιάσουμε ένα δεκαδικό αριθμό με 10, 100, 1000 … μεταφέρουμε την υποδιαστολή προς τα ***δεξιά*** μία, δύο, τρείς … αντίστοιχα θέσεις.

37. Πως διαιρούμε ένα δεκαδικό αριθμό με τους αριθμούς 10, 100, 1000 … και πως με τους αριθμούς 0,1 0,01 0,0001;

Για να διαιρέσουμε ένα δεκαδικό αριθμό με τους αριθμούς 10, 100, 1000 … μεταφέρουμε την υποδιαστολή προς τα ***αριστερά*** μία, δύο, τρείς … αντίστοιχα θέσεις.

Για να διαιρέσουμε ένα δεκαδικό αριθμό με 0,1 0,01 0,001 … μεταφέρουμε την υποδιαστολή προς τα ***δεξιά*** μία, δύο, τρείς … αντίστοιχα θέσεις.

A. 3. 5

38. Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης μήκους και ποια η σχέση τους με το μέτρο (1m) που είναι η βασική μονάδα μέτρησης μήκους;

Υποπολλαπλάσια του μέτρου (1m) είναι:

- Το δεκατόμετρο ή παλάμη (1dm) $1\text{dm} = \frac{1}{10}\text{m} = 0{,}1\text{m}$
- Το εκατοστόμετρο ή πόντος (1cm) $1\text{cm} = \frac{1}{100}\text{m} = 0{,}01\text{m}$
- Το χιλιοστόμετρο ή χιλιοστό (1mm) $1\text{mm} = \frac{1}{1000}\text{m} = 0{,}001\text{mm}$

Πολλαπλάσια του μέτρου (1m) είναι:

- Το δεκάμετρο (1dam) 1dam = 10m
- Το εκατόμετρο (1hm) 1hm = 100m
- Το χιλιόμετρο (1mm) 1km = 1000m
- Το ναυτικό μίλι 1 ναυτ. μίλι = 1852 m

39. Τι ονομάζεται: τετραγωνικό μέτρο, τετραγωνικό δεκατόμετρο, τετραγωνικό εκατοστόμετρο, τετραγωνικό χιλιοστόμετρο, και πως συνδέονται μεταξύ τους;

- Ονομάζεται τετραγωνικό μέτρο, (m^2) το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1m.
- Ονομάζεται τετραγωνικό δεκατόμετρο, ($1dm^2$) το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1dm.
- Ονομάζεται τετραγωνικό εκατοστόμετρο, ($1cm^2$) το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1cm.
- Ονομάζεται τετραγωνικό χιλιοστόμετρο, ($1mm^2$) το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1mm.

$$1m^2 = 100dm^2 = 10000cm^2 = 1000000mm^2$$

40. Τι ονομάζεται κυβικό μέτρο, κυβικό δεκατόμετρο, κυβικό εκατοστόμετρο, κυβικό χιλιοστόμετρο και πως συνδέονται μεταξύ τους;

- Ονομάζεται κυβικό μέτρο, ($1m^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1m.
- Ονομάζεται κυβικό δεκατόμετρο, ($1dm^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1dm.
- Ονομάζεται κυβικό εκατοστόμετρο, ($1cm^3$) ο όγκος ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1cm.
- Ονομάζεται κυβικό χιλιοστόμετρο, ($1mm^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1mm.

$$1m^3 = 1000dm^3 = 1000000cm^3 = 1000000000mm^3$$

41. Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης χρόνου και ποια η σχέση τους με το δευτερόλεπτο (1s) που είναι η βασική μονάδα μέτρησης χρόνου;

Πολλαπλάσια του δευτερόλεπτου (1s) είναι:

Το λεπτό (1min)	1min = 60s
Η ώρα (1h)	1h = 60 min = 3600s
Η μέρα	1μέρα = 24h = 1.440min = 86.400s

42. Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης μάζας και ποια η σχέση τους με το χιλιόγραμμο ή κιλό (1Kg) που είναι η βασική μονάδα μέτρησης μάζας;

Υποπολλαπλάσια του χιλιόγραμμου (1Kg) είναι:

Το γραμμάριο(1gr)	1gr = 0, 001Kg
Το χιλιοστόγραμμο (1mg)	1mg = 0, 001gr = 0, 000001Kg

Πολλαπλάσιο του χιλιόγραμμου (1Kg) είναι:

Ο τόνος (1t)	1t = 1000 Kg

Κεφάλαιο 4^{ο}: Εξισώσεις και προβλήματα

A. 4. 1

43. Τι είναι εξίσωση, τι λύση (*ή ρίζα)* μιας εξίσωσης και τι επίλυση μιας εξίσωσης;

- Η εξίσωση είναι μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και ένα άγνωστο (μια μεταβλητή). Λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης είναι ο αριθμός που όταν αντικαταστήσει τον αγνώστο, επαληθεύει την ισότητα.
- Επίλυση μιας εξίσωσης είναι η διαδικασία που κάνουμε για να βρούμε την λύση (ρίζα) της.

44. Πως λύνονται οι εξισώσεις, $x + α = β$, $x − α = β$, $α − x = β$, $α·x = β$, $x:α = β$, $α:x = β$ βάσει των ορισμών των πράξεων ;

Βάσει των ορισμών των πράξεων

- η εξίσωση $x + α = β$ έχει λύση την $x = β − α$
- η εξίσωση $x − α = β$ έχει λύση την $x = β + α$
- η εξίσωση $α − x = β$ έχει λύση την $x = α − β$
- η εξίσωση $α·x = β$ έχει λύση την $x = β : α$
- η εξίσωση $x:α = β$ έχει λύση την $x = α· β$
- η εξίσωση $α:x = β$ έχει λύση την $x = α : β$

45. Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη και πότε αόριστη;

- Μια εξίσωση λέγεται αδύνατη όταν η τελική μορφή της είναι:

$$0·x = β \ (β \neq 0)$$

- Μια εξίσωση λέγεται αόριστη (η ταυτότητα) όταν η τελική μορφή της είναι:

$$0·x = 0$$

Κεφάλαιο 5ο: Ποσοστά

A. 5. 1

46. Τι ονομάζεται ποσοστό επί τοις εκατό η απλά ποσοστό και τι ποσοστό επί τοις χιλίοις;

- Ονομάζεται ποσοστό επί τοις εκατό η απλά ποσοστό το σύμβολο $α\,\% = \dfrac{α}{100}$
- Ονομάζεται ποσοστό επί τοις χιλίοις το σύμβολο $α\,‰ = \dfrac{α}{1000}$

Κεφάλαιο 6ο:

Ανάλογα ποσά και αντιστρόφως ανάλογα ποσά

A. 6. 1

47. Τι ονομάζεται ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων και τι συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη) σημείου;

Ονομάζεται ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων ένα σύστημα από δύο κάθετους ημιάξονες (ορθο -) με κοινή αρχή στους οποίους οι μονάδες έχουν το ίδιο μήκος (κανονικό).

Ονομάζονται συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη) σημείου ένα μοναδικό για κάθε σημείο ζευγάρι αριθμών (α, β) που αντιστοιχίζεται στο σημείο και μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε την θέση του στο επίπεδο που είναι εφοδιασμένο με ένα ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων. Το α ονομάζεται τετμημένη και το β τεταγμένη του σημείου.

48. Τι γνωρίζετε για τις συντεταγμένες των σημείων των ημιαξόνων Ox και Oy σ’ ένα ορθοκανονικό σύστημα;

Τα σημεία του Ox έχουν τεταγμένη μηδέν και τα σημεία του Oy έχουν τετμημένη μηδέν.

Α. 6. 2

49. Τι ονομάζεται λόγος δύο ομοειδών μεγεθών που μετρήθηκαν με την ίδια μονάδα μέτρησης;

Ονομάζεται λόγος δύο μεγεθών που μετρήθηκαν με την ίδια μονάδα μέτρησης το πηλίκο της διαίρεσης τους.

50. Τι ονομάζεται αναλογία και ποια η βασική της ιδιότητα;

- Ονομάζεται αναλογία η ισότητα δύο λόγων.
- Κάθε σχέση αναλογίας $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ είναι ισοδύναμη με τη σχέση $\boldsymbol{\alpha \cdot \delta = \beta \cdot \gamma}$

51. Τι ονομάζεται κλίμακα;

Ονομάζεται ***κλίμακα*** ο λόγος της απόστασης δύο σημείων της εικόνας ενός αντικειμένου προς την πραγματική απόσταση των δύο αντιστοίχων σημείων του ίδιου αντικειμένου, εφόσον οι αποστάσεις μετριούνται με την ίδια μονάδα.

52. Πότε δύο σχήματα λέγονται όμοια;

Δύο σχήματα λέγονται όμοια όταν το ένα είναι ***μεγέθυνση*** ή ***σμίκρυνση*** του άλλου.

Α. 6. 3

53. Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;

Δύο ποσά λέγονται ***ανάλογα,*** εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

54. Πότε δύο ποσά είναι ανάλογα;

Δύο ποσά $\boldsymbol{x}$ και $\boldsymbol{y}$ είναι ***ανάλογα,*** όταν οι αντίστοιχες τιμές τους δίνουν πάντα ίδιο πηλίκο.

Δηλαδή $\frac{y}{x} = \alpha$. Το πηλίκο $\boldsymbol{\alpha}$ λέγεται ***συντελεστής αναλογίας.***

55. Ποιες είναι οι ιδιότητες δύο αναλόγων ποσών;

- Τα ανάλογα ποσά $\boldsymbol{x}$ και $\boldsymbol{y}$ συνδέονται με τη σχέση $\boldsymbol{y = \alpha \cdot x}$ όπου $\boldsymbol{\alpha}$ ο συντελεστής αναλογίας.
- Όταν το ποσό $\boldsymbol{y}$ είναι ***ποσοστό*** του ποσού $\boldsymbol{x}$**,** τα δύο ποσά συνδέονται με τη σχέση:

  $y = \frac{\alpha}{100} \cdot x$ και είναι ***ανάλογα,*** με συντελεστή αναλογίας το $\frac{\alpha}{100}$ ή $\boldsymbol{\alpha\%}$.
- Η σχέση $\boldsymbol{y = \alpha \cdot x}$ εκφράζει μια αλληλεπίδραση των ποσών $\boldsymbol{x}$ και $\boldsymbol{y}$**.** Συγκεκριμένα, ο διπλασιασμός, τριπλασιασμός κ.ο.κ. του ενός ποσού επιφέρει διπλασιασμό, τριπλασιασμό κ.ο.κ. του άλλου ποσού.

Α. 6. 4

56. Που βρίσκονται τα σημεία που παριστάνουν τα ζεύγη τιμών(x, y) δύο αναλόγων ποσών;

Τα σημεία που παριστάνουν τα ζεύγη τιμών(x, y) δύο αναλόγων ποσών βρίσκονται πάνω σε μια ημιευθεία με αρχή την αρχή Ο(0, 0) των ημιαξόνων.

Α. 6. 5

57. Πως εξετάζουμε αν δύο ποσά είναι ανάλογα;

Για να εξετάσουμε, εάν δυο ποσά είναι ανάλογα:

- Εξετάζουμε αν τα ποσά που μεταβάλλονται είναι τέτοια ώστε, όταν οι τιμές του ενός πόσοι πολλαπλασιάζονται, με έναν αριθμό, τότε και ο αντίστοιχες τιμές του άλλου πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.
- Εξετάζουμε αν τα ποσά συνδέονται με μια σχέση αναλογίας.
- Εξετάζουμε αν όλες οι αντίστοιχες τιμές των δύο ποσών έχουν σταθερό λόγο.

Α. 6. 6

58. Πότε δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα;

Δύο ποσά λέγονται ***αντιστρόφως ανάλογα,*** εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να διαιρούνται με τον ίδιο αριθμό.

59. Πότε δύο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα;

Δύο ποσά x και y είναι ***αντιστρόφως ανάλογα*** το γινόμενο των αντίστοιχων τιμών τους είναι σταθερό. Δηλαδή $x \cdot y = \alpha$. $(\alpha \neq 0)$.

Α. 6. 4

60. Που βρίσκονται τα σημεία που παριστάνουν τα ζεύγη τιμών(x, y) δύο αντιστρόφως αναλόγων ποσών;

Τα σημεία που παριστάνουν τα ζεύγη τιμών(x, y) δύο αντιστρόφως αναλόγων ποσών βρίσκονται σε μια καμπύλη γραμμή που ονομάζεται ***υπερβολή***.

Η ***υπερβολή*** δεν τέμνει ποτέ τους ημιάξονες Ox και Oy, διότι οι συντεταγμένες των σημείων της δεν παίρνουν ποτέ την τιμή 0.

Κεφάλαιο 7^{ο}: Θετικοί και Αρνητικοί αριθμοί

Α. 7. 1

61. Τι είναι τα πρόσημα και πως χαρακτηρίζονται οι αριθμοί από αυτά;

Τα σύμβολα «+» και«–» που λέγονται ***πρόσημα,*** γράφονται πριν από τους αριθμούς και τους χαρακτηρίζουν, αντίστοιχα, ως ***θετικούς*** ή ***αρνητικούς.*** Το μηδέν δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός αριθμός.

62. Πότε δύο ή περισσότεροι αριθμοί λέγονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι;

Δύο ή περισσότεροι αριθμοί λέγονται ***ομόσημοι*** όταν έχουν το ίδιο πρόσημο και ***ετερόσημοι*** όταν έχουν διαφορετικό πρόσημο.

63. Ποιοι είναι οι ακέραιοι και ποιοι οι ρητοί αριθμοί;

Ακέραιοι αριθμοί είναι οι φυσικοί αριθμοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

Ρητοί αριθμοί είναι όλοι οι γνωστοί μας έως τώρα αριθμοί φυσικοί, κλάσματα και δεκαδικοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

Α. 7. 2

64. Τι εκφράζει η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α και πως συμβολίζεται;

Η ***απόλυτη τιμή*** ενός ρητού αριθμού $\boldsymbol{\alpha}$ εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη $\boldsymbol{\alpha}$ από την αρχή ***O*** του άξονα και συμβολίζεται με $|\boldsymbol{\alpha}|$.

65. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίθετοι;

Δύο αριθμοί ονομάζονται ***αντίθετοι*** όταν είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

66. Ποιος είναι ο αντίθετος του αριθμού x;

Ο αντίθετος του **x** είναι ο $-\mathbf{x}$.

67. Πως ορίζεται η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού;

- Η ***απόλυτη τιμή*** ενός ***θετικού ρητού αριθμού*** είναι ο ***ίδιος ο αριθμός.***
- Η ***απόλυτη τιμή*** ενός ***αρνητικού ρητού αριθμού*** είναι ο ***αντίθετος του.***
- ***Η απόλυτη τιμή του μηδενός*** είναι το μ***ηδέν.***

Α. 7. 3

68. Πως προσθέτουμε δύο ρητούς αριθμούς;

- Για να ***προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς*** αριθμούς, ***προσθέτουμε*** τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημο τους.
- Για να ***προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς*** αριθμούς, ***αφαιρούμε*** από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

69. Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης των ρητών ;

Οι ιδιότητες της πρόσθεσης των ρητών είναι:

- Η ***αντιμεταθετική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά δύο προσθετέων ενός αθροίσματος.

  Δηλαδή αν οι α, β είναι ρητοί αριθμοί τότε $\alpha + \beta = \beta + \alpha$
- Η ***προσεταιριστική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα άθροισμα τριών προσθετέων α, β, γ ισχύει $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$
- Το άθροισμα ενός ρητού αριθμού με το μηδέν ισούται με τον ίδιο τον ρητό.

  Δηλαδή αν ο α είναι ρητός $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$
- Το άθροισμα δύο αντίθετων ρητών είναι μηδέν

  Δηλαδή αν ο α και ο $-\alpha$ είναι αντίθετοι ρητοί $\alpha + (-\alpha) = (-\alpha) + \alpha = 0$

Α. 7. 4

70. Πως αφαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;

Για να **αφαιρέσουμε** από το ρητό αριθμό **α** το ρητό αριθμό **β, προσθέτουμε** στον **α** τον **αντίθετο** του **β.**

Δηλαδή αν οι α, β είναι ρητοί αριθμοί τότε $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$

Α. 7. 5

71. Πως πολλαπλασιάζουμε δύο ρητούς αριθμούς;

Για να ***πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους ρητούς*** αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «+».

Για να ***πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους ρητούς*** αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «−».

72. Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των ρητών ;

Οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των ρητών είναι:

- Η ***αντιμεταθετική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά δύο παραγόντων ενός γινομένου.

  Δηλαδή αν οι α, β είναι ρητοί αριθμοί τότε $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$

- Η ***προσεταιριστική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα γινόμενο τριών παραγόντων α, β, γ ισχύει $(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)$

- Το γινόμενο ενός ρητού αριθμού με τη μονάδα ισούται με τον ίδιο τον ρητό.

  Δηλαδή αν ο α είναι ρητός $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$

- Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση:

  $$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma \quad \textit{και} \quad \alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$$

- Το γινόμενο ενός ρητού αριθμού επί το μηδέν ισούται με το μηδέν.

  Δηλαδή αν ο α είναι ρητός $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$

73. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;

- Δύο ρητοί αριθμοί α, β λέγονται αντίστροφοι όταν το γινόμενο τους είναι ίσο με την μονάδα.
- Ο καθένας από τους α και β είναι αντίστροφος του άλλου.

Α. 7. 6

74. Πως διαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;

Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε το πρόσημο «+».

Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε το πρόσημο «−».

75. Ποιες είναι οι ιδιότητες της διαίρεσης των ρητών ;

- Το πηλίκο της διαίρεσης $\alpha : \beta$ ή $\frac{\alpha}{\beta}$ λέγεται ***λόγος του α προς το β*** και ορίζεται ως η μοναδική λύση της εξίσωσης $\beta \cdot x = \alpha$.

- Η διαίρεση $\frac{\alpha}{\beta}$ μπορεί και να γραφεί $\alpha \cdot \frac{1}{\beta}$, επομένως για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε το διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.
- Διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν δεν ορίζεται.

A. 7. 8

76. Τι ονομάζεται δύναμη με βάση το ρητό αριθμό α, και εκθέτη το φυσικό αριθμό ν > 1 και πως συμβολίζεται;

Ονομάζεται δύναμη με βάση το ρητό αριθμό ***α,*** και εκθέτη το φυσικό αριθμό $\nu > 1$ και συμβολίζεται με α^{ν}, το γινόμενο ***ν*** παραγόντων ίσων με το ***α***.

Δηλαδή αν ο ***α*** είναι ρητός και ο ν φυσικός με ν > 1 $\alpha^{\nu} = \underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha\ \alpha \cdot \ldots \alpha \cdot \alpha}_{\nu \text{ παράγοντες}}$

77. Ποιο είναι το πρόσημο της δύναμης α^{ν} με βάση το ρητό αριθμό α, και εκθέτη το φυσικό αριθμό ν > 1 για τις διάφορες τιμές του α;

- Η δύναμη α^{ν} με βάση α θετικό ρητό και εκθέτη φυσικό ν > 1, είναι θετικός αριθμός.

  Δηλαδή, αν $\alpha > 0$, τότε $\alpha^{\nu} > 0$
- Η δύναμη α^{ν} με βάση α αρνητικό ρητό και εκθέτη άρτιο είναι θετικός αριθμός.

  Δηλαδή αν $\alpha < 0$ και ν άρτιος, τότε $\alpha^{\nu} > 0$
- Η δύναμη α^{ν} με βάση α αρνητικό ρητό και εκθέτη περιττό είναι αρνητικός αριθμός.

  Δηλαδή, αν $\alpha < 0$ και ν περιττός, τότε $\alpha^{\nu} < \mathbf{0}$

78. Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων ρητών με εκθέτη φυσικό ;

- Για να πολλαπλασιάσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη το άθροισμα των εκθετών.

  Δηλαδή, $\alpha^{\mu} \cdot \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu+\nu}$
- Για να διαιρέσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη τη διαφορά του εκθέτη του διαιρέτη από τον εκθέτη του διαιρετέου.

  Δηλαδή, $\alpha^{\mu} : \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu-\nu}$
- Για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε εκθέτη, υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στον εκθέτη αυτό.

  Δηλαδή, $(\alpha \cdot \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu} \cdot \beta^{\nu}$
- Για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε έναν εκθέτη, υψώνουμε καθένα από τους όρους του πηλίκου στον εκθέτη αυτό.

  Δηλαδή, $(\alpha : \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu} : \beta^{\nu}$
- Για να υψώσουμε μία δύναμη σε έναν εκθέτη, υψώνουμε τη βάση της δύναμης στο γινόμενο των εκθετών.

  Δηλαδή, $(\alpha^{\mu})^{\nu} = \alpha^{\mu\nu}$

Α. 7. 9

79. Πως ορίζουμε τη δύναμη με βάση το ρητό αριθμό α, και εκθέτη ακέραιο ;

- Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός με εκθέτη το μηδέν είναι ίση με μονάδα.

  Δηλαδή, $\alpha^0 = 1$

- Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός, με εκθέτη αρνητικό είναι ίση με κλάσμα που έχει αριθμητή τη μονάδα και παρονομαστή τη δύναμη του αριθμού αυτού με αντίθετο εκθέτη.

  Δηλαδή, $\alpha^{-\nu} = \dfrac{1}{\alpha^{\nu}} = \left(\dfrac{1}{\alpha}\right)^{\nu}$

- Επειδή οι $\dfrac{\alpha}{\beta}$ και $\dfrac{\beta}{\alpha}$ είναι αντίστροφοι αριθμοί, όπως και οι α και $\dfrac{1}{\alpha}$ στην προηγούμενη σχέση, εξάγουμε το συμπέρασμα ότι ισχύει:

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\nu}$$

80. Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων ρητών με εκθέτη ακέραιο;

- Για να πολλαπλασιάσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη το άθροισμα των εκθετών.

  Δηλαδή, $\alpha^{\mu} \cdot \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu+\nu}$

- Για να διαιρέσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη τη διαφορά του εκθέτη του διαιρέτη από τον εκθέτη του διαιρετέου.

  Δηλαδή, $\alpha^{\mu} : \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu-\nu}$

- Για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε εκθέτη, υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στον εκθέτη αυτό.

  Δηλαδή, $(\alpha \cdot \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu} \cdot \beta^{\nu}$

- Για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε έναν εκθέτη, υψώνουμε καθένα από τους όρους του πηλίκου στον εκθέτη αυτό.

  Δηλαδή, $(\alpha : \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu} : \beta^{\nu}$

- Για να υψώσουμε μία δύναμη σε έναν εκθέτη, υψώνουμε τη βάση της δύναμης στο γινόμενο των εκθετών.

  Δηλαδή, $(\alpha^{\mu})^{\nu} = \alpha^{\mu\nu}$

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Κεφάλαιο 1^{ο}: Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

Β. 1. 1

81. Τι ονομάζεται ευθεία και ποιες προτάσεις αναφέρονται σ' αυτή;

Ονομάζεται ευθεία το σχήμα που προκύπτει αν προεκτείνουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα απεριόριστα και προς τα δύο άκρα του.

Στην ευθεία αναφέρονται οι επόμενες προτάσεις:

- Από ένα σημείο διέρχονται άπειρες ευθείες.
- Από δύο σημεία διέρχεται μια μόνο ευθεία.

82. Τι ονομάζεται ημιευθεία;

Ονομάζεται ημιευθεία το σχήμα που προκύπτει αν προεκτείνουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα απεριόριστα προς το ένα άκρο του.

83. Ποιες ημιευθείες ονομάζονται αντικείμενες;

Ονομάζονται αντικείμενες ημιευθείες οι δύο ημιευθείες στις οποίες χωρίζει ένα σημείο μιας ευθείας την ευθεία.

84. Τι είναι το επίπεδο και ποιες προτάσεις αναφέρονται σ' αυτό;

Επίπεδο είναι μια επιφάνεια, πάνω στην οποία εφαρμόζει παντού η ευθεία γραμμή.

- Στο επίπεδο αναφέρονται οι επόμενες προτάσεις:
- Ένα επίπεδο επεκτείνεται απεριόριστα.
- Από τρία μη συνευθειακά σημεία διέρχεται ένα μοναδικό επίπεδο.
- Από ένα ή δύο σημεία διέρχονται άπειρα επίπεδα.
- Κάθε επίπεδο χωρίζει το χώρο σε δύο μέρη, ώστε, αν θέλουμε να περάσουμε από το ένα μέρος του χώρου στο άλλο, πρέπει να διαπεράσουμε το επίπεδο.

85. Τι ονομάζεται ημιεπίπεδο;

Ημιεπίπεδο ονομάζεται καθένα από τα δύο μέρη που μια ευθεία ενός επιπέδου χωρίζει το επίπεδο μαζί με την ημιευθεία αυτή .

Β. 1. 2

86. Τι ονομάζεται γωνία, κυρτή γωνία, μη κυρτή γωνία;

Ονομάζεται γωνία καθεμία από τις δύο περιοχές του επιπέδου που περιέχονται ανάμεσα σε δύο ημιευθείες με κοινή αρχή μαζί με τις ημιευθείες αυτές.

Η μικρότερη από τις δύο γωνίες που σχηματίζονται με τον παραπάνω τρόπο ονομάζεται κυρτή και η μεγαλύτερη μη κυρτή γωνία.

87. Ποια γραμμή ονομάζεται τεθλασμένη;

Τεθλασμένη γραμμή ονομάζεται το σχήμα που αποτελείται από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα, τα οποία δεν βρίσκονται όλα στην ίδια ευθεία.

88. Πότε μια τεθλασμένη γραμμή ονομάζεται κυρτή και πότε μη κυρτή;

Μια τεθλασμένη γραμμή ονομάζεται κυρτή, όταν η προέκταση κάθε πλευράς της αφήνει όλες τις άλλες πλευρές στο ίδιο ημιεπίπεδο. Διαφορετικά λέγεται μη κυρτή.

89. Τι ονομάζεται ευθύγραμμο σχήμα;

Ευθύγραμμο σχήμα ονομάζεται κάθε τεθλασμένη γραμμή, της οποίας τα άκρα συμπίπτουν.

90. Πότε δύο ευθύγραμμα σχήματα λέγονται ίσα;

Δύο ευθύγραμμα σχήματα λέγονται ίσα, αν συμπίπτουν, όταν τοποθετηθούν το ένα επάνω στο άλλο με κατάλληλο τρόπο.

91. Ποια είναι τα αντίστοιχα στοιχεία σε δύο ίσα ευθύγραμμα σχήματα ;

Στα ίσα σχήματα, τα στοιχεία που συμπίπτουν, δηλαδή οι κορυφές, οι πλευρές και οι γωνίες, ονομάζονται αντίστοιχα στοιχεία των σχημάτων αυτών.

Β. 1. 3

92. Τι ονομάζεται απόσταση δύο σημείων;

Ονομάζεται απόσταση δύο σημείων το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τα σημεία αυτά.

Β. 1. 3

93. Τι ονομάζεται μέσο ευθυγράμμου τμήματος;

Ονομάζεται μέσο ευθυγράμμου τμήματος το σημείο που χωρίζει το ευθύγραμμο τμήμα σε δύο ίσα τμήματα.

Β. 1.5

94. Τι ονομάζεται μέτρο γωνίας;

Ονομάζεται μέτρο μιας γωνίας ο αριθμός που προκύπτει από τη μέτρηση της από τη σύγκριση της δηλαδή με μια άλλη γωνία που τη θεωρούμε ως μονάδα.

95. Ποια είναι η μονάδα μέτρησης των γωνιών;

Η μονάδα μέτρησης των γωνιών είναι η μοίρα που γράφεται 1°.

96. Τι ονομάζεται διχοτόμος μιας γωνίας;

Ονομάζεται διχοτόμος μιας γωνίας η ημιευθεία που έχει αρχή την κορυφή της γωνίας και χωρίζει την γωνία αυτή σε δύο ίσα μέρη.

Β. 1.6

97. Ποια γωνία ονομάζεται:

i) ορθή , ii) οξεία , iii) αμβλεία, iv) ευθεία , v) μηδενική, vi) πλήρης ;

I. Ονομάζεται ορθή γωνία η γωνία της οποίας το μέτρο είναι 90°. Οι πλευρές μιας ορθής γωνίας είναι κάθετες.

II. Ονομάζεται οξεία γωνία, η γωνία της οποία το μέτρο είναι μικρότερο από 90°.

III. Ονομάζεται αμβλεία γωνία, η γωνία της οποία το μέτρο είναι μεγαλύτερο από 90°.

IV. Ονομάζεται ευθεία γωνία, η γωνία της οποίας το μέτρο είναι 180°. Οι πλευρές μιας ευθείας γωνίας είναι αντικείμενες ημιευθείες.

V. Ονομάζεται μηδενική γωνία, η γωνία της οποίας το μέτρο είναι 0°. Οι πλευρές μιας μηδενικής γωνίας ταυτίζονται.

VI. Ονομάζεται πλήρης γωνία, η γωνία της οποίας το μέτρο είναι 360°. Οι πλευρές μιας πλήρους γωνίας ταυτίζονται.

98. Πότε δύο ευθείες είναι κάθετες και πως συμβολίζεται η καθετότητα τους;

- Δύο ευθείες είναι κάθετες όταν οι γωνίες, που σχηματίζουν αυτές τεμνόμενες, είναι ορθές.
- Για να δηλώσουμε ότι δύο ευθείες ε_1, και ε_2 είναι κάθετες, χρησιμοποιούμε το σύμβολο *(⊥)*, γράφουμε $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$ και διαβάζουμε: ‘‘***η ε_1 είναι κάθετη στην ε_2***’’.

99. Πότε δύο ευθύγραμμα τμήματα (ή δύο ημιευθείες) λέγονται κάθετα;

Δύο ευθύγραμμα τμήματα (ή δύο ημιευθείες) που βρίσκονται πάνω σε δύο κάθετες ευθείες, λέγονται κάθετα ευθύγραμμα τμήματα (ή κάθετες ημιευθείες).

Β. 1.7

100. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής;

Ονομάζονται εφεξής δύο γωνίες που έχουν κοινή κορυφή, μια κοινή πλευρά και κανένα άλλο κοινό σημείο.

Β. 1.8

101. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές ;

Ονομάζονται παραπληρωματικές δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 180°.

102. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές ;

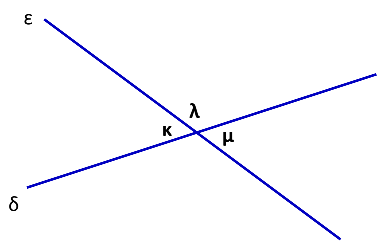
Ονομάζονται συμπληρωματικές δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 90°.

103. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν ;

Ονομάζονται κατακορυφήν δύο γωνίες που οι πλευρές τους είναι αντικείμενες ημιευθείες.

104. Να αποδείξετε ότι οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες.

Απόδειξη



Έχουμε, $\hat{\kappa} + \hat{\lambda} = 180^\circ$ (1) και $\hat{\mu} + \hat{\lambda} = 180^\circ$ (2)

Στις ισότητες (1) και (2) παρατηρούμε ότι τα δεύτερα μέλη είναι ίσα άρα και τα πρώτα θα είναι ίσα.

Δηλαδή : $\hat{\kappa} + \hat{\lambda} = \hat{\mu} + \hat{\lambda}$

ή $\hat{\kappa} = \hat{\mu}$ Ιδιότητα διαγραφής)

Β. 1.9

105. Πότε δύο ευθείες του επιπέδου ονομάζονται παράλληλες;

Ονομάζονται παράλληλες δύο ευθείες του επιπέδου που δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.

106. Πως συμβολίζεται η παραλληλία δύο ευθειών ε_1 , ε_2;

Όταν οι ευθείες ε_1, ε_2 είναι παράλληλες γράφουμε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$

107. Πότε δύο ευθύγραμμα τμήματα λέμε ότι είναι παράλληλα;

Δύο ευθύγραμμα τμήματα λέμε ότι είναι παράλληλα όταν βρίσκονται πάνω σε δύο παράλληλες ευθείες.

108. Πότε δύο ευθείες του επιπέδου ονομάζονται τεμνόμενες;

Ονομάζονται τεμνόμενες δύο ευθείες του επιπέδου που έχουν ένα μόνο κοινό σημείο. Το κοινό σημείο δύο τεμνομένων ευθειών λέγεται σημείο τομής.

B. 1. 10

109. Τι ονομάζεται απόσταση σημείου από ευθεία;

Ονομάζεται απόσταση σημείου από ευθεία το μήκος του κάθετου ευθυγράμμου τμήματος από το σημείο προς την ευθεία.

110. Τι ονομάζεται απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών;

Ονομάζεται απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος που είναι κάθετο στις παράλληλες και έχει τα άκρα τους' αυτές.

B. 1. 11

111. Τι ονομάζεται κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ;

Ονομάζεται κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ το επίπεδο σχήμα που όλα τα σημεία του απέχουν από το Ο απόσταση ίση με το ρ.

112. Τι ονομάζεται: i) Χορδή ii) Διάμετρος iii) Τόξο ενός κύκλου;

i. Ονομάζεται Χορδή κύκλου το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο σημεία του κύκλου.
ii. Ονομάζεται διάμετρος κύκλου κάθε χορδή του που περνά από το κέντρο του.
Μια διάμετρος κύκλου είναι μεγαλύτερη από κάθε άλλη χορδή του κύκλου και τον χωρίζει σε δύο ίσα μέρη που λέγονται ημικύκλια.
iii. Ονομάζεται τόξο κύκλου το μέρος του κύκλου που περιέχεται μεταξύ δύο σημείων του.

113. Τι ονομάζεται κυκλικός δίσκος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ;

Ονομάζεται κυκλικός δίσκος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ το μέρος του επιπέδου που περιέχεται μέσα σ' έναν κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα ρ μαζί με τον κύκλο αυτόν.

B. 1. 12

114. Τι ονομάζεται επίκεντρη γωνία σε κύκλο (Ο, ρ);

Ονομάζεται επίκεντρη γωνία στον κύκλο (Ο, ρ) η γωνία που η κορυφή της συμπίπτει με το κέντρο του Ο του κύκλου.

115. Τι ονομάζεται αντίστοιχο τόξο επίκεντρης γωνίας σε κύκλο (Ο, ρ);

Ονομάζεται αντίστοιχο τόξο επίκεντρης γωνίας σε κύκλο (Ο, ρ) το τόξο του κύκλου που βρίσκεται στο εσωτερικό της.

116. Ποια σχέση συνδέει τις επίκεντρες γωνίες και τα αντίστοιχα τόξα τους;

- Σε έναν κύκλο ή σε ισους κύκλους, δύο ίσες επίκεντρες γωνίες έχουν ίσα αντίστοιχα τόξα.

Και αντίστροφα:

- Σε έναν κύκλο ή σε ίσους κύκλους, δύο ίσα τόξα έχουν ίσες τις επίκεντρες γωνίες τους.

117. Πότε ένα τόξο κύκλου (Ο, ρ) λέγεται κυρτό και πότε μη κυρτό;

- Ένα τόξο του κύκλου (Ο, ρ) λέγεται κυρτό όταν η αντίστοιχη του επίκεντρη είναι κυρτή.
- Ένα τόξο του κύκλου (Ο, ρ) λέγεται μη κυρτό όταν η αντίστοιχη του επίκεντρη είναι μη κυρτή.

118. Τι ορίζουμε ως μέτρο ενός τόξου;

Ως μέτρο ενός τόξου ορίζουμε το μέτρο της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας

B. 1. 13

119. Πότε μια ευθεία λέμε ότι είναι εξωτερική ενός κύκλου;

Όταν ευθεία και κύκλος δεν έχουν κανένα κοινό σημείο λέμε ότι η ευθεία είναι εξωτερική του κύκλου.

120. Πότε μια ευθεία λέγεται εφαπτόμενη ενός κύκλου;

Όταν ευθεία και κύκλος έχουν ένα μόνο κοινό σημείο Μ, η ευθεία λέγεται εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Μ.

121. Πότε μια ευθεία λέγεται τέμνουσα ενός κύκλου;

Όταν ευθεία και κύκλος έχουν δύο κοινά σημεία Α και Β, η ευθεία λέγεται τέμνουσα του κύκλου ή λέμε ότι η ευθεία τέμνει τον κύκλο στα Α και Β

122. Ποιες οι σχετικές θέσεις μιας ευθείας ε και ενός κύκλου (Ο, ρ);

- Όταν η απόσταση ΟΜ του κέντρου Ο του κύκλου από την ευθεία ε είναι μεγαλύτερη από την ακτίνα ρ (ΟΜ > ρ), η ευθεία είναι εξωτερική του κύκλου.
- Όταν η απόσταση ΟΜ του κέντρου Ο του κύκλου από την ευθεία ε είναι ίση με την ακτίνα ρ (ΟΜ = ρ), η ευθεία είναι εφαπτομένη του κύκλου στο Μ.
- Όταν η απόσταση ΟΜ του κέντρου Ο του κύκλου από την ευθεία ε είναι μικρότερη από την ακτίνα ρ (ΟΜ < ρ), η ευθεία είναι τέμνουσα του κύκλου.

Κεφάλαιο 2ο: Συμμετρία

B. 2. 3

123. Τι ονομάζεται μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος και ποιες είναι οι ιδιότητες της;

Ονομάζεται μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος η ευθεία που είναι κάθετη σ’ αυτό και περνά από το μέσο του.

Οι ιδιότητες της μεσοκαθέτου είναι:

- Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος.
- Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθυγράμμου τμήματος είναι σημείο της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος.
- Η μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος είναι άξονας συμμετρίας του.

B. 2. 6

124. Ποιες είναι οι ιδιότητες δύο παραλλήλων ευθειών που τέμνονται από μια τρίτη ευθεία;

Δύο παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μια τρίτη ευθεία σχηματίζουν:

- Τις εντός εναλλάξ γωνίες ίσες
- Τις εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες ίσες .
- Τις εντός και επί τα αυτά γωνίες παραπληρωματικές.

Κεφάλαιο 3^{ο}: Τρίγωνα παραλληλόγραμμα τραπέζια

B. 3. 1

125. Ποιο τρίγωνο ονομάζεται i) οξυγώνιο ii) ορθογώνιο iii) αμβλυγώνιο ;

- Ονομάζεται οξυγώνιο το τρίγωνο που όλες οι γωνίες του είναι οξείες
- Ονομάζεται ορθογώνιο το τρίγωνο που μια γωνία του είναι ορθή.
- Ονομάζεται αμβλυγώνιο το τρίγωνο που μια γωνία του είναι αμβλεία.

126. Ποιο τρίγωνο ονομάζεται: i) σκαληνό ii) ισοσκελές iii) ισόπλευρο ;

- Ονομάζεται σκαληνό το τρίγωνο που όλες οι πλευρές του είναι άνισες.
- Ονομάζεται ισοσκελές το τρίγωνο που οι δύο πλευρές του είναι ίσες.
- Ονομάζεται ισόπλευρο το τρίγωνο που όλες οι πλευρές του είναι ίσες.

127. Τι ονομάζεται διάμεσος ενός τριγώνου;

Ονομάζεται διάμεσος ενός τριγώνου το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει μια κορυφή του τριγώνου με το μέσο της απέναντι της πλευράς.

128. Τι ονομάζεται ύψος ενός τριγώνου;

Ονομάζεται ονομάζεται ύψος ενός τριγώνου το ευθύγραμμο τμήμα που φέρνουμε από μια κορυφή του κάθετο στην ευθεία της απέναντι πλευράς.

129. Τι ονομάζεται διχοτόμος μιας γωνίας;

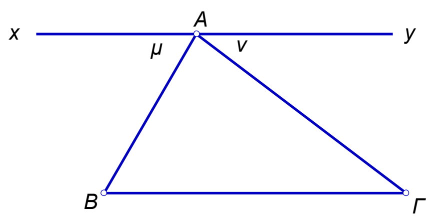
Ονομάζεται διχοτόμος μιας γωνίας η ημιευθεία που έχει αρχή την κορυφή της γωνίας και χωρίζει την γωνία αυτή σε δύο ίσα μέρη.

B. 3. 2

130. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου ΑΒΓ είναι 180°.

Απόδειξη

Θεωρούμε το τρίγωνο ΑΒΓ. Από το Α φέρνουμε ευθεία xy // ΒΓ. Έχουμε τότε



$$\hat{A} + \hat{\mu} + \hat{\nu} = 180^{o} \quad (1)$$

Οι γωνίες μ , Β και οι γωνίες ν , Γ είναι αντίστοιχα εντός εναλλάξ ,άρα έχουμε

$$\hat{\mu} = \hat{B} \ (2) \text{ και } \hat{\nu} = \hat{\Gamma} \quad (3)$$

Στην (1) αντικαταστούμε τις γωνίες μ, ν με τις ίσες τους Β , Γ και έχουμε $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^{o}$

131. Ποιες είναι οι ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου;

Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο ισχύει ότι:

- Η ευθεία της διαμέσου, που αντιστοιχεί στη βάση είναι άξονας συμμετρίας του ισοσκελούς τριγώνου.
- Η διάμεσος, που αντιστοιχεί στη βάση είναι ύψος και διχοτόμος.
- Οι προσκείμενες γωνίες στη βάση του ισοσκελούς είναι ίσες.

132. Ποιες είναι οι ιδιότητες του ισοπλεύρου τριγώνου;

Σε κάθε ισόπλευρο τρίγωνο ισχύει ότι:

- Οι ευθείες των διαμέσων είναι άξονες συμμετρίας του ισοπλεύρου τριγώνου.
- Κάθε διάμεσος είναι ύψος και διχοτόμος.
- Όλες οι πλευρές και όλες οι γωνίες του ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίσες.

Β. 3 .3

133. Τι ονομάζεται παραλληλόγραμμο και ποια είναι τα στοιχεία του;

- Ονομάζεται ***παραλληλόγραμμο*** το τετράπλευρο του οποίου ανά δύο οι απέναντι πλευρές είναι παράλληλες.
- Κάθε πλευρά του παραλληλογράμμου μπορεί να ονομαστεί ***Βάση*** του παραλληλογράμμου.
- Η απόσταση της βάσης από την απέναντι πλευρά λέγεται ***ύψος*** του παραλληλογράμμου.

134. Ποιες είναι οι ιδιότητες του παραλληλογράμμου;

Σε κάθε παραλληλόγραμμο:

- Το σημείο τομής των διαγωνίων του είναι κέντρο συμμετρίας του.
- Οι διαγώνιες του διχοτομούνται (κάθε μία περνάει από το μέσον της άλλης).
- Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες.
- Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες.

135. Τι ονομάζεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο;

Ονομάζεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο το παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές.

136. Ποιες είναι οι ιδιότητες του ορθογωνίου;

Σε κάθε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο:

- Οι μεσοκάθετοι των πλευρών του είναι άξονες συμμετρίας.
- Οι διαγώνιες του είναι ίσες και διχοτομούνται.

137. Τι ονομάζεται ρόμβος;

Ονομάζεται ρόμβος το παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες.

138. Ποιες είναι οι ιδιότητες του ρόμβου;

Ο ρόμβος έχει τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου και ακόμα τις επόμενες:

- Οι ευθείες των διαγωνίων είναι άξονες συμμετρίας.
- Οι διαγώνιες είναι κάθετες (και διχοτομούνται).
- Οι διαγώνιες του είναι και διχοτόμοι των γωνιών του.

139. Τι ονομάζεται τετράγωνο

Ονομάζεται τετράγωνο το παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνίες του ορθές.

140. Ποιες είναι οι ιδιότητες του τετραγώνου;

Το τετράγωνο έχει τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου και ακόμα τις επόμενες:

- Οι ευθείες των διαγωνίων του και οι μεσοκάθετοι των πλευρών του είναι άξονες συμμετρίας.
- Οι διαγώνιες του είναι ίσες, κάθετες (και διχοτομούνται).
- Οι διαγώνιες του είναι και διχοτόμοι των γωνιών πκ.

141. Τι ονομάζεται τραπέζιο και ποια είναι τα στοιχεία του;

- Ονομάζεται τραπέζιο το τετράπλευρο του οποίου δύο πλευρές είναι παράλληλες.
- Οι παράλληλες πλευρές του τραπεζίου λέγονται βάσεις του τραπεζίου.
- Η απόσταση των βάσεων λέγεται ύψος του τραπεζίου.

142. Τι ονομάζεται ισοσκελές τραπέζιο;

Ονομάζεται ισοσκελές τραπέζιο το τραπέζιο του οποίου οι μη παράλληλες πλευρές είναι ίσες.

143. Ποιες είναι οι ιδιότητες του ισοσκελούς τραπεζίου;

- Οι διαγώνιοι του είναι ίσες.
- Η ευθεία που διέρχεται από τα μέσα των βάσεων είναι άξονας συμμετρίας και μεσοκάθετος στις βάσεις του.
- Οι προσκείμενες σε κάθε βάση γωνίες του είναι ίσες

ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ

Ο Ευκλείδης έζησε την εποχή του Πτολεμαίου Α΄ και ήταν γιος του Ναυκράτη. Απέκτησε την μαθηματική του παιδεία στην Αθήνα από τους μαθητές του Πλάτωνα, όμως ο ίδιος δίδαξε και ίδρυσε την σχολή του στην Αλεξάνδρεια. Γνώριζε σε βάθος την επιστήμη της Γεωμετρίας και δημοσίευσε το πλέον άριστο και χρήσιμο έργο με τίτλο « Αρχές ή Στοιχεία Γεωμετρίας », το οποίο αποτελείτο από δεκατρία βιβλία που περιλάμβαναν 93 προβλήματα και 372 θεωρήματα, και πραγματευόταν ένα αντικείμενο με το οποίο δεν είχε ασχοληθεί επισταμένα έως τότε κανένας. Ο Ευκλείδης ήταν πάντοτε γνωστός σχεδόν αποκλειστικά ως συγγραφέας των *Στοιχείων* και οι Έλληνες αντί να χρησιμοποιούν το όνομα του, αναφέρονταν σ' αυτόν αποκαλώντας τον *ο στοιχειώτης,* ο συγγραφέας των *Στοιχείων.* Αυτό το θαυμάσιο βιβλίο με όλες τις ατέλειες του, οι οποίες είναι πράγματι, πολύ μικρές, αν ληφθεί υπόψη η εποχή κατά την οποία γράφτηκε, είναι, και αναμφίβολα θα παραμείνει το σπουδαιότερο εγχειρίδιο Μαθηματικών όλων των εποχών. Σχεδόν κανένα άλλο βιβλίο, εκτός από τη Βίβλο, δεν έχει κυκλοφορήσει ευρύτερα σε όλο τον κόσμο, ούτε έχει εκδοθεί η μελετηθεί περισσότερο από όσο αυτό. Ακόμα και κατά την αρχαιότητα οι πλέον καταξιωμένοι μαθηματικοί καταπιάνονταν με αυτό γράφοντας υπομνήματα, ασκώντας κριτική και τροποποιώντας ορισμένα σημεία των *Στοιχείων* με σκοπό μεγαλύτερης σαφήνειας και συνέπειας του έργου. Ο Ευκλείδης όμως υπήρξε και σπουδαίος χαρακτήρας, πράος και μετριόφρων. Όπως αναφέρει ο Πάππος ο Ευκλείδης δεν κόμπαζε όπως οι προκάτοχοι του και δεν προκαλούσε διαμάχες, αναγνώριζε το έργο των άλλων μαθηματικών και είχε απόλυτο σεβασμό στην παράδοση. Παροιμιώδης υπήρξε η ευσυνειδησία του, η εντιμότητα του και η υποδειγματική του καλοσύνη προς όλους εκείνους που μπορούσαν να προάγουν τη μαθηματική επιστήμη ακόμα και σε μικρό βαθμό. Δεν έγραψε κανενός είδους πρόλογο στο έργο του για να διαχωρίσει ότι ήταν καινούργιο και πρωτότυπο μολονότι είναι βέβαιο ότι, στα *Στοιχεία* για παράδειγμα, προχώρησε σε μεγάλες αλλαγές, τροποποιώντας τη διάταξη ολόκληρων βιβλίων, ανακατανέμοντας προτάσεις και επινοώντας νέες αποδείξεις, όπου η νέα διάταξη καθιστούσε τις προηγούμενες αποδείξεις μη εφαρμόσιμες.

Επίσης ο Ευκλείδης υπήρξε εκπληκτικός δάσκαλος με ξεχωριστή ικανότητα να μεταδίδει γνώσεις στους συνανθρώπους του. Μια ιστορία την οποία μας παραδίδει ο Στοβαίος, μας βοηθά να σχηματίσουμε μια εικόνα αυτής της ιδιότητας του ως δασκάλου: «Κάποιος, ο οποίος είχε αρχίσει να μελετά την Γεωμετρία με τον Ευκλείδη, όταν έμαθε το πρώτο θεώρημα , ρώτησε τον Ευκλείδη ''τι θα κερδίσουμε αν μάθουμε αυτά τα πράγματα;'' Ο Ευκλείδης κάλεσε τότε το σκλάβο του και του είπε ''δώσε στον άνθρωπο αυτόν τρεις οβολούς, εφόσον πρέπει να κερδίζει κάτι από ό,τι μαθαίνει''». Για το έργο του και την προσωπικότητα του ο Ευκλείδης, όχι άδικα θεωρείται ***''ο πατέρας της Γεωμετρίας''*** που

φέρει το όνομα του.