

ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Δύο γραμμικές εξισώσεις με δύο αγνώστους x και y , των οποίων ψάχνουμε τις κοινές λύσεις, αποτελούν ένα γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.

Ένα γραμμικό σύστημα έχει τη μορφή

$$a_1x + b_1y = \gamma_1$$

$$a_2x + b_2y = \gamma_2$$

$$a_2x + b_2y = \gamma_2$$

$$-x + 4y = 2$$

• Λύση ενός τέτοιου συστήματος ονομάζεται κοινός ζεύγος αριθμών (x, y) που επαληθεύει ταυτόχρονα και τις δύο εξισώσεις. Για το παραπάνω παράδειγμα λύση είναι το ζεύγος $(x, y) = (2, 1)$

• Επίλυση ονομάζουμε τη διαδικασία με την οποία βρίσκουμε το ζεύγος που επαληθεύει συγχρόνως τις δύο εξισώσεις. Επίλυση μπορεί να γίνει γραφικά ή αλγεβρικά

ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Θα χρησιμοποιήσουμε δύο διαφορετικούς μεθόδους.

Α) Μέθοδος αντιμετάθεσης

Δίνεται το σύστημα

$$x + y = 3$$

$$2x + y = 0$$

$$y = 3 - x$$

$$2x + 3 - x = 0$$

$$2x - x = -3 \text{ και}$$

Πρόσεται τη μία από τις δύο εξισώσεις ως προς ένα άγνωστο. Θα λύσω την 1^η ως προς y άρα $y = 3 - x$ και αντιμεταθέτω στην 2^η το y με το ίδιο του. Προκύπτει το σύστημα. Παρατηρώ ότι η 2^η εξίσωση έχει μόνο έναν άγνωστο το x άρα μπορεί να τη λύσω. Άρα!

y

Αγού το $x=3$ το z

$$y = -3$$

$$y = 3 - x$$

$$y = 3 - (-3)$$

$$y = 6$$

δηλαδή η λύση του συστήματος είναι το ζεύγος $(x, y) = (-3, 6)$

B. Μέθοδος αντιμετώπισης συντελεστών.

Έστω το σύστημα

$$3x - 4y = -1$$

$$x - 2y = -3$$

Σε αυτή τη μέθοδο, προσπαθούμε να δημιουργήσουμε για τον ένα από τους δύο αγνώστους αντίθετους συντελεστές στις δύο εξισώσεις.

Για να το πετύχουμε πολλαπλασιάζουμε τη μία ή και τις δύο εξισώσεις με κατάλληλο αριθμό. Εδώ θα πολλαπλασιάσουμε τη 2η με -3 . Προκύπτει το σύστημα:

$$\begin{matrix} (-3) & | & 3x - 4y = -1 \\ & | & x - 2y = -3 \end{matrix}$$

$$3x - 4y = -1$$

$$-3x + 6y = 9$$

Τώρα τις εξισώσεις που προκύπτουν προσθέτουμε μεταξύ τους

$$(3x - 4y) + (-3x + 6y) = -1 + 9$$

$$3x - 4y - 3x + 6y = 8$$

$$2y = 8$$

$$y = 4$$

και $x - 2 \cdot 4 = -3$

$$x = -3 + 8$$

$$x = 5 \quad \text{Άρα } (x, y) = (5, 4)$$

- Αν στις εξισώσεις υπάρχουν παρενθέσεις ή παρονομαστές πρώτα κάνουμε αντίστοιχες απλοποιήσεις και μετά χρησιμοποιούμε τη μία ή την άλλη μέθοδο

Να λύσετε το σύστημα

$$\begin{array}{l|l} 4 - (x+y) = -3(x+2y) & 4 - x - y = -3x - 6y \\ \frac{x-y}{2} - \frac{x-3y}{5} = \frac{7}{10} & 10 \cdot \frac{x-y}{2} - 10 \cdot \frac{x-3y}{5} = 10 \cdot \frac{7}{10} \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x + 5y = -4 \\ 5(x-y) - 2(x-3y) = 7 \end{array}$$

Χρησιμοποιώ μέθοδο αντίθετων συντελεστών

$$\begin{array}{r|l|l} 3 & 2x + 5y = -4 & -6x + 15y = -12 \\ -2 & 3x + y = 7 & -6x - 2y = -14 \end{array} \quad \begin{array}{l} (6x + 15y) + (-6x - 2y) = -12 - 14 \\ 6x + 15y - 6x - 2y = -26 \\ 13y = -26 \\ y = -2 \end{array}$$

$$3x + y = 7$$

$$3x - 2 = 7$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

$$\text{Άρα } (x, y) = (3, -2)$$

Αδύνατο σύστημα

Να λύσετε το σύστημα

$$\begin{array}{l} -2x + y = 3 \\ 4x - 2y = 5 \end{array}$$

Θα το λύσουμε με τη μέθοδο της αντικατάστασης

$$\begin{array}{l|l|l} -2x + y = 3 & y = 3 + 2x & y = 3 + 2x \\ 4x - 2y = 5 & 4 - 2(3 + 2x) = 5 & 4x - 6 - 4x = 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} 0x = 11 \end{array}$$

Η επίλυση $0x = 11$ είναι αδύνατη άρα και το σύστημα είναι αδύνατο

Αόριστο σύστημα

Να λύσετε το σύστημα

$$x - 3y = 6$$

$$-2x + 6y = 12$$

Θα χρησιμοποιήσουμε μέθοδο αντίθετων συντελεστών

$$\begin{array}{l|l} 2 & x-3y=6 \\ & -2x+6y=-12 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} & -2x-6y=12 \\ & -2x+6y=-12 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } (2x-6y) + (-2x+6y) &= 12-12 \\ 2x-6y-2x+6y &= 0 \\ 0x+0y &= 0 \end{aligned}$$

Η τελευταία εξίσωση είναι αόριστη άρα και το σύστημα είναι αόριστο