

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2- ΚΥΜΑΤΑ- DOPPLER

Τα φυσικά μεγέθη των αρμονικών κυμάτων	Σύμβολο
ταχύτητα κύματος	$u$
απόσταση διάδοσης	$x$
χρόνος	$t$
περίοδος κύματος	$T$
συχνότητα κύματος	$f$
μήκος κύματος	$\lambda$

Θεμελιώδης εξίσωση κυματικής : Από  $u = \frac{x}{t} \Rightarrow u = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow u = \lambda f$

Εξίσωση κύματος που διαδίδεται προς τα δεξιά

$$y = A\eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Εξίσωση κύματος που διαδίδεται προς τα αριστερά

$$y = A\eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

Φάση κύματος που διαδίδεται προς τα δεξιά

$$\phi = 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Διαφορά φάσης δύο σημείων του μέσου την ίδια χρονική στιγμή:

$$\phi_K - \phi_\Lambda = -\frac{2\pi}{\lambda} (x_K - x_\Lambda)$$

Μεταβολή φάσης ενός σημείου του μέσου για δύο χρονικές στιγμές

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{T} \Delta t \quad \Delta\phi = \omega \Delta t$$

Εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση των υλικών σημείων του μέσου.

Απομάκρυνσης

$$y = A\eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Ταχύτητας

$$u = \omega A \sigma \nu \nu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

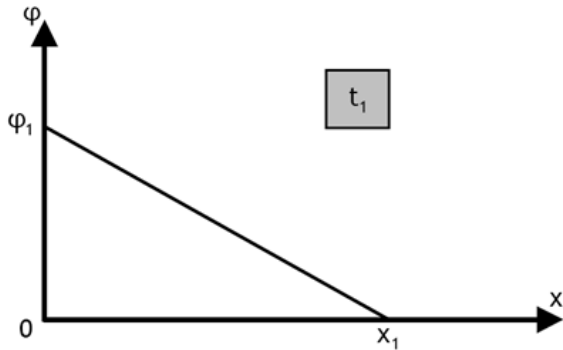
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2- ΚΥΜΑΤΑ- DOPPLER

επιτάχυνσης

Γραφική παράσταση  
θέσης κάποια

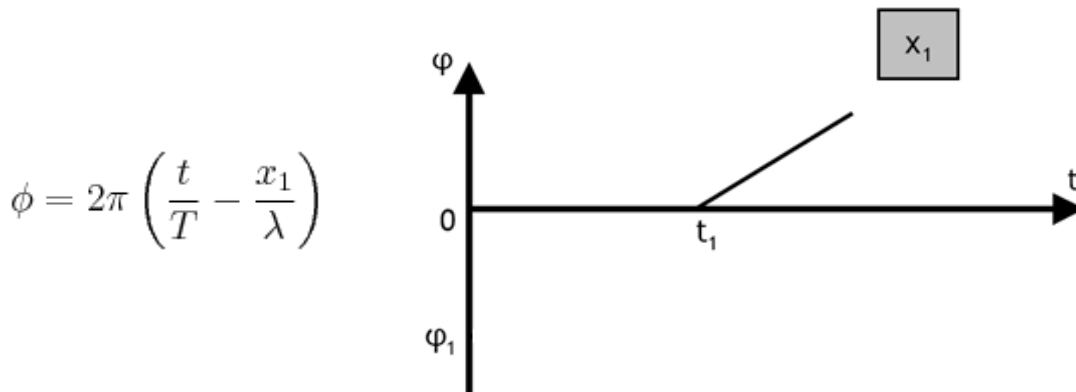
$$a = -\omega^2 A \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

της φάσης του κύματος συναρτήσει της  
στιγμής:

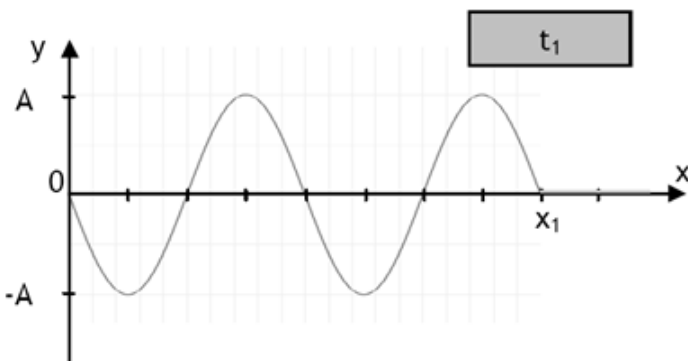


$$\phi = 2\pi \left( \frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Γραφική παράσταση της φάσης ενός υλικού σημείου συναρτήσει του χρόνου:



Στιγμιότυπο του κύματος



$$y = A \eta \mu 2\pi \left( \frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Από τη μορφή της γραφικής παράστασης συμπεραίνουμε ότι:

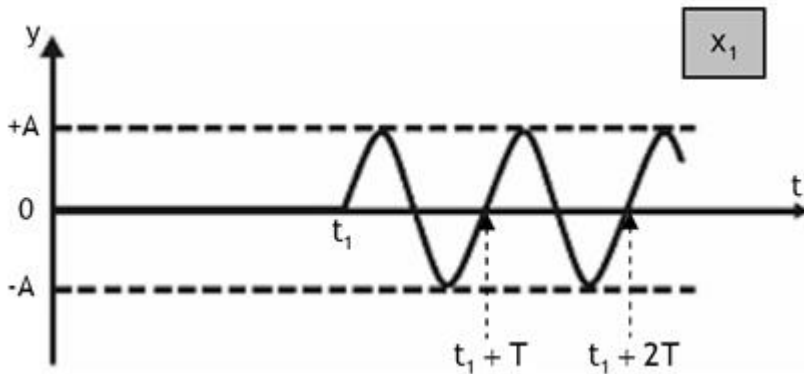
1. τη στιγμή  $t_1$  το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση  $x_1$ .
2. τη στιγμή  $t_1$  το σημείο στη θέση  $x_1$  θα ξεκινήσει να εκτελεί την ίδια ταλάντωση με εκείνη που

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2- ΚΥΜΑΤΑ- DOPPLER

Ξεκίνησε η πηγή του κύματος τη στιγμή  $t = 0$ .

3. Από τον αριθμό των επαναλήψεων ( $N$ ) της κυματικής εικόνας μπορούμε να υπολογίσουμε τον αριθμό των ταλαντώσεων που έχει εκτελέσει η πηγή ( $N$ ) και τη φάση της πηγής ( $2\pi N$ ) τη στιγμή  $t_1$ .

**Γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας ενός υλικού σημείου συναρτήσει του χρόνου:**



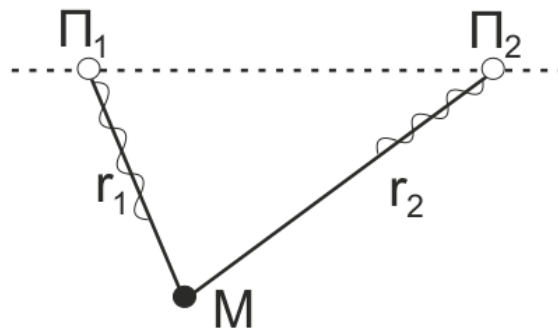
$$y = A\eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right)$$

Από τη μορφή της γραφικής παράστασης συμπεραίνουμε ότι:

1. τη στιγμή  $t_1$  το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση  $x_1$ .
2. Τη στιγμή  $t_1$  το σημείο στη θέση  $x_1$  θα ξεκινήσει να εκτελεί την ίδια ταλάντωση με εκείνη που ξεκίνησε η πηγή του κύματος τη στιγμή  $t = 0$ .

### Συμβολή των κυμάτων

$$\begin{cases} y_1 = A\eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \\ y_2 = A\eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) \end{cases}$$



**Εξίσωση απομάκρυνσης συμβολής μετά την έλευση και των δυο κυμάτων**  $y = 2A\sigma\upsilon\upsilon \left( 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right) \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$

Πλάτος

$$A' = 2A \cdot \left| \cos \left( 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right) \right|$$

### Υπερβολές ενίσχυσης και απόσβεσης

Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων για τα οποία  $|r_1 - r_2| = \text{σταθερή}$  είναι υπερβολή. Έτσι τα σημεία ενίσχυσης και απόσβεσης βρίσκονται πάνω σε υπερβολές με εστίες τις πηγές  $A$  και  $B$ , για τους διάφορους ακεραίους  $N$ . Σημειώστε ότι μεταξύ των πηγών παρεμβάλλεται περιττό πλήθος υπερβολών ενίσχυσης και άρτιο πλήθος υπερβολών απόσβεσης.

Συνθήκη ενίσχυσης (πλάτος  $2A$ )

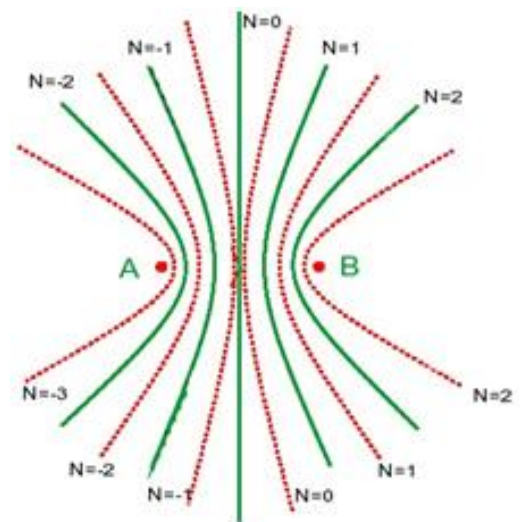
$$r_1 - r_2 = N \cdot \lambda, \quad N = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Για  $N = 0$  είναι  $r_1 = r_2$ , συνθήκη που επαληθεύεται από τα σημεία της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος που συνδέει τις δύο πηγές.

Συνθήκη ακυρωτικής συμβολής (πλάτος μηδέν)

$$r_1 - r_2 = (2N + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad N = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Αν δεν ισχύουν οι παραπάνω δυο συνθήκες τότε προφανώς το πλάτος της ταλάντωσης  $A'$  του σημείου της επιφάνειας παίρνει τιμές :  $0 < A' < 2A$



Στάσιμα κύματα

$$y_1 = A\eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad y_2 = A\eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$y = y_1 + y_2 \Rightarrow y = A\eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + A\eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

οπότε η τελική εξίσωση είναι:  $y = 2A\sigma\upsilon\nu \left( 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \cdot \eta\mu \left( 2\pi \frac{t}{T} \right)$

Πλάτος

$$A' = 2A \left| \sigma\upsilon\nu \left( 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \right| \quad \text{με τιμές από 0 μέχρι 2 A}$$

Σε ποιες θέσεις του μέσου βρίσκονται οι κοιλίες;

$$x = k \frac{\lambda}{2} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Σε ποιες θέσεις του μέσου βρίσκονται οι δεσμοί;

$$x = (2k + 1) \frac{\lambda}{4} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Για  $k < 0$  προκύπτουν οι δεσμοί και οι κοιλίες του αρνητικού ημιάξονα.

(! Στην παραπάνω μελέτη το σημείο  $O(x=0)$  που χρησιμοποιήσαμε ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων είναι κοιλία.)

Πόσο απέχουν δύο διαδοχικές κοιλίες ή δυο διαδοχικού δεσμοί;

$$d = \frac{\lambda}{2}$$

Πόσο απέχει μία κοιλία από τον πλησιέστερο δεσμό;

$$d = \frac{\lambda}{4}$$

Τι διαφορά φάσης παρουσιάζουν δυο σημεία της χορδής στα στάσιμα;

- **Μηδέν** αν βρίσκονται μεταξύ δυο διαδοχικών δεσμών ή χωρίζονται από  $2k$  δεσμούς
- **$\pi$**  αν βρίσκονται εκατέρωθεν ενός δεσμού σε απόσταση μικρότερη του  $\lambda/2$  το κάθε σημείο από τον δεσμό ή χωρίζονται από  $2k+1$  δεσμούς

Πως υπολογίζουμε το πλήθος των ενισχυτικών υπερβολών ή το πλήθος των υπερβολών απόσβεσης μεταξύ των πηγών;

1. Για πλήθος ενισχυτικών:

$$r_1 - r_2 = k\lambda ,$$

$$r_1 + r_2 = \pi 1 \pi 2$$

και λύνουμε το σύστημα περιορίζοντας το  $r_1 : 0 \leq r_1 \leq \pi 1 \pi 2$

2. Για πλήθος υπερβολών απόσβεσης:

$$r_1 - r_2 = (2k+1)\lambda/2 ,$$

$$r_1 + r_2 = \pi 1 \pi 2$$

και λύνουμε το σύστημα περιορίζοντας το  $r_1 : 0 \leq r_1 \leq \pi 1 \pi 2$

3. Οι υπερβολές ενίσχυσης είναι περιττό πλήθος, οι άλλες άρτιο πλήθος

### DOPPLER ( από βιβλίο)

Όταν μάθουμε πολύ καλά τους τύπους κοιτάζουμε τις επαναληπτικές ασκήσεις του φυλλαδίου