

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1- ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ (ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ)

- Περιοδικό φαινόμενο ονομάζεται το φαινόμενο που επαναλαμβάνεται αναλλοίωτα σε ίσα χρονικά διαστήματα.
- Περιοδική κίνηση έχουμε όταν το περιοδικό φαινόμενο περιλαμβάνει κίνηση.
- Ταλάντωση ονομάζεται η περιοδική κίνηση η οποία γίνεται παλινδρομικά μεταξύ δύο ακραίων θέσεων.
- Γραμμική ταλάντωση είναι η ταλάντωση η οποία πραγματοποιείται πάνω σε μία ευθεία γραμμή.
- Απλή Αρμονική Ταλάντωση ονομάζεται μια ειδική περίπτωση γραμμικής ταλάντωσης στην οποία η απομάκρυνση από το μέσο της τροχιάς δίνεται από τη σχέση: $x = A\eta\mu\omega t$.
- Περίοδος (T) ονομάζεται ο χρόνος που απαιτείται για να ολοκληρωθεί το περιοδικό φαινόμενο.
- Συχνότητα (f) ονομάζεται το φυσικό μέγεθος που μας δηλώνει πόσες φορές επαναλαμβάνεται το περιοδικό φαινόμενο στη μονάδα του χρόνου.
- Η Συχνότητα και η περίοδος είναι μεγέθη αντίστροφα.
- Ένα σώμα έχει κάνει μια πλήρη ταλάντωση αν περάσει από όλες τις θέσεις και καταλήξει στην θέση από την οποία ξεκίνησε.
- Ο χρόνος για να μεταβεί το σώμα σε μια Α.Α.Τ. από την θέση ισορροπίας σε μία ακραία θέση και αντίστροφα είναι $T/4$.
- Ο χρόνος για να μεταβεί το σώμα σε μία Α.Α.Τ. από την μία ακραία θέση στην άλλη είναι $T/2$.
- Απομάκρυνση (x) ονομάζεται η απόσταση του σώματος από την θέση ισορροπίας.
- Πλάτος (A) της ταλάντωσης ονομάζεται η μέγιστη απομάκρυνση.
- Η θέση ισορροπίας απέχει απόσταση A από τις ακραίες θέσεις.
- Οι ακραίες θέσεις απέχουν μεταξύ τους απόσταση $2A$.
- Σε μία πλήρη ταλάντωση το σώμα έχει διανύσει τροχιά μήκους $4A$.
- Πλάτος της ταχύτητας (u_{max}) ονομάζεται η μέγιστη ταχύτητα.
- Πλάτος της επιτάχυνσης (a_{max}) ονομάζεται η μέγιστη επιτάχυνση.
- Όταν το σώμα κινείται από την θέση ισορροπίας προς μία ακραία θέση επιβραδύνεται.
- Όταν το σώμα κινείται από μια ακραία θέση προς την θέση ισορροπίας επιταχύνεται.
- Δύναμη επαναφοράς (F) ονομάζεται η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα το οποίο εκτελεί Α.Α.Τ.
- Πλάτος της δύναμης (F_{max}) ονομάζεται η μέγιστη δύναμη επαναφοράς.
- Η δύναμη επαναφοράς και η επιτάχυνση είναι ομόρροπα διανύσματα.
- Η απομάκρυνση, η επιτάχυνση και η δύναμη επαναφοράς είναι μηδέν στην θέση ισορροπίας και μέγιστη στις ακραίες θέσεις.
- Η ταχύτητα είναι μέγιστη στην θέση ισορροπίας και μηδέν στις ακραίες θέσεις.
- Η απομάκρυνση και η επιτάχυνση έχουν πάντα αντίθετο πρόσημο.
- Η σχέση $F = -D \cdot x$ είναι ικανή και αναγκαία συνθήκη για να κάνει ένα σώμα Α.Α.Τ.
- Η σταθερά αναλογίας D ονομάζεται σταθερά επαναφοράς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1- ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

- Το κέντρο της τροχιάς σε μία Α.Α.Τ. ονομάζεται θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) επειδή σε εκείνο το σημείο η δύναμη επαναφοράς είναι μηδενική.

Φυσικό Μέγεθος	Σύμβολο	Μονάδα Μέτρησης
Αριθμός Ταλαντώσεων	N	—
Χρόνος	t	s
Περίοδος	T	s
Συχνότητα	f	Hz
Γωνιακή συχνότητα	ω	rad/s
Απομάκρυνση	x	m
Πλάτος	A	m
Ταχύτητα	u	m/s
Πλάτος της Ταχύτητας	u_{max}	m/s
Επιτάχυνση	α	m/s^2
Πλάτος της Επιτάχυνσης	α_{max}	m/s^2
Δύναμη Επαναφοράς	F	N
Πλάτος της Δύναμης Επαναφοράς	F_{max}	N
Μάζα	m	Kg
Σταθερά Επαναφοράς	D	N/m

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1- ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Τυπολόγιο- χωρίς αρχική φάση
Με αρχική φάση αντικαθιστούμε το ωt με $(\omega t + \phi_0)$

$T = \frac{t}{N}$	$f = \frac{N}{t}$	$T = \frac{1}{f}$
$\omega = 2 \cdot \pi f$	$\omega = 2 \cdot \frac{\pi}{T}$	$f = \frac{1}{T}$
$x = A \cdot \eta\mu\omega t$		
$u = u_{max} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega t$	$u_{max} = \omega \cdot A$	
$\alpha = -\alpha_{max} \cdot \eta\mu\omega t$	$\alpha_{max} = \omega^2 \cdot A$	
$F = -F_{max} \cdot \eta\mu\omega t$	$F_{max} = m \cdot \alpha_{max}$	$F_{max} = m \cdot \omega^2 \cdot A$
$F = -D \cdot x$	$F_{max} = D \cdot A$	
$D = m \cdot \omega^2$		
$T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{m}{D}}$		

ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ (ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ, ΑΡΧΙΚΗ ΦΑΣΗ, ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ, ΟΡΜΗ)

- Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης (U) είναι ανάλογη του τετραγώνου της απομάκρυνσης.
- Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι μηδέν στη θέση ισορροπίας και μέγιστη στις ακραίες θέσεις.
- Η κινητική ενέργεια ταλάντωσης (K) είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας του ταλαντευόμενου σώματος.
- Η κινητική ενέργεια ταλάντωσης είναι μέγιστη στη θέση ισορροπίας και μηδέν στις ακραίες θέσεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1- ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

- Η ενέργεια ταλάντωσης (E) παραμένει σταθερή σε μία Α.Α.Τ. και είναι πάντα ίση με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης.
- Η ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με τη μέγιστη δυναμική ενέργεια (U_{max}).
- Η ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με τη μέγιστη κινητική ενέργεια (K_{max}).
- Η κινητική και η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης γίνονται ίσες τέσσερις φορές στη χρονική διάρκεια μίας περιόδου.
- Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας δηλαδή $x = 0$ και η ταχύτητά του είναι θετική ($u > 0$) τότε δεν έχουμε αρχική φάση ή η αρχική φάση είναι μηδέν ($\varphi_0 = 0$).
- Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα βρίσκεται σε τυχαία θέση x , τότε έχουμε αρχική φάση διάφορη του μηδέν ($\varphi_0 \neq 0$).
- Η αρχική φάση (φ_0) είναι η φάση τη χρονική στιγμή $t = 0$.
- Η αρχική φάση παίρνει τιμές $0 \leq \varphi_0 < 2\pi$.
- Για τον υπολογισμό της αρχικής φάσης σε μία Α.Α.Τ. πρέπει να γνωρίζουμε την απομάκρυνση αλλά και το πρόσημο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t = 0$.
- Για να αποδείξουμε ότι ένα σύστημα κάνει Α.Α.Τ. πάντα θα παίρνουμε θετική τη φορά από τη θέση ισορροπίας προς την τυχαία θέση ταλάντωσης.

Φυσικό Μέγεθος	Σύμβολο	Μονάδα Μέτρησης
Δυναμική Ενέργεια	U	J
Κινητική Ενέργεια	K	J
Ενέργεια Ταλάντωσης	E	J
Μέγιστη Δυναμική Ενέργεια	U_{max}	J
Μέγιστη Κινητική Ενέργεια	K_{max}	J
Φάση	φ	rad
Αρχική Φάση	φ_0	rad
Σταθερά του Ελατηρίου	K	$\frac{N}{m}$
Πλάτος της Ταχύτητας	u_{max}	$\frac{m}{s}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1- ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Τυπολόγιο	
$E = K + U$	$U = E \cdot \eta\mu^2\omega t$
$U = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2 \quad K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2$	$K = E \cdot \sigma\upsilon\nu^2\omega t$
$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2$	$U_{max} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2$
$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 \quad E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u_{max}^2$	$K_{max} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u_{max}^2$
$F_{ελ} = -K \cdot x$	$\varphi = \omega t + \varphi_0$

ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Τα φυσικά μεγέθη της φθίνουσας ταλάντωσης	Σύμβολο
αρχικό πλάτος φθίνουσας ταλάντωσης	A_0
πλάτος φθίνουσας ταλάντωσης μετά από N ταλαντώσεις	A_N
σταθερά φθίνουσας ταλάντωσης	Λ
αρχική ενέργεια φθίνουσας ταλάντωσης	E_0
ενέργεια φθίνουσας ταλάντωσης μετά από N ταλαντώσεις	E_N
σταθερά απόσβεσης	b

Το τυπολόγιο της φθίνουσας ταλάντωσης	
αντιτιθέμενη δύναμη	$F' = -bu$
εκθετική μείωση πλάτους	$A = A_0 e^{-\Lambda t}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1- ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

λόγος διαδοχικών πλατών προς την ίδια κατεύθυνση	$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots =$ σταθ.
ενέργεια ταλάντωσης μετά από N ταλαντώσεις	$E_N = \frac{1}{2}DA_N^2 = E_0e^{-2\Delta t}$
ποσοστιαία μεταβολή του τυχαίου μεγέθους M	$\Delta M \% = \left(\frac{M_{\tau\epsilon\lambda}}{M_{\alpha\rho\chi}} - 1 \right) \cdot 100 \%$

Ιδιότητες Λογαρίθμων

$\ln 1 = 0$	$\ln e^\beta = \beta$
$\ln e = 1$	$e^{\ln a} = a$
$\ln(a \cdot \beta) = \ln a + \ln \beta$	$\ln a^\beta = \beta \ln a$
$\ln \frac{a}{\beta} = \ln a - \ln \beta$	$e^{-\beta \ln a} = e^{\ln a^{-\beta}} = a^{-\beta} = \frac{1}{a^\beta}$

ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ (από σχολικό)

ΣΥΝΘΕΣΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ (από σχολικό)