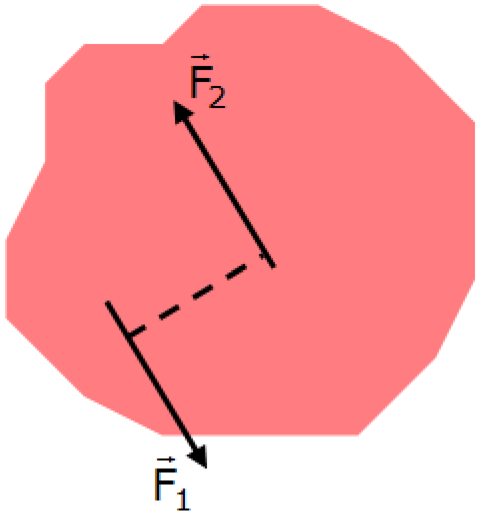
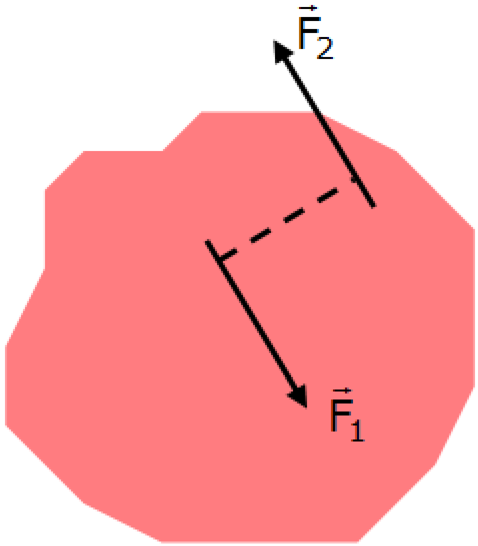
ΔΕΥΤΕΡΟ ΘΕΜΑ

- Στο σχήμα (α) φαίνεται ένα ελεύθερο στερεό, το οποίο στρέφεται υπό την επίδραση του ζεύγους δυνάμεων $\vec{F_1}$ και $\vec{F_2}$.



(α)



(β)

Αν μετακινήσουμε τα σημεία εφαρμογής των δυνάμεων μετακινώντας παράλληλα τους φορείς των δυνάμεων, όπως φαίνεται στο σχήμα (β), χωρίς να μεταβάλλουμε τη μεταξύ τους απόσταση, τότε το στερεό:

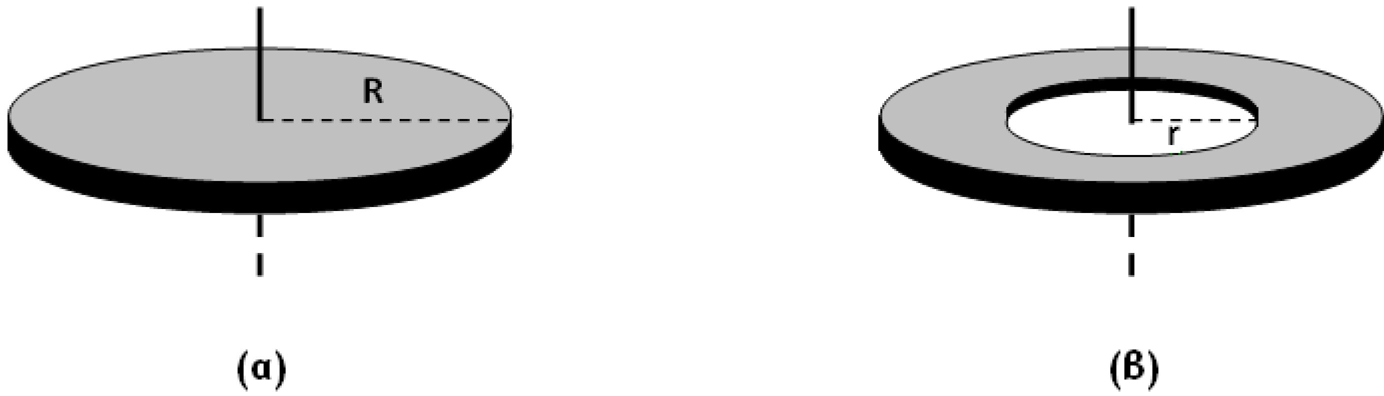
α) στρέφεται όπως και στο σχήμα α.

β) στρέφεται αντίστροφα από το σχήμα α.

γ) ισορροπεί.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Ο ομογενής δίσκος ακτίνας R και μάζας M του σχήματος (α) μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και περνά από το κέντρο του. Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $\frac{1}{2}MR^2$ και επιπλέον γνωρίζουμε ότι η μάζα ενός τμήματος του δίσκου είναι ανάλογη της επιφάνειας που καλύπτει.



Αφαιρούμε από το δίσκο ένα κυκλικό τμήμα ακτίνας $r = \frac{R}{2}$ όπως φαίνεται στο σχήμα (β). Η ροπή αδράνειας του δακτυλίου που σχηματίστηκε είναι:

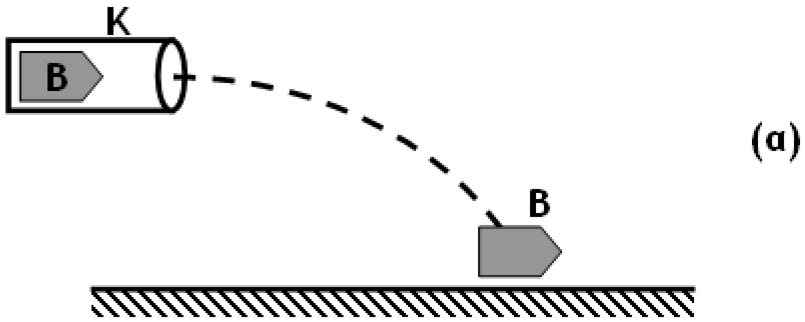
α) $\frac{3}{8}MR^2$.

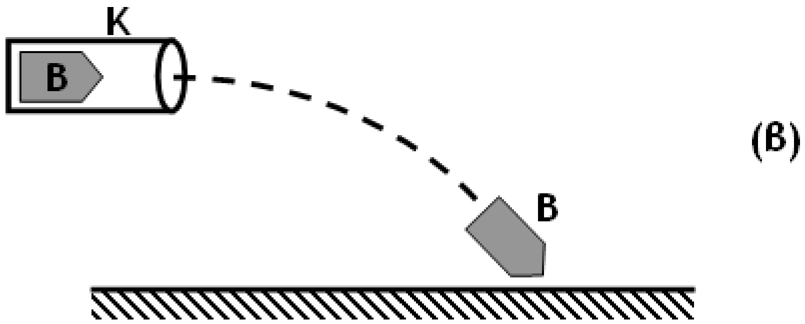
β) $\frac{7}{16}MR^2$.

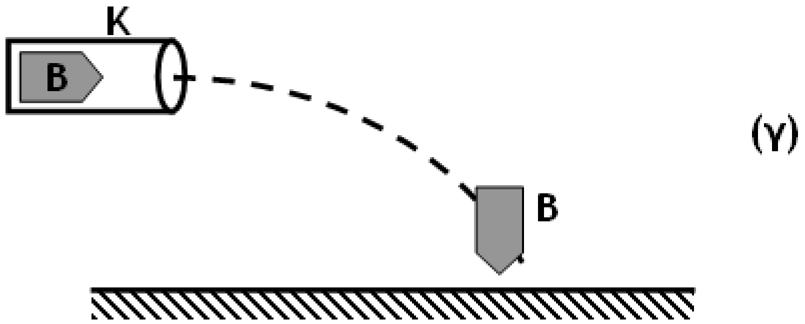
γ) $\frac{15}{32}MR^2$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Από το κανόνι Κ εκτοξεύεται οριζόντια ένα βλήμα Β. Το βλήμα, ακολουθώντας παραβολική τροχιά, φτάνει στο έδαφος. Αγνοώντας την επίδραση του αέρα, και θεωρώντας το βλήμα ελεύθερο στερεό, το σχήμα που δείχνει σωστά τον τρόπο με τον οποίο το βλήμα συναντά το έδαφος είναι:







α) το σχήμα α.

β) το σχήμα β.

γ) το σχήμα γ.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Πετάμε μια μπάλα του μπάσκετ κατακόρυφα προς τα πάνω με τέτοιο τρόπο, ώστε αυτή να περιστρέφεται καθώς ανέρχεται. Στο χρονικό διάστημα που η μπάλα ανέρχεται, η γωνιακή της ταχύτητα α) αυξάνεται.

β) μειώνεται.

γ) παραμένει σταθερή.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Ένας τροχός περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονά. Η κινητική ενέργεια του τροχού είναι K . Αν διπλασιάσουμε τη στροφορμή του τροχού, τότε η κινητική του ενέργεια θα γίνει

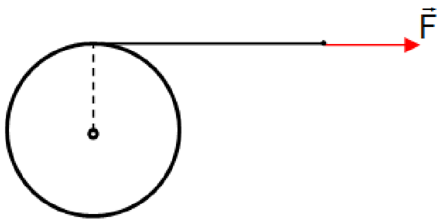
α) $2K$.

β) $4K$.

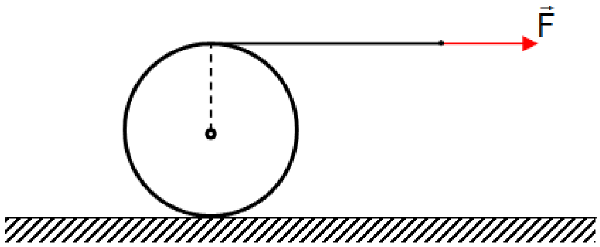
γ) $8K$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Ο άξονας του αρχικά ακίνητου ομογενή τροχού του σχήματος (α) είναι ακλόνητος. Γύρω από τον τροχό έχει τυλιχθεί πολλές φορές αβαρές νήμα, το οποίο δεν ολισθαίνει πάνω στον τροχό. Στην ελεύθερη άκρη του νήματος ασκείται σταθερή δύναμη $\vec{F}$, η οποία προσφέρει στον τροχό έργο W και μετά καταργείται. Στο σχήμα (β) ένας ίδιος αρχικά ακίνητος τροχός κυλίεται υπό την επίδραση της ίδιας σταθερής δύναμης $\vec{F}$, η οποία προσφέρει στον τροχό το ίδιο έργο W όπως και στη περίπτωση (α) και μετά καταργείται. Η γωνιακή ταχύτητα, μόλις καταργηθεί η δύναμη $\vec{F}$, είναι:



(α)



(β)

α) μεγαλύτερη στον τροχό α.

β) μεγαλύτερη στον τροχό β.

γ) ίση στους δύο τροχούς.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Δύο στερεά Α και Β στρέφονται γύρω από σταθερό άξονα με κοινή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου a_γ. Ο λόγος των μέτρων της στροφορμής του στερεού Α προς τη στροφορμή του Β ως προς τον άξονα περιστροφής κάποια χρονική στιγμή t_1 είναι $\frac{L_1}{L_2} = 2$. Εκείνη τη χρονική στιγμή, ο λόγος $\frac{P_1}{P_2}$ της ισχύος της ροπής που επιταχύνει το στερεό Α προς την ισχύ της ροπής που επιταχύνει το στερεό Β είναι:

  α) $\frac{1}{2}$.

  β) 1.

  γ) 2.

  Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Το μολύβι του σχήματος μπορεί να κινείται ελεύθερα πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι. Ασκούμε την ίδια δύναμη F δύο φορές, μία στο άκρο Α και μία στο μέσο Μ. Το κέντρο μάζας του μολυβιού θα διανύσει το μήκος του τραπεζιού

  α. σε μικρότερο χρόνο όταν η δύναμη ασκείται στο μέσον Μ.

  β. σε μικρότερο χρόνο όταν η δύναμη ασκείται στο άκρο Α.

  γ. στον ίδιο χρόνο και στις δύο περιπτώσεις.

  Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

- Ένας αθλητής καταδύσεων κατά την εκτέλεση ενός άλματος κατάφερε συμπτύσσοντας τα άκρα του να μειώσει την ροπή αδράνειας του στο μισό της αρχικής τιμής της. Η μεταβολή αυτή είχε ως συνέπεια η κινητική του ενέργεια λόγω στροφικής κίνησης να

  α. διπλασιαστεί.

  β. παραμείνει σταθερή.

  γ. τετραπλασιαστεί.

  Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Ο δίσκος και ο δακτύλιος του σχήματος είναι αρχικά ακίνητοι και έχουν ίσες μάζες και ίσες ακτίνες. Με τη βοήθεια νημάτων που είναι τυλιγμένα στις περιφέρειές τους ασκούμε εφαπτομενικά την ίδια δύναμη F μέχρι να ξετυλιχτεί νήμα ίδιου μήκους d και στα δύο σώματα.

  Για το πηλίκο $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ των γωνιακών ταχυτήτων που θα αποκτήσουν ο δίσκος και ο δακτύλιος αντίστοιχα, ισχύει

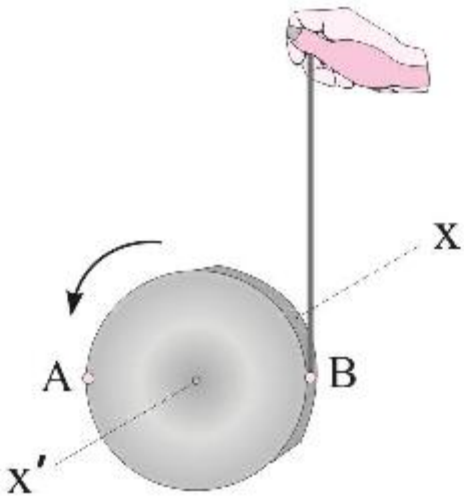
  α. $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 1$

  β. $\frac{\omega_1}{\omega_2} > 1$

  γ. $\frac{\omega_1}{\omega_2} < 1$

  Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Το γιο - γιο του σχήματος αποτελείται από ένα μικρό κύλινδρο μάζας Μ και ακτίνας R, στο κυρτό μέρος του οποίου έχει τυλιχτεί πολλές φορές ένα αβαρές νήμα.
  Κρατώντας το ελεύθερο άκρο του νήματος και αφήνοντας τον κύλινδρο ελεύθερο, το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος κατεβαίνει περιστρεφόμενος γύρω από ένα νοητό οριζόντιο άξονα x 'x που ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Αν η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι v_{cm}, τότε η ταχύτητα του σημείου Α, το οποίο βρίσκεται στην επιφάνεια του κυλίνδρου, είναι



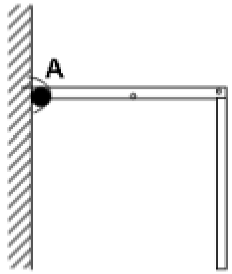
  α. v_{cm}

  β. $2v_{cm}$

  γ. 0

  Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Δύο ίδιες ομογενείς ράβδοι μήκους ℓ και μάζας m, είναι ενωμένες κάθετα, όπως φαίνεται στο σχήμα και το σύστημά τους μπορεί να περιστρέφεται γύρω από την άρθρωση Α σε κατακόρυφο επίπεδο. Αν η ροπή αδράνειας ράβδου μήκους ℓ και μάζας m ως προς άξονα κάθετο στο κέντρο της είναι $I_{cm} = \frac{1}{12}m\ell^2$, τότε η ροπή αδράνειας του συστήματος των ράβδων ως προς το Α είναι



α. $I_A = \frac{5}{3} m\ell^2$

β. $I_A = \frac{4}{3} m\ell^2$

γ. $I_A = \frac{17}{12} m\ell^2$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Ομογενής σφαίρα μάζας m και ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας είναι υ_{cm} και η γωνιακή ταχύτητα ω. Η ολική κινητική ενέργεια της σφαίρας είναι $\mathrm{K}_{o\lambda} = \frac{7}{10} m\upsilon_{cm}^2$. Η στροφορμή L της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι

α. $\frac{3}{5}\ m \cdot \frac{{\upsilon_{cm}}^2}{\omega}$

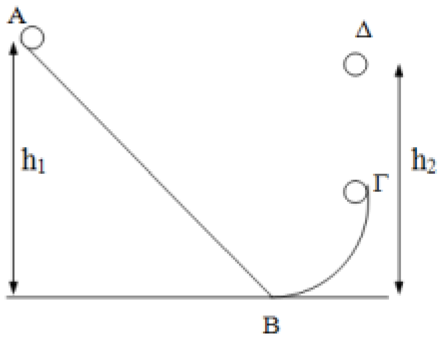
β. $\frac{3}{5}\ m \cdot \frac{{\upsilon_{cm}}^2}{R}$

γ. $\frac{2}{5}\ m \cdot \frac{{\upsilon_{cm}}^2}{\omega}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Ένα μικρό δαχτυλίδι με τη μάζα του όλη συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του, αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί στο σημείο Α του κεκλιμένου επίπεδου του διπλανού σχήματος, κάνοντας κύλιση, χωρίς να ολισθαίνει και μόλις φτάσει στο σημείο Β εισέρχεται, χωρίς απώλεια ενέργειας, σε οδηγό σχήματος τεταρτημορίου, όπως στο σχήμα, συνεχίζοντας να κάνει κύλιση. Όταν φτάσει στο σημείο Γ, συνεχίζει την κίνησή του μέχρι το σημείο Δ, όπου σταματάει την άνοδό του.

Εφαρμόζοντας τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων Α και Δ προκύπτει ότι το τελικό ύψος h_2, που φτάνει στιγμιαία το δαχτυλίδι και το αρχικό ύψος h_1, που το αφήσαμε συνδέονται με τη σχέση



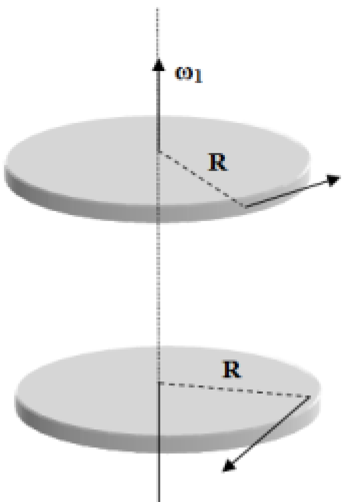
α. $h_2 = h_1$.

β. $h_2 < h_1$.

γ. $h_2 > h_1$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Δύο όμοιοι οριζόντιοι δίσκοι, ροπής αδράνειας Ι, περιστρέφονται αντίρροπα γύρω από κοινό κατακόρυφο άξονα όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι γωνιακές τους ταχύτητες έχουν σχέση $\omega_1 = 2\omega_2$. Κάποια στιγμή οι δύο δίσκοι έρχονται σε επαφή και συνεχίζουν να περιστρέφονται σαν ένας δίσκος με γωνιακή ταχύτητα $\omega = \omega_2/2$. Η απώλεια ενέργειας του συστήματος Q είναι



α. $Q = \frac{3}{5}\ I \cdot {\omega_2}^2$

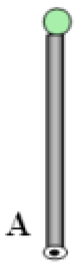
β. $Q = \frac{9}{4}\ I \cdot {\omega_2}^2$

γ. $Q = \frac{3}{4}\ I \cdot {\omega_2}^2$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Μία ομογενής ράβδος μήκους ℓ και μάζας m μπορεί να περιστραφεί γύρω από οριζόντιο άξονα, που διέρχεται από το άκρο της Α, όπως φαίνεται στο σχήμα, ενώ στο άλλο της άκρο έχει κολλημένη μια σημειακή μάζα, ίδιας μάζας με τη ράβδο.

  Το σύστημα ξεκινάει από την κατακόρυφη θέση, χωρίς αρχική ταχύτητα και περιστρέφεται κατά τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος αποκτά μέγιστη τιμή ίση με



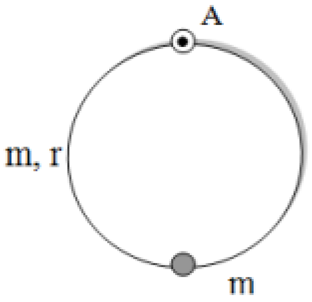
α. $\left(\frac{dL}{dt}\right)_{\max} = \frac{3}{2}mg\ell$

β. $\left(\frac{dL}{dt}\right)_{\max} = \frac{1}{2}mg\ell$

γ. $\left(\frac{dL}{dt}\right)_{\max} = \frac{5}{2}mg\ell$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- Ένας ομογενής δίσκος μάζας m και ακτίνας r έχει κολλημένη σε σημείο της περιφέρειάς του μία σημειακή μάζα m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σύστημα μπορεί να περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σημείο Α, που είναι αντιδιαμετρικό της σημειακής μάζας. Η ροπή αδράνειας δίσκου μάζας m και ακτίνας r, ως προς άξονα κάθετο στο κέντρο του είναι $I_{cm} = \frac{1}{2}mr^2$.



Η ροπή αδράνειας του συστήματος δίσκος - σημειακή μάζα, ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Α είναι

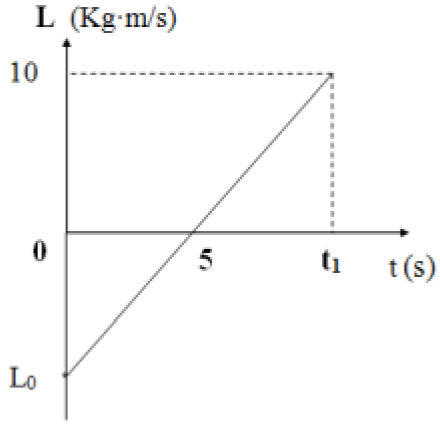
α. $\frac{5m \cdot r^2}{2}$

β. $\frac{9m \cdot r^2}{4}$

γ. $\frac{11m \cdot r^2}{2}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Ένα στερεό σώμα μπορεί να περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα. Το διάγραμμα που περιγράφει πώς μεταβάλλεται η στροφορμή του σώματος σε σχέση με το χρόνο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Στο χρονικό διάστημα από 0 έως τη χρονική στιγμή t_1, το συνολικό έργο των ροπών που ασκούνται στο στερεό σώμα είναι μηδέν.



Η αρχική στροφορμή του σώματος είναι

α. $L_0 = -10Kg \cdot m/s$

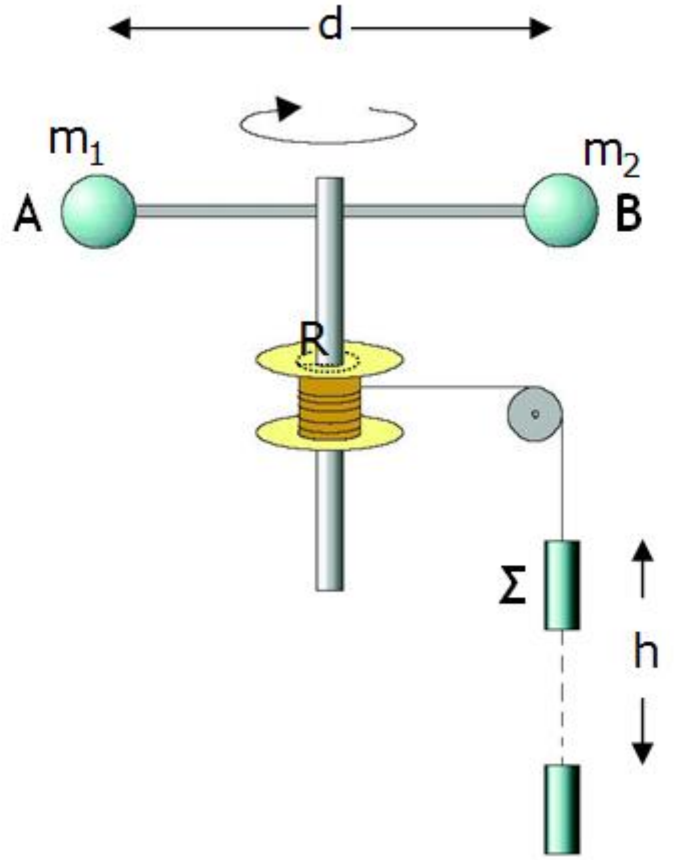
β. $L_0 = -20Kg \cdot m/s$

γ. $L_0 = -5Kg \cdot m/s$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

ΤΡΙΤΟ ΘΕΜΑ

- Η οριζόντια και ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος έχει μήκος $d = 2\ m$ μάζα $M = 3\ kg$ και μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο σωλήνα που περνά από το κέντρο της. Στο σωλήνα έχει προσαρμοστεί, σταθερά, ένας μικρός κύλινδρος ακτίνας $R = 0,1\ m$. Γύρω από τον κύλινδρο είναι τυλιγμένο πολλές φορές λεπτό νήμα, στην ελεύθερη άκρη του οποίου αναρτάται, μέσω τροχαλίας, ένα σώμα Σ. Στα άκρα Α και Β της ράβδου έχουν στερεωθεί δύο μικρές σφαίρες με μάζες $m_1 = 1\ kg$ και $m_2 = 2\ kg$ αντίστοιχα. Ο σωλήνας, ο κύλινδρος, η τροχαλία και το νήμα θεωρούνται αβαρή. Το νήμα δεν ολισθαίνει στον κύλινδρο.



Αρχικά όλη η διάταξη είναι ακίνητη. Τη στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα Σ αφήνεται να κινηθεί και η ράβδος ξεκινά να περιστρέφεται. Το νήμα ασκεί στον κύλινδρο σταθερή ροπή μέτρου $\tau = 16\ Nm$.

Να βρείτε:

α) Τη συνολική ροπή αδράνειας $I_{ολ}$ του συστήματος της ράβδου και των δύο σφαιριδίων ως προς τον άξονα περιστροφής της ράβδου.

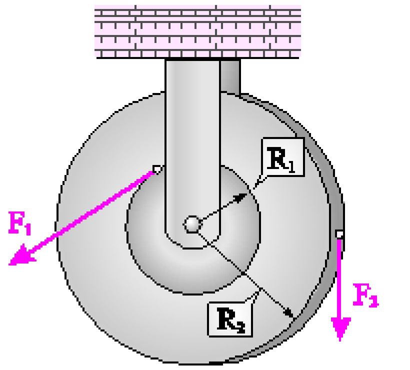
β) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης a_{γ} του παραπάνω συστήματος.

γ) Το ύψος h κατά το οποίο έχει κατέλθει το σώμα Σ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = \sqrt{10\pi}\ s$.

δ) Τον αριθμό των περιστροφών $N_{\sigma\tau\rho}$ της ράβδου στο ίδιο χρονικό διάστημα.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I=\frac{1}{12}Md^2$, $g=10\ \frac{m}{s^2}$.

- Η ακίνητη διπλή τροχαλία του σχήματος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας της. Η τροχαλία έχει ακτίνες $R_1=10cm$, $R_2=20cm$ και ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής $I=1kgm^2$. Στην τροχαλία που είναι αρχικά ακίνητη, ασκούνται μέσω κατάλληλων αβαρών νημάτων οι δυνάμεις $F_1=60N$ και $F_2=40N$, με σημεία εφαρμογής και κατευθύνσεις όπως στο σχήμα. Να υπολογίσετε:



α) τη συνολική ροπή που δέχεται η τροχαλία.

β) τη γωνιακή επιτάχυνση που αποκτά η τροχαλία.

γ) τη γωνιακή της ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t=4\ s$.

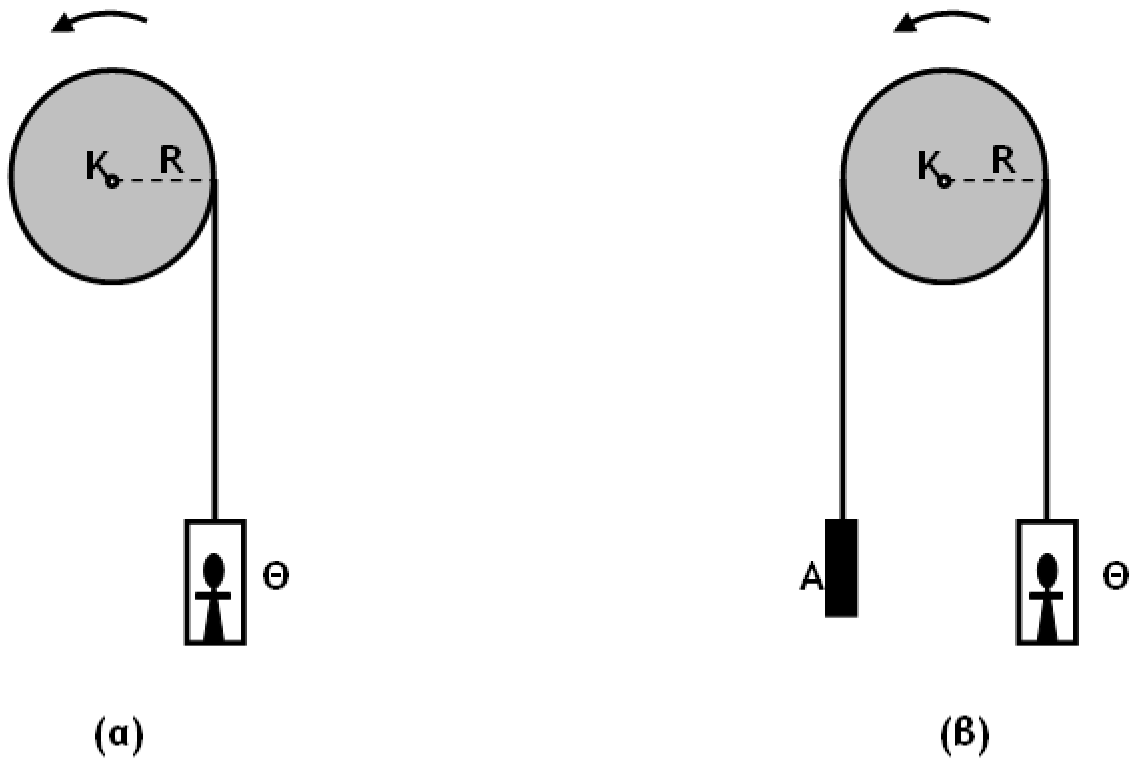
δ) τη χρονική στιγμή $t=4\ s$, το μήκος των νημάτων που έχει τυλιχτεί ή ξετυλιχτεί σε κάθε τροχαλία.

- Ο ανελκυστήρας του σχήματος (α) αποτελείται από το θάλαμο επιβατών συνολικού βάρους $w_\Theta=2000N$ και το τύμπανο περιέλιξης του συρματόσχοινου ακτίνας $R=0,25m$, στο οποίο έχει προσαρμοστεί ο κινητήρας του ανελκυστήρα. Ο θάλαμος ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα μέτρου $v=1\,m/s$.

α)

1) Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τυμπάνου.

2) Να υπολογίσετε την ισχύ του κινητήρα.



β) Στο σχήμα (β) δείχνεται ο ίδιος ανελκυστήρας στον οποίο έχει προσαρμοστεί ένα αντίβαρο Α βάρους $w_A = 1800N$. Ο θάλαμος ανεβαίνει πάλι με σταθερή ταχύτητα μέτρου $v = 1\,m/s$.

1) Να υπολογίσετε τη νέα ροπή του κινητήρα, που ασκείται στο τύμπανο.

2) Να υπολογίσετε τη νέα ισχύ του κινητήρα.

➢ Μια συμπαγής σφαίρα μάζας $m = 1kg$ και ακτίνας $R = 0,2m$ μπορεί να κυλά (χωρίς να ολισθαίνει) σε πλάγιο επίπεδο γωνίας φ. ‘Όταν αυτή αφεθεί ελεύθερη να κυλήσει στο επίπεδο, ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ως προς το κέντρο μάζας της έχει μέτρο $2/7\ kgm^2/s^2$.

α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα.

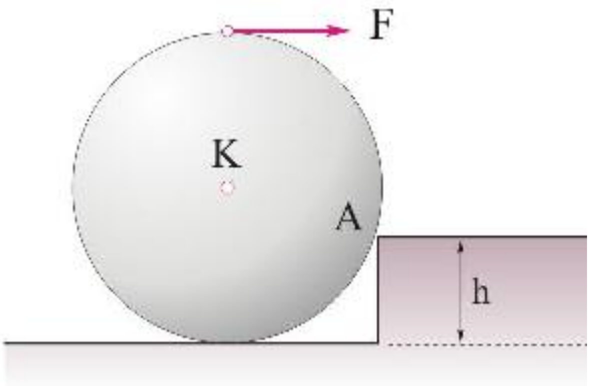
β. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής.

γ. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας.

δ. Να υπολογίσετε το ημφ της γωνίας φ του πλάγιου επιπέδου.

Δίνονται: $g = 10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας $I_{cm} = 2mR^2/5$

- Η σφαίρα του διπλανού σχήματος έχει μάζα $m = 60kg$, ακτίνα $R = 1m$ και το εμπόδιο έχει ύψος $h = 0,4m$. Ασκούμε στο ψηλότερο σημείο της σφαίρας εφαπτομενικά οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 400N$ η οποία παραμένει διαρκώς σταθερή σε κατεύθυνση και μέτρο, με συνέπεια η σφαίρα να υπερπηδά το εμπόδιο.



Α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας.

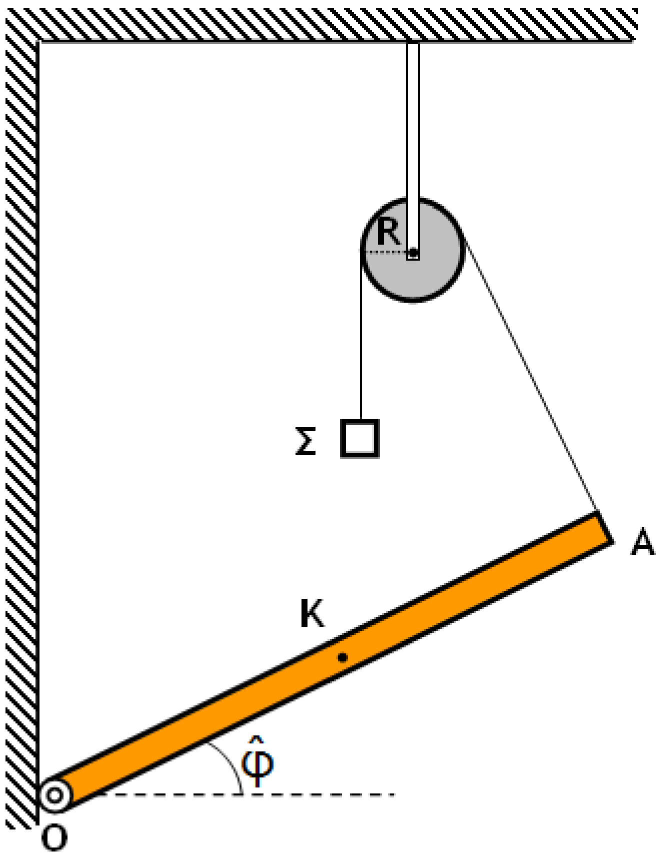
Β. Τη χρονική στιγμή που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο το σημείο Α, το κέντρο μάζας Κ της σφαίρας και το σημείο εφαρμογής της δύναμης F, να:

1. σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ακούνται στη σφαίρα (να αγνοηθεί η στατική τριβή).
2. υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστρο-φής που διέρχεται από το σημείο Α.
3. υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Α.

Δίνονται $g = 10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = 2mR^2/5$.

ΤΕΤΑΡΤΟ ΘΕΜΑ

- Η λεπτή, ομογενής ράβδος ΟΑ του σχήματος έχει μήκος L , μάζα M και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα (άρθρωση) που διέρχεται από το άκρο της Ο. Στο άλλο άκρο Α της ράβδου είναι δεμένο ένα αβαρές νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου είναι αναρτημένο, μέσω τροχαλίας ακτίνας R, ένα σώμα Σ μάζας $m_1 = 0,1\sqrt{5}\ kg$.



Το νήμα είναι κάθετο στη ράβδο ΟΑ στο άκρο της Α. Η ράβδος, το σώμα Σ και η τροχαλία ισορροπούν ακίνητα, με τη ράβδο να σχηματίζει γωνία $\varphi = 45^0$ με το οριζόντιο δάπεδο. Να βρείτε:

α) το μέτρο της τάσης T_1 του νήματος στο σημείο Α.

β) τη μάζα M της ράβδου.

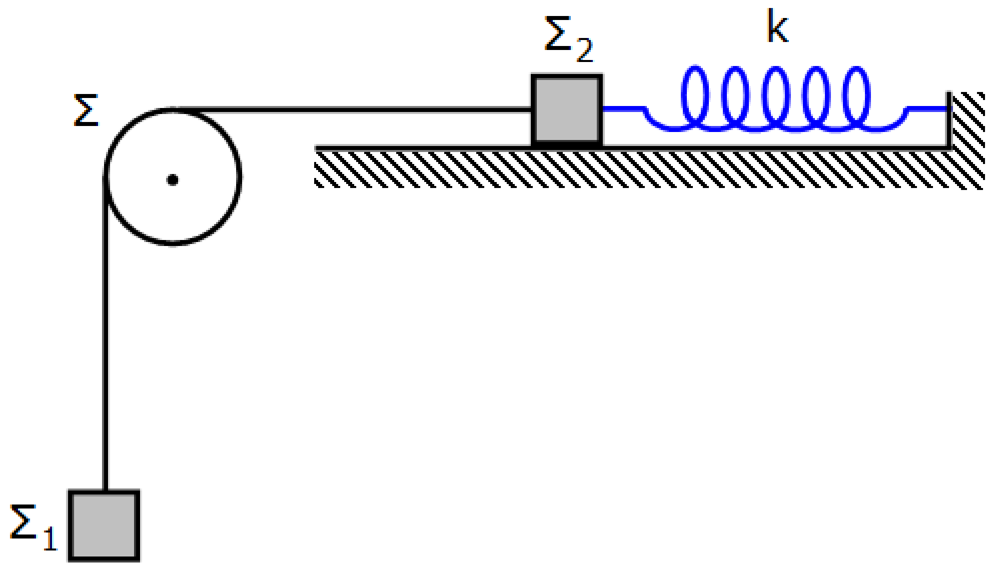
γ) το μήκος L της ράβδου, αν η ροπή αδράνειάς της ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο είναι $I_O = 15\sqrt{10} \cdot 10^{-4}\ kgm^2$.

δ) Το μέτρο της δύναμης F που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.

Δίνονται: Η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται απο το κέντρο μάζας είναι

$$I_{cm} = \frac{1}{12}ml^2$$

- Η τροχαλία Σ του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα της, είναι $I = 0,01\ kgm^2$ και η ακτίνα της είναι $R = 0,1\ m$. Γύρω από την τροχαλία είναι τυλιγμένο πολλές φορές λεπτό αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο δεν ολισθαίνει πάνω στην τροχαλία. Στη μία άκρη του νήματος έχει αναρτηθεί το σώμα $Σ_1$. Στην άλλη άκρη του νήματος έχει προσδεθεί το σώμα $Σ_2$, το οποίο βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σύστημα ισορροπεί ακίνητο με τη βοήθεια ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\ \dfrac{N}{m}$, στο οποίο έχει προσδεθεί στο ένα άκρο του το σώμα $Σ_2$ και το άλλο άκρο του σε ακλόνητο στήριγμα. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ έχουν μάζα $m = 1\ kg$ το καθένα.



α) Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης $F_{ελ}$ που ασκεί το ελατήριο στο σώμα $Σ_2$, όταν το σύστημα ισορροπεί.

β) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κόβουμε το νήμα στο σημείο που συνδέει το σώμα $Σ_2$ με την τροχαλία, με αποτέλεσμα η τροχαλία να ξεκινήσει να περιστρέφεται και το σύστημα ελατήριο - $Σ_2$ να ξεκινήσει απλή αρμονική ταλάντωση.

Να βρείτε:

β1) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης $a_γ$ της τροχαλίας.

β2) Πόσο έχει κατέβει το σώμα $Σ_1$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της τροχαλίας γίνεται αριθμητικά ίσο με τη γωνιακή συχνότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο - $Σ_2$.

β3) Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας $\frac{dK}{dt}$ τη χρονική στιγμή t_1 όπως αυτή καθορίζεται στο προηγούμενο ερώτημα.

Δίνεται: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

- Η ομογενής ράβδος ΟΑ του σχήματος έχει μάζα $M = 4\ kg$ και μήκος $L = 2\ m$. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια άρθρωσης στο άκρο Ο και νήματος που είναι δεμένο στο άκρο Α και σχηματίζει γωνία 30^o με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Από ένα σημείο Γ της ράβδου έχει δεθεί μέσω αβαρούς σχοινιού ένα γιο-γιο μάζας $m = 12\ kg$, ο κύλινδρος του οποίου έχει ακτίνα $R = 0,1\ m$. Το γιο-γιο ελευθερώνεται και κατέρχεται διαγράφοντας κατακόρυφη τροχιά, χωρίς ποτέ το σχοινί να γλιστρά. Καθώς το γιο-γιο κατέρχεται το νήμα ΑΒ ασκεί στη ράβδο δύναμη μέτρου $T = 100\ N$. Να βρείτε:

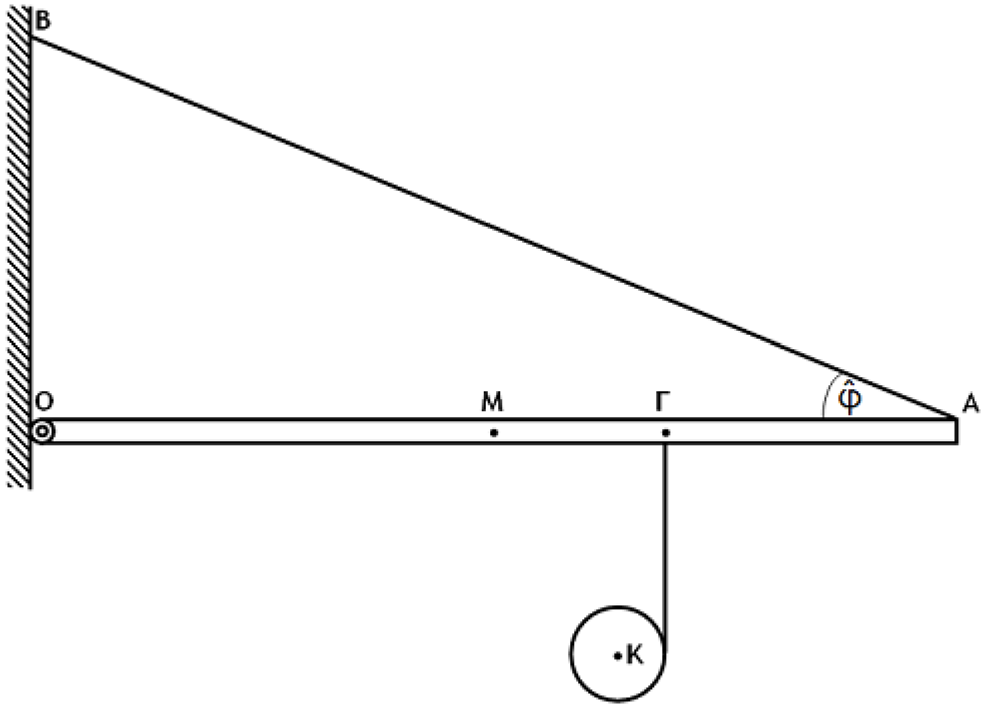
α) το μέτρο της επιτάχυνσης α_{cm} του κέντρου μάζας Κ του γιο-γιο.

β) το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του γιο-γιο ως προς τον ελεύθερο άξονα περιστροφής του, που περνά από το κέντρο του Κ.

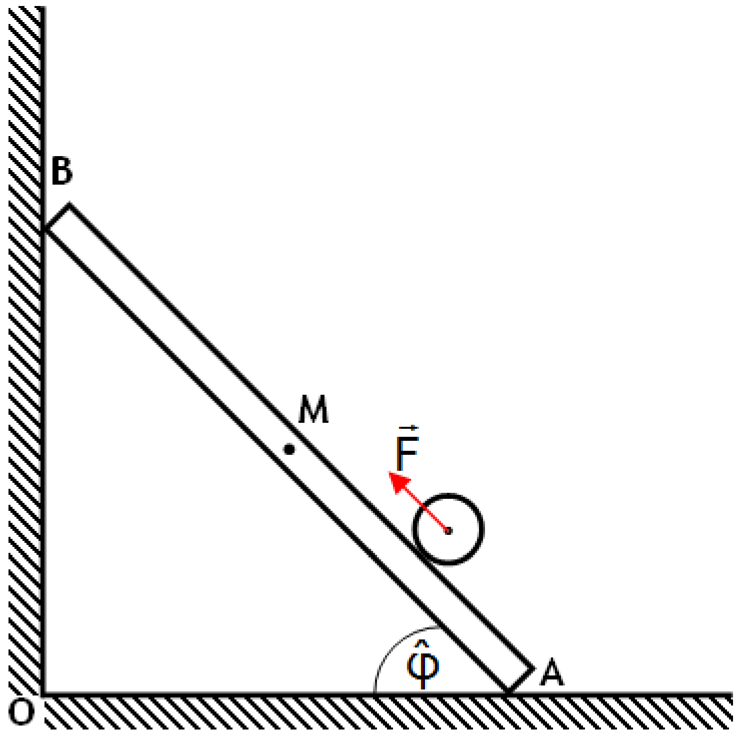
γ) την απόσταση (ΟΓ).

δ) τη δύναμη $\vec{F}$ που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο (μέτρο και διεύθυνση ως προς τον οριζόντιο άξονα).

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του γιο-γιο ως προς τον ελεύθερο άξονα περιστροφής του $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$, $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.



- Η λεπτή ομογενής δοκός ΑΒ του σχήματος μήκους $L = 7,5\sqrt{2}\ m$ και μάζας $M = 20\ kg$ ακουμπά σε λείο κατακόρυφο τοίχο ΟΒ και ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία $\hat{\varphi} = 45^0$ με το οριζόντιο δάπεδο. Ένας ομογενής, λεπτός δίσκος μάζας $m = 1\ kg$ και ακτίνας R κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει) κατά μήκος της δοκού προς το άκρο Β, υπό την επίδραση δύναμης μέτρου $F = 20\sqrt{2}\ N$, παράλληλης στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Να βρείτε:

α) το μέτρο της επιτάχυνσης α_{cm} του κέντρου μάζας του δίσκου.

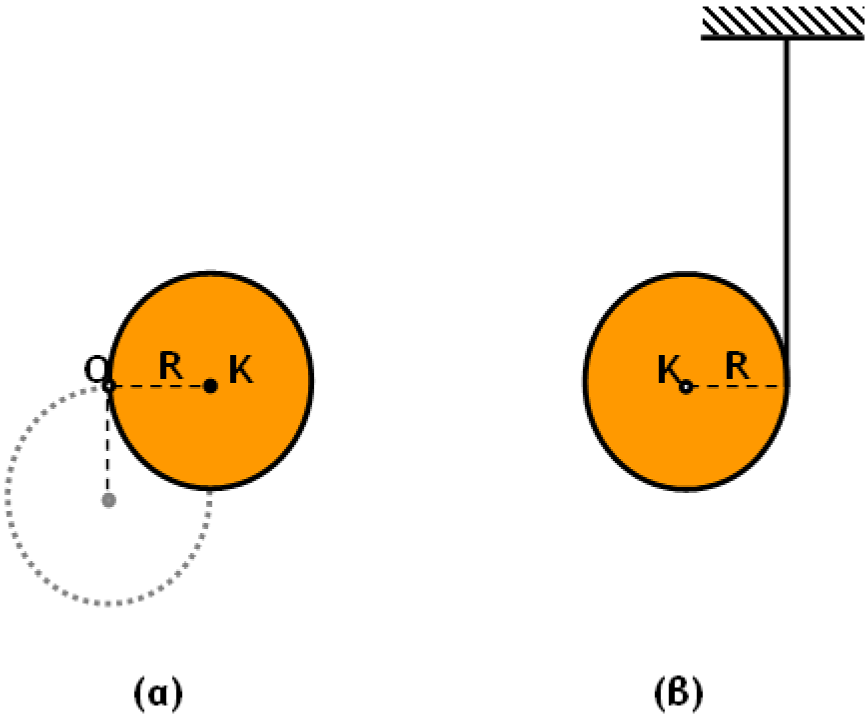
β) το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας υ_{cm} του δίσκου τη στιγμή που φτάνει στο ανώτερο σημείο Β της δοκού, αν ο δίσκος ξεκίνησε να κινείται από τη βάση Α χωρίς ταχύτητα.

γ) Το μέτρο και τη διεύθυνση της δύναμης $\vec{A}$ που ασκεί ο δίσκος στη ράβδο.

δ) Τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής μεταξύ δοκού και δαπέδου ώστε ο δίσκος να φτάσει στο άκρο Β της δοκού, χωρίς η δοκός να ολισθήσει στο δάπεδο.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς το κέντρο μάζας του $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$, $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

- Ο λεπτός ομογενής δίσκος του σχήματος (α) έχει μάζα $M = 9kg$, ακτίνα $R = \frac{1}{30}m$ και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο της περιφέρειάς του.



Αρχικά ο δίσκος βρίσκεται σε τέτοια θέση, ώστε η ακτίνα ΟΚ που συνδέει το σημείο Ο με το κέντρο μάζας Κ του δίσκου (που συμπίπτει με το κέντρο του δίσκου), να είναι οριζόντια. Από αυτή τη θέση αφήνουμε το δίσκο να στραφεί. Η γωνιακή επιτάχυνση με την οποία ο δίσκος ξεκινά τη στροφική του κίνηση έχει μέτρο $a_\gamma = 200\ \frac{rad}{s^2}$.

Να βρείτε:

α) Τη ροπή αδράνειας $I_{(O)}$ του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του που διέρχεται από το σημείο Ο.

β) Τυλίγουμε πολλές φορές ένα αβαρές, μη εκτατό νήμα γύρω από έναν ίδιο δίσκο και την ελεύθερη άκρη του νήματος τη στερεώνουμε στην οροφή, σχηματίζοντας ένα γιο-γιο, όπως φαίνεται στο σχήμα (β). Αφήνουμε ελεύθερο το δίσκο και αυτός ξεκινά να κατέρχεται με το νήμα διαρκώς κατακόρυφο και χωρίς αυτό να γλιστρά ως προς το δίσκο.

γ) Να βρείτε τη ροπή αδράνειας I_{cm} του δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

δ) Να δείξετε ότι η τάση του νήματος που ασκείται στο δίσκο δε μεταβάλλει την συνολική κινητική του ενέργεια.

ε) Να βρείτε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω του δίσκου όταν έχει ξετυλιχθεί νήμα με μήκος ίσο με την ακτίνα του δίσκου.

στ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της στροφικής κινητικής ενέργειας του δίσκου όταν έχει ξετυλιχθεί νήμα με μήκος ίσο με την ακτίνα του δίσκου.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$. Επίσης δεν θεωρείται γνωστός ο τύπος της ροπής αδράνειας ομογενή δίσκου για άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του.

- Ένα κομμάτι ξύλου μάζας $m = 0,5Kg$ είναι ακλόνητα στερεωμένο στο κάτω άκρο ομογενούς και ισοπαχούς ράβδου μάζας $M = 2Kg$. Το συνολικό μήκος ράβδου και κομματιού από ξύλο είναι $r = 1m$. Το πάνω άκρο της ράβδου είναι συνδεμένο σε ακλόνητο σημείο Ο με τέτοιο τρόπο ώστε η ράβδος να μπορεί να στρέφεται στο κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το σημείο Ο, χωρίς τριβές. Το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο σε κατακόρυφη θέση. Ένα μικρό σώμα Σ, μάζας $m_1 = 0,5Kg$, που ολισθαίνει σε λείο τεταρτοκύκλιο ακτίνας $r = 1m$, φτάνοντας στο κατώτερο σημείο της τροχιάς του, κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα v_0, προσπίπτει και σφηνώνεται στο ξύλο. Μετά την κρούση το σύστημα ράβδος - ξύλο - βλήμα εκτρέπεται ώστε η μέγιστη απόκλιση της ράβδου από την αρχική κατακόρυφη θέση της να είναι $\theta = 60^0$. Να υπολογίσετε:

α) τη ροπή αδράνειας του συστήματος σώμα - ξύλο - ράβδος.

β) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

γ) το μέτρο της ταχύτητας v_0 του βλήματος πριν την κρούση.

δ) Το ποσό της θερμότητας, που δημιουργήθηκε στη διάρκεια της κρούσης.

ε) το μέτρο της ταχύτητας του βλήματος, ώστε το σύστημα βλήμα - ράβδος - ξύλο, να κάνει ανακύκλωση.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της $I = \frac{Mr^2}{12}$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$, οι διαστάσεις του ξύλου και του βλήματος να θεωρηθούν αμελητέες, αντιστάσεις αέρα και τριβές αμελητέες.