

Λύσεις

Θέμα Α : 1β, 2α, 3γ, 4α, 5 λ,Σ,Λ,Λ,Σ

Θέμα Β

Β₁. β,

$$N = 2 T_{\Delta} / T_{\tau\alpha\lambda}, T_{\Delta} = 1 / |f_1 - f_2|, T_{\tau\alpha\lambda} = 2\pi / \omega_{\tau\alpha\lambda} = \dots 2 / (f_1 + f_2) \rightarrow N = (f_1 + f_2) / |f_1 - f_2|$$

Β₂. β,

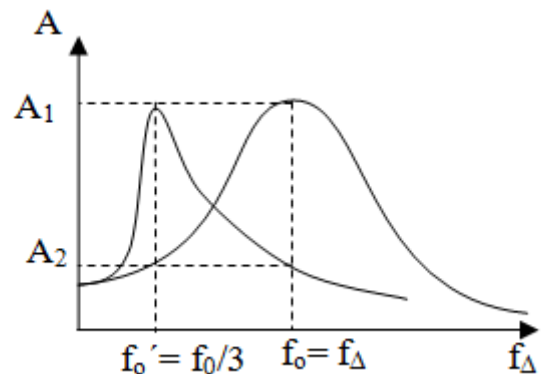
Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος δίνεται από τη σχέση

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{k}}$$

Αν αντικαταστήσουμε τη μάζα m του σώματος με άλλη εννιαπλάσια, $m' = 9m$, η νέα ιδιοσυχνότητα θα είναι

$$f'_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m'}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{9m}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{ή} \quad f'_0 = \frac{1}{3} f_0$$

Εφόσον αρχικά η συχνότητα του διεγέρτη ήταν ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος είχαμε το φαινόμενο του συντονισμού και το πλάτος ήταν μέγιστο, A_1 . Με την αλλαγή της ιδιοσυχνότητας παύει η συχνότητα του διεγέρτη να ισούται με τη νέα ιδιοσυχνότητα, με συνέπεια να παύει το φαινόμενο του συντονισμού, οπότε το πλάτος ταλάντωσης ελαττώνεται και γίνεται $A_2 < A_1$, όπως φαίνεται στο διάγραμμα $A-f_{\Delta}$



Β₃. β

$$\Delta x = u_{\text{κατ}} \Delta t = 12,5 \text{ cm}$$

$$\text{Επίσης } \Delta x = 4 \lambda / 2$$

$$\text{Άρα: } 4 \lambda / 2 = 12,8 \rightarrow 2\lambda = 12,5 \rightarrow \lambda = 6,25 \text{ cm}$$

$$c = \lambda f \rightarrow f = c / \lambda = 3 \cdot 10^8 / 6,25 \cdot 10^{-2} = 4800 \text{ MHz}$$

Θέμα 3

Γ₁. Με ανάλυση των ορμών σε άξονες $x x'$ (κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου) και $y y'$ κάθετο στον $x x'$ και με ΔO στον άξονα $x x'$ προκύπτει εύκολα η τιμή του $u_{\text{κ}} = 1 \text{ m/s}$

Πράγματι: (θετικά προς τα πάνω)

$$P_2x=4,5 \text{ Kgm/s}, P_3x=-1,5\text{Kgr/s}, P_0=3\text{υκ} \rightarrow \dots$$

$$Q=|\Delta K|=16,5\text{J}$$

Γ₂.

$$\text{Αρχική θέση ισορροπίας (από φυσικό μήκος ελατηρίου) του } \Sigma_1 : -mg\eta\mu\phi+x_1 K =0 \quad (1)$$

$$\text{Θέση ισορροπίας Συσσωματώματος(από φυσικό μήκος ελατηρίου) : } -3mg\eta\mu\phi+x_2K=0 \quad (2)$$

Σε τυχαία θέση +x (πάνω από θ_{l2}) : $\Sigma F_x = -3mg\eta\mu\phi+(x_2-x)K =-3mg\eta\mu\phi+x_2K -Kx$ που λόγω της (2) προκύπτει ότι $\Sigma F_x = -Kx \rightarrow$ το συσσωμάτωμα εκτελεί αατ με $D=K = 100\text{N/m}$

Από (1) και (2) εύκολα προκύπτουν οι τιμές των x_1 και x_2

$$x_1= 0,05\text{m και } x_2 =0,15\text{m}$$

Άρα τη στιγμή της σύγκρουσης το σύστημα βρίσκεται σε απόσταση +x=0,1m από τη θέση ισορροπίας του.

Με ΑΔΕΤ προκύπτει εύκολα το πλάτος:

$$\frac{1}{2} 3m u_k^2 + \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} K A^2 \rightarrow A=0,2\text{m}$$

Επίσης την $t=0$ έχουμε $u>0$ και $x=+A/2$ οπότε εύκολα προκύπτει ότι $\phi_0=\pi/6$

$$\text{Από } D = 3m \omega^2 \rightarrow \omega = 10\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Τελικά : } x = 0,2 \eta\mu(10\frac{\sqrt{3}}{3}t+\pi/6)$$

$$\Gamma_3. \quad dK/dt = \Sigma F_x u_x \quad (1)$$

Στη θέση του φυσικού μήκους $\Sigma F_x = -3mg\eta\mu\phi = -15\text{N}$ (ή από $-K \cdot x = -100 \cdot 0,15 = -15\text{N}$)

Η ταχύτητα υπολογίζεται από ΑΔΕΤ με πρόσημο (-) αφού τη δεύτερη φορά επιστρέφει ..

$$\text{Τελικά } u = -4,7\sqrt{7}\text{m/s} \rightarrow \text{από (1)}$$

$$dK/dt = 70,5\sqrt{7} \text{ J/s}$$

Θέμα τέταρτο

Δ₁. Από εξίσωση προκύπτει εύκολα ότι $A = 0,01\text{m}$, $\omega = 10\pi\text{r/s} \rightarrow$

$$f = 5\text{Hz και } \lambda = u/f = 4/5 = 0,8\text{m}$$

Δ₂.

$$\text{Προφανώς } r_1 = ut_1 = 0,4\text{m}$$

Αφού την χρονική στιγμή $t = 0,35\text{s}$ το πλάτος είναι $0,02\text{m}$ (μέγιστο) και οι πηγές είναι σύγχρονες θα ισχύει $|r_1 - r_2| = k\lambda$ και επειδή η πηγή 1 βρίσκεται πιο κοντά στο Κ θα ισχύει:

$$r_2 - r_1 = k\lambda \rightarrow r_2 = r_1 + k\lambda \rightarrow r_2 = 0,4 + 0,8k \rightarrow t_2 = 0,1 + 0,2k \text{ με } 0,1 < t_2 \leq 0,35 \rightarrow$$

$0,1 < 0,1 + 0,2k \leq 0,35 \rightarrow 0 < 0,2k \leq 0,25 \rightarrow 0 < 2k \leq 2,5 \rightarrow 0 < k \leq 1,25$. Η μοναδική τιμή του k που ικανοποιεί την ανισότητα είναι η $k=1 \rightarrow$

$$r_2 = 0,4 + 0,8 \cdot 1 = 1,2\text{m και } t_2 = 0,3\text{s}$$

Δ₃.

Με αντικατάσταση στους αντίστοιχους τύπους προκύπτει:

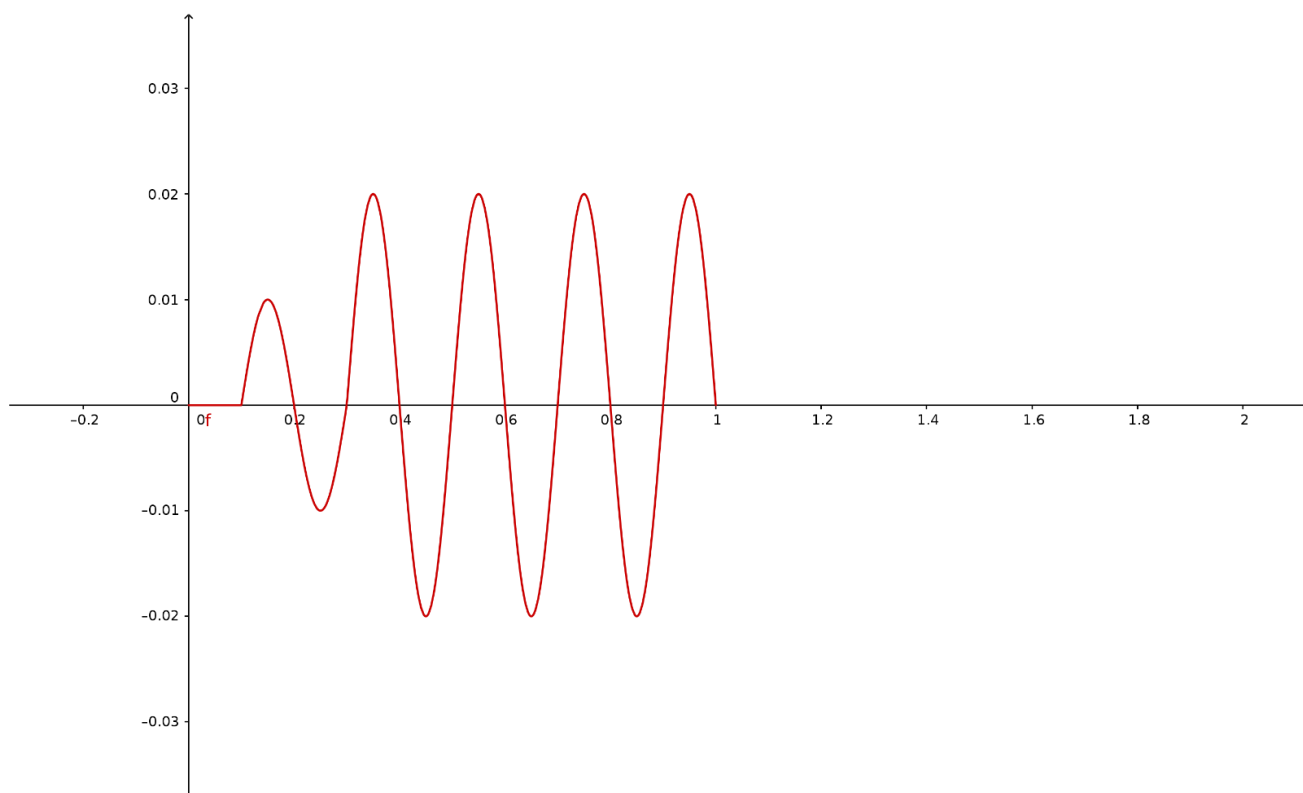
$$A' = 0,02 \text{ συν} 2\pi[(0,4 - 1,2)/1,6] = 0,02 \text{ συν} \pi = -0,02\text{m}$$

$$y = 0, \text{ για } t < 0,1\text{s}$$

$$y = 0,01 \text{ ημ } 2\pi(5t - 0,4/0,8) = 0,01 \text{ ημ } 2\pi(5t - 1/2), \text{ για } 0,1 \leq t < 0,3\text{s}$$

$$y = -0,02 \text{ ημ } 2\pi(5t - (1,6/1,6)) = -0,02 \text{ ημ } 2\pi(5t - 1), \text{ για } t \geq 0,3\text{s}$$

Η γραφική παράσταση μετά τα παραπάνω είναι εύκολη



Δ₄.

Όταν Κ βρίσκεται μεταξύ των δυο πηγών προκύπτει ότι : $\Pi_1 \Pi_2 = 0,4 + 1,2 = 1,6\text{m}$

Έστω ότι το Μ βρίσκεται δεξιά της πηγής 2 και απέχει απ' αυτή x μέτρα. Η απόσταση από την πηγή 1 θα είναι $1,6 + x$ άρα η διαφορά των αποστάσεων του Μ απ' τις πηγές είναι $\Delta x = 1,6\text{m} \rightarrow \Delta x = 2\lambda \rightarrow$ το Μ θα ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος $0,02\text{m}$