ΣΧΕΔΙΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ Β Λυκ. Κατ/νση

ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ: § 2.3 – **Εμβαδόν τριγώνου - Μέρος 3ο**

1) **ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ:**
Να υπολογίζουν την απόσταση σημείου από ευθεία και το εμβαδόν τριγώνου με συγκεκριμμένα παραδείγματα.
Να μπορούν να επεξεργασθούν προβλήματα μεγίστου ελαχίστου και να τα αναπαριστάνουν γραφικά με την χρήση του Geogebra.

2) **ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ:** Καθοδήγηση – διάλογος
3) **ΕΠΟΠΤΙΚΑ ΜΕΣΑ:** Φύλλα εργασίας, Geogebra.
4) **ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ:** Να μπορούν να χρησιμοποιούν με ακρίβεια τις αποκτηθείσες δεξιότητες των προηγουμένων παραγράφων.

5) **ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΟΡΕΙΑ:**
Ανάλυση της μεθοδολογίας εύρεσης της απόστασης και του εμβαδού μέσα από 2 Δραστηριότητες.

6) **ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:** Απόσταση σημείων, Εμβαδόν τριγώνου.

7) **ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ**

Με σκοπό να αναλύσουμε την γενική μέθοδο εύρεσης απόστασης και εμβαδού τριγώνου, θα περάσουμε από 2 δραστηριότητες που περιγράφονται στο ΑΠΣ.

Βιβλιογραφία:

1. Αδαμόπουλος Λ, Βισκαδουράκης Β. κ.αλ. Μαθηματικά Β Ταξη Γενικού Λυκείου, Θετική και Τεχνολογική κατ/νση, ΟΕΔΒ.

2. Κείσογλου Σ., Μαθηματικά με το Geogebra, Β' Λυκείου, Βιβλίο Καθηγητή και Τετράδιο Μαθητή.

ΓΙΑ ΤΟΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗ

1η ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΩΡΑ

ΣΤΟΧΟΣ:

Ο απώτερος στόχος είναι να ξεδιπλωθεί η θεωρητική διαδικασία εύρεσης της απόστασης σημείου από ευθεία και το εμβαδόν του τριγώνου, μέσα από 2 δραστηριότητες του ΑΠΣ.

ΦΑΣΗ 1

1η ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Δίνονται η ευθεία $\varepsilon: x-y+1=0$ και το σημείο $A(5,\ 2)$. Να βρεθούν:

i) Η εξίσωση της ευθείας ζ που διέρχεται από το A και είναι κάθετη στην ε.
ii) Οι συντεταγμένες του σημείου τομής της ζ με την ε.
iii) Η απόσταση του A από την ε.

Στη συνέχεια, να δηλωθεί στους μαθητές ότι με ανάλογο τρόπο μπορεί να αποδειχθεί ο τύπος απόστασης ενός σημείου από μία ευθεία, ο οποίος και να δοθεί.

2η ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Δίνονται τα σημεία $A(5,\ 2)$, $B(2,\ 3)$ και *Γ (3, 4)*. Να βρεθούν:

i) Η εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$.
ii) Το ύψος *ΑΔ* του τριγώνου $AB\Gamma$ και
iii) Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

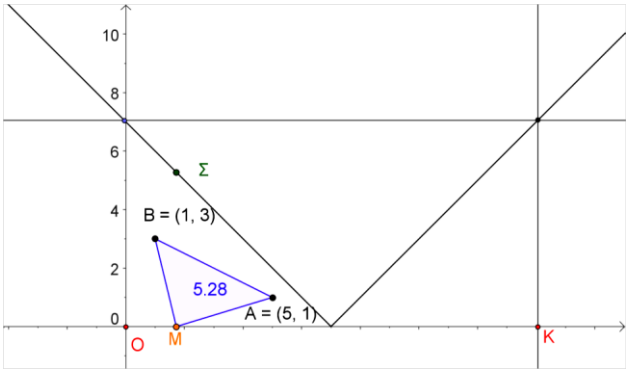
Στη συνέχεια, να δηλωθεί στους μαθητές ότι με ανάλογο τρόπο μπορεί να αποδειχθεί ο τύπος του εμβαδού τριγώνου του οποίου είναι γνωστές οι συντεταγμένες των κορυφών.

ΦΑΣΗ 2

Αξιολόγηση

Άσκηση 8 Ομάδα Α σελ. 75 σχολικό

Δίδονται τα σημεία Α(5,1) και Β(1,3). Να βρείτε το σημείο Μ του άξονα x για το οποίο το εμβαδόν του ΑΒΓ είναι ίσο με 7.



Ανοίξτε το σενάριο 2 και προσαρμόστε τα δεδομένα της άσκησης, αν είναι διαφορετικά.

Η άσκηση ζητάει να προσδιορίσουμε τα σημείο Ο και Κ τα οποία είναι τα μόνα που ικανοποιούν την συνθήκη (ΑΒΓ) = 7 τμ.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

1. Να μετακινήσετε το σημείο Μ πάνω στον άξονα. Σε πόσες θέσεις το εμβαδόν του ΑΒΓ γίνεται 7τμ. Θα μπορούσατε να εξηγείσετε το αποτέλεσμα της παρατήρησης με τις μαθηματικές γνώσεις σας που αποκτήσατε μέχρι τώρα?

   Μετακινώντας το Μ πάνω στον , βλέπουμε ότι σε 2 θέσεις του Μ (την Ο και Κ) το (ΑΒΓ)=7. Αυτό μπορεί να δικαιολογηθεί με το ότι, αφού το μήκος της ΑΒ παραμένει σταθερό, τότε το ύψος πρέπει να έχει σταθερό μήκος δηλαδή, ανήκει σε κάοια παράλληλο προς την ΑΒ.

2. Να αποδείξετε αυστηρά τον ισχυρισμό σας

$$(\text{ΑΒΓ}) = 7 = \frac{1}{2}\left|\det\left(\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MA}\right)\right| \Leftrightarrow |2x + 4y - 14| = 14 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 14 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

   Άρα το Μ είναι η τομή των 2 ευθειών (είναι παράλληλες) με το άξονα x: Δηλαδή Μ=(0,0) ή Μ = (14,0)

3. Εμφανίσετε το σημείο Σ με τετμημένη την τετμημένη του Μ και τεταγμένη το εμβαδόν του ΑΒΓ. Με ποια σχέση νομίζετε ότι συνδέεται η τετμημένη του Μ με το εμβαδόν του τριγώνου?

   Αν το Μ έχει συντεταγμένες (x,0) και το τρίγωνο εμβαδός Ε, τότε

$$(\text{ΑΒΓ}) = E = \frac{1}{2}\left|\det\left(\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MA}\right)\right| \Leftrightarrow |2x - 14| = 2E \Leftrightarrow \begin{cases} x - E = 7 \\ x + E = 7 \end{cases}$$

   ή |x-E|=7 (ή |x-y|=7). Παρατηρούμε ότι η ελάχιστη τιμή που μπορεί να πάρει η τελευταία εξίσωση |x-y|=7 είναι στο σημείο (7,0). Το σημείο αυτό είναι το σημείο τομής της ΑΒ με τον άξονα x.

4. Να δημιουργήσετε το ίχνος του σημείου Σ. Ποια θέση πρέπει να πάρει το σημείο Α για να έχουμε το ίδιο εμβαδόν Ε του τριγώνου σε 2 συμμετρικές ως προς Ο θέσεις του Μ?

   Αν το Α βρεθεί πάνω στην ευθειά ΟΒ τότε η γραφική παράσταση της ευθείας που ανήκει το Μ : |x-y|=0 διέρχεται από την αρχή των αξόνων και τότε για συμμετρικές θέσεις του Μ το εμβαδόν είναι το ίδιο.

Να λυθεί η άσκηση 8 ομάδα Α σελ. 75, με το υλικό του Σεναρίου 2 από Κείσογλου.
<u>ΑΣΚΗΣΕΙΣ:</u> Όλες οι ασκήσεις του βιβλίου σελ. 69/70.

ΓΙΑ ΤΟΝ ΜΑΘΗΤΗ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ παρ. 2.3

ΣΤΟΧΟΣ: Να υπολογίζουν απόσταση και εμβαδόν όπως στις 2 δραστηριότητες.

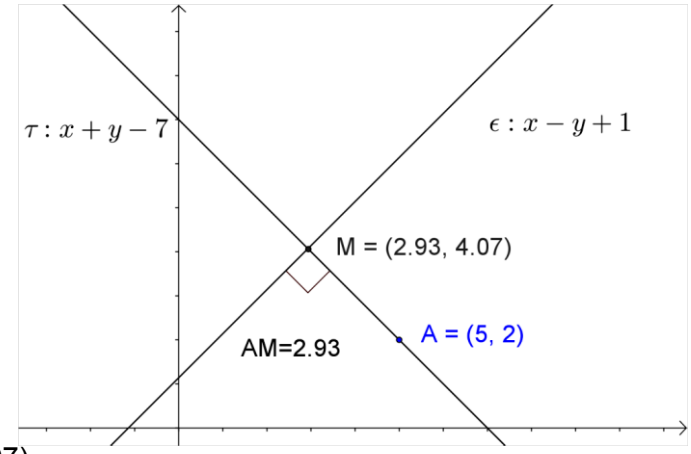
ΦΑΣΗ 1
1η ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Δίνονται η ευθεία $\varepsilon: x-y+1=0$ και το σημείο $A(5,\ 2)$. Να βρεθούν:

i) Η εξίσωση της ευθείας ζ που διέρχεται από το A και είναι κάθετη στην ε.
ii) Οι συντεταγμένες του σημείου τομής της ζ με την ε.
iii) Η απόσταση του A από την ε.

Λύση:

Να γίνει το σχέδιο στο Geogebra



i) Να βρείτε ζ: x+y-7=0

ii) Το σημείο M έχει (2.93,4.07)

iii) AM = 2.93

■

Με την ίδια διαδικασία μπορούμε να δείξουμε ότι αν Ax + B y + Γ =0 είναι η εξίσωση μιας ευθείας, και A (x_A,y_A) σημείο εκτός της ευθείας, τότε η απόσταση του σημείου από την ευθεία είναι ίση με:

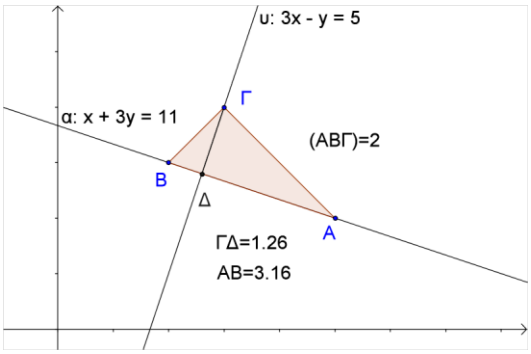
$$d(A,\varepsilon)=\frac{|Ax_A+By_B+\Gamma|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΤΕ

2η ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Δίνονται τα σημεία $A(5,\ 2)$, $B(2,\ 3)$ και *Γ (3, 4)*. Να βρεθούν:

i) Η εξίσωση της ευθείας ΒΑ.
ii) Το ύψος *ΓΔ* του τριγώνου $AB\Gamma$ και
iii) Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



Λύση

Να γίνει το σχήμα στο Geogebra

i) ΒΓ: x+3y-11=0

ii) ΓΔ = 1.26

iii) (ΑΒΓ) = 1.999

■

Μπορούμε να γράψουμε ότι το εμβαδόν του τριγώνου είναι

$$(\text{ΑΒΓ}) = \frac{1}{2}\left|\det\left(\overrightarrow{\text{ΑΒ}}, \overrightarrow{\text{ΑΓ}}\right)\right|$$

Να γίνει επαλήθευση

ΦΑΣΗ 2

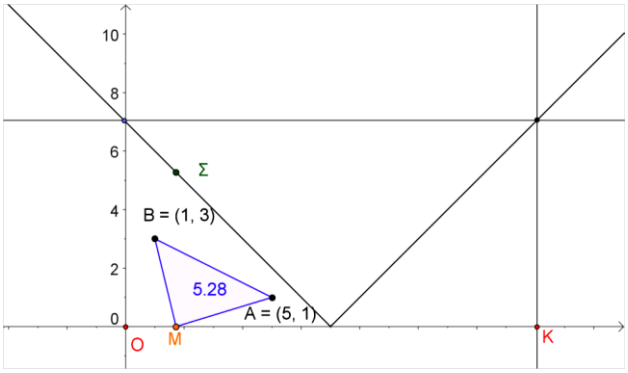
Αξιολόγηση

Άσκηση 8 Ομάδα Α σελ. 75 σχολικό

Δίδονται τα σημεία Α(5,1) και Β(1,3). Να βρείτε το σημείο Μ του άξονα x για το οποίο το εμβαδόν του ΑΒΓ είναι ίσο με 7.

Ανοίξτε το σενάριο 2 και προσαρμόστε τα δεδομένα της άσκησης, αν είναι διαφορετικά.

Η άσκηση ζητάει να προσδιορίσουμε τα σημείο Ο και Κ τα οποία είναι τα μόνα που ικανοποιούν την συνθήκη (ΑΒΓ) = 7 τμ.



ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ:

1. Να μετακινήσετε το σημείο Μ πάνω στον άξονα. Σε πόσες θέσεις το εμβαδόν του ΑΒΓ γίνεται 7τμ. Θα μπορούσατε να εξηγείσετε το αποτέλεσμα της παρατήρησης με τις μαθηματικές γνώσεις σας που αποκτήσατε μέχρι τώρα?

2. Να αποδείξετε αυστηρά τον ισχυρισμό σας

(θα πρέπει να βρείτε ότι το Μ ανήκει, εκτός από τον αξ. x, και στις ευθείες x+2y=0 και x+2y=14)

3. Εμφανίσετε το σημείο Σ με τετμημένη την τετμημένη του Μ και τεταγμένη το εμβαδόν του ΑΒΓ. Με ποια σχέση νομίζετε ότι συνδέετε η τετμημένη του Μ με το εμβαδόν του τριγώνου?

4. Να δημιουργήσετε το ίχνος του σημείου Σ. Ποια θέση πρέπει να πάρει το σημείο Α για να έχουμε το ίδιο εμβαδόν του τριγώνου σε 2 συμμετρικές ως προς Ο θέσεις του Μ?

■

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Όλες οι ασκήσεις του σχολικού σελ. 75/76 εκτός της 7 ομάδα Β σελ. 76.