

## ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΕ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ

1. Από σημείο A κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης ρίχνεται προς τα πάνω, στη διεύθυνση του επιπέδου σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  με αρχική ταχύτητα  $u_0 = 20\text{ m/sec}$ . Αν δεν υπάρχουν τριβές να βρείτε:

α) την αντίδραση  $F_k$  του επιπέδου.

β) την επιτάχυνση  $a$  του σώματος.

γ) το διάστημα που θα διανύσει το σώμα ανεβαίνοντας μέχρι να σταματήσει.

δ) τον ολικό χρόνο κίνησης.

(ΑΠΑΝΤΗΣΗ:  $F_k = 10\sqrt{3}\text{ N}$ ,  $a = 5\text{m/s}^2$ ,  $s = 40\text{m}$ ,  $t = 8\text{s}$ )

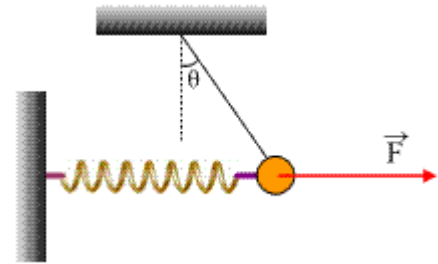
2. Ένα σώμα μάζας  $4\text{kg}$  ηρεμεί με την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $F$ , δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=200\text{N/m}$ , το οποίο έχει επιμηκυνθεί κατά  $\Delta l=0,2\text{m}$ , ενώ είναι δεμένο και στο άκρο νήματος, όπως στο σχήμα.

Αν η γωνία  $\theta$  που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφη έχει  $\eta\mu\theta=0,6$  και  $\sigma\upsilon\eta\theta=0,8$ , ενώ  $g=10\text{m/s}^2$ , ζητούνται:

i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

ii) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα.

iii) Το μέτρο της δύναμης  $F$ .

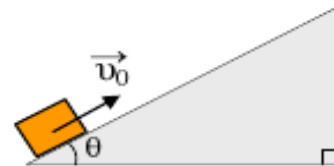


3. Το σώμα του σχήματος εκτοξεύεται από την βάση του λείου κεκλιμένου επιπέδου, με κλίση  $\theta=30^\circ$  με αρχική ταχύτητα  $u_0=20\text{m/s}$ .

i) Ποια η ταχύτητά του και ποια η θέση του μετά από  $3\text{s}$ ;

ii) Σε πόσο χρόνο θα σταματήσει στιγμιαία και σε ποια θέση θα γίνει αυτό;

iii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα θα επιστρέψει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου και ποια η ταχύτητά του την στιγμή αυτή;  $g=10\text{m/s}^2$ .



4. Ένα σώμα μάζας  $4\text{kg}$  αφήνεται κάποια στιγμή σε ένα λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως  $\theta=30^\circ$ , ενώ πάνω του ασκούμε μια σταθερή δύναμη μέτρου  $F=12\text{N}$ , όπως στο διπλανό σχήμα.

i) Βρείτε την επιτάχυνση που θα αποκτήσει.

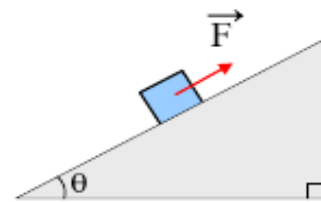
ii) Ποια η ταχύτητα του σώματος μετά από χρόνο  $t_1=5\text{s}$ ;

iii) Τη στιγμή  $t_1$  αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή

$F=32\text{N}$ . Υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος μετά από χρονικό διάστημα

$\Delta t=10\text{s}$ .

Δίνεται:  $g=10\text{m/s}^2$ .



5. Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\theta=30^\circ$  αφήνουμε σώμα  $\Sigma$  και παρατηρούμε ότι κινείται προς τη βάση του με επιτάχυνση  $2,5\text{m/sec}^2$ . Οι αντιστάσεις στην κίνηση του σώματος έχουν μέτρο  $F_a=5\text{N}$  και κατεύθυνση αντίθετη από αυτή της ταχύτητας του σώματος. Ζητούνται:

α) να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα

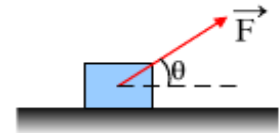
β) να υπολογιστεί η μάζα του σώματος καθώς και ο χρόνος που χρειάζεται για να φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, αν το αφήσουμε από ύψος  $h=20\text{m}$

γ) να βρεθεί πόση πρέπει να είναι η γωνία  $\theta$  του κεκλιμένου επιπέδου έτσι ώστε

## ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΕ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ

να κινείται με σταθερή ταχύτητα.  
Δίνεται  $g=10\text{m/sec}^2$ .

6. Ένα σώμα μάζας  $m=10\text{kg}$  ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας δύναμης  $F$  με μέτρο  $F=50\text{N}$  η οποία σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία  $\theta$  όπου  $\eta\mu\theta=0,6$ .



i) Πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα μέσα σε χρόνο  $t_1=5\text{s}$ ;

ii) Πόση δύναμη ασκεί το σώμα στο οριζόντιο επίπεδο στη διάρκεια της κίνησης;

iii) Πόσο πρέπει να γίνει το μέτρο της δύναμης  $F$ , διατηρώντας σταθερή τη διεύθυνσή της, αν θέλουμε το σώμα να χάσει την επαφή του με το επίπεδο;

7. Ένα σώμα μάζας  $1\text{kg}$  βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και ασκείται πάνω του σταθερή δύναμη  $F$  υπό γωνία  $60^\circ$  ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $2\text{ m/s}^2$ . Να βρεθούν:

α) η δύναμη  $F$ ,

β) η αντίδραση απ' το επίπεδο.

( $g = 10\text{ m/s}^2$ ).

8. Σε σώμα μάζας  $25\text{kg}$  που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο γωνίας  $\varphi = 30^\circ$ , τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκείται σταθερή δύναμη μέτρου  $F = 50\text{N}$  και στην διεύθυνση του άξονα  $x$ . Να βρείτε

α) την επιτάχυνση του σώματος.

β) Σε ποια χρονική στιγμή το σώμα θα μετατοπιστεί κατά  $56\text{m}$ ;

γ) Ποια θα είναι η ταχύτητα του εκείνη την χρονική στιγμή;

Δίνεται:  $g=10\text{m/s}^2$ .

9. Σώμα μάζας  $m$  αφήνεται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\varphi$ . Να βρεθεί

α) η επιτάχυνση της κίνησης του

β) η κάθετη αντίδραση του επιπέδου.

(Τριβές δεν υπάρχουν)

Δίνονται:  $\varphi=30^\circ$ ,  $m=1\text{kg}$ ,  $g=10\text{ m/s}$ ,  $\eta\mu 30^\circ = 0,5$ ,  $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \sqrt{3}/2$

10. Σώμα μάζας  $m = 1\text{kg}$  ρίχνεται από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης  $\varphi = 30^\circ$ , με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 10\text{m/s}$ . Η ταχύτητα με την οποία φθάνει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου είναι  $v = 20\text{m/s}$ . Να βρείτε:

A) την επιτάχυνση του σώματος

B) τον χρόνο που θα κάνει το σώμα για να φθάσει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Γ) το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου

Δ) Την κάθετη δύναμη που ασκείται από το κεκλιμένο επίπεδο στο σώμα.

Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\eta\mu 30^\circ = 0,5$ ,  $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \sqrt{3}/2$ .

11. Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\varphi=30^\circ$  αφήνουμε σώμα μάζας  $m=2\text{kg}$  και παρατηρούμε ότι κινείται προς τη βάση του. Οι αντιστάσεις στην κίνηση του σώματος έχουν μέτρο  $F_a=5\text{N}$  και κατεύθυνση αντίθετη από εκείνη της ταχύτητας. Ζητούνται:

## ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΕ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ

- α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα  
β) να υπολογίσετε την επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα και το χρόνο που χρειάζεται μέχρι να φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, αν το αφήσουμε από ύψος  $h=10\text{m}$   
γ) να βρείτε πόση θα έπρεπε να είναι η γωνία  $\varphi$ , ώστε το ίδιο σώμα να κινείται με σταθερή ταχύτητα.  
Δίνεται  $g=10\text{m/sec}^2$ .

### ΤΡΙΒΗ

12. Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $30^\circ$  και από ύψος  $h = 2\text{m}$  αφήνουμε να ολισθήσει σώμα. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι  $0,3$  να υπολογισθούν:

- α) Η επιτάχυνση του σώματος  
β) ο χρόνος τον οποίο χρειάζεται το σώμα για να φθάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου  
( $g = 10\text{m/s}^2$ ).  
[απ.  $2,4\text{m/s}^2$ ,  $1,83\text{s}$ ]

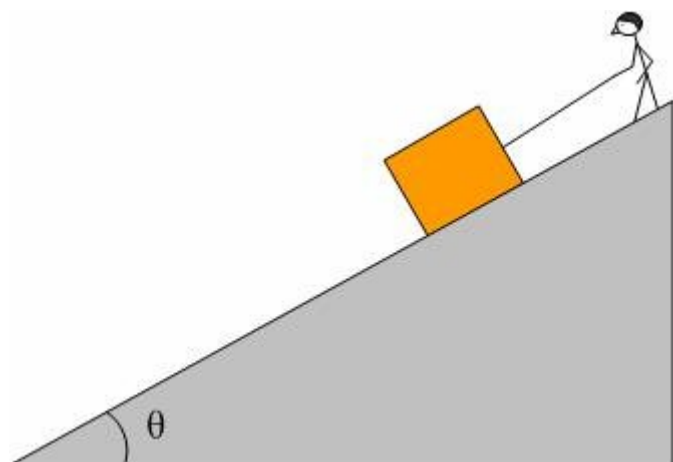
13. Ένα σώμα ρίχνεται με αρχική ταχύτητα  $u_0$  πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,08$ . Αν το σώμα διατρέξει διάστημα  $s = 250\text{m}$  μέχρι να σταματήσει, να βρείτε την αρχική του ταχύτητα.  
Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

14. Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $30^\circ$  και από ύψος  $h = 2\text{m}$  αφήνεται να ολισθήσει ένα σώμα. Να υπολογιστούν η επιτάχυνση του σώματος και ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου στις ακόλουθες περιπτώσεις:

- α) το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο,  
β) ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι  $0,3$ .  
( $g = 10\text{m/s}^2$ ).

15. Ένας άνθρωπος συγκρατεί ένα κιβώτιο μάζας  $m=20\text{kg}$  σε κεκλιμένο επίπεδο, ασκώντας του μέσω νήματος δύναμη μέτρου  $F=180\text{N}$ , παράλληλης με το επίπεδο. Για την κλίση του επιπέδου  $\theta$  δίνεται  $\eta\mu\theta=0,6$  και  $\sigma\upsilon\upsilon\eta\theta=0,8$ , ενώ  $g=10\text{m/s}^2$ .

- α) Να βρεθεί η στατική τριβή που ασκείται στο σώμα.  
β) Σε μια στιγμή ο άνθρωπος αφήνει το νήμα και το σώμα φτάνει στη βάση του επιπέδου με ταχύτητα  $v=6\text{m/s}$ , αφού διανύσει απόσταση  $x=9\text{m}$ . Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου.



16. Ένα σώμα μάζας  $m=2\text{kg}$  ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου με κλίση  $\varphi=45^\circ$ . Ο συντελεστής τριβής σώματος - επιπέδου είναι

## ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΕ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ

$\mu=0,5$ . Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης  $F$  που πρέπει να ασκείται στο σώμα παράλληλα στο κεκλιμένο επίπεδο.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$

[απ. 15  $\sqrt{2}$  N]

17. Σώμα μάζας  $m=2\text{kg}$  εκτοξεύεται κατά μήκος ενός οριζόντιου επιπέδου με αρχική ταχύτητα  $u_0=20\text{m/s}$ . Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι  $\mu=0,2$  και  $g=10\text{m/s}^2$ . Να υπολογίσετε:

A) Την δύναμη τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου

B) Την επιβράδυνση του σώματος

Γ) Τον χρόνο που θα χρειαστεί μέχρι να σταματήσει το σώμα την κίνηση του

Δ) Το συνολικό διάστημα που θα έχει διανύσει μέχρι τότε.

[απ. 4N,  $-2\text{m/s}^2$ , 10s, 100m]

18. Σώμα μάζας  $m=10\text{kg}$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου  $u_0=7\text{m/sec}$ . Στο σώμα ασκείται δύναμη μέτρου  $F=20\text{N}$ , που σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία  $\theta=30^\circ$  προς τα πάνω. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης

μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι  $\mu=\frac{\sqrt{3}}{10}$ .

Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος μετά από μετατόπιση από την αρχική του θέση κατά  $\chi=\frac{75}{\sqrt{3}}$  m.

Δίνεται  $g=10\text{m/sec}^2$ .

19. Σώμα βάλλεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης  $\phi=30^\circ$ , προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου  $u_0=20\text{m/s}$ . Αν ο συντελεστής τριβής

μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι  $\mu=\frac{\sqrt{3}}{5}$ , να βρείτε:

α) την επιβράδυνση του σώματος

β) το χρόνο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία

γ) το διάστημα που θα διανύσει μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

$$\text{Δίνεται } g=10\text{m/s}^2, \quad \eta\mu 30=\frac{1}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 30=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

20. Σε σώμα μάζας  $m=4\text{kg}$  το οποίο ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, ασκείται σταθερή δύναμη  $F=40\text{N}$  η οποία σχηματίζει γωνία  $\phi$  με το οριζόντιο επίπεδο προς τα πάνω. Δίνεται για τη γωνία  $\phi$  ότι  $\eta\mu\phi=0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\phi=0,8$ . Το σώμα παρουσιάζει τριβή με το οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή τριβής  $\mu=0,5$ . Να βρεθούν:

A) Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα

B) Η ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα μετά από 10 sec.

Γ) Το διάστημα που θα έχει διανύσει το σώμα μέχρι εκείνη τη στιγμή.

[απ. 24N, 60m/s, 300m]

21. Ένας κύβος μάζας 10kg σύρεται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $F$  σε οριζόντιο επίπεδο με επιτάχυνση  $2,5\text{m/s}^2$ . Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κύβου και του οριζοντίου επιπέδου είναι 0,2 να υπολογισθούν:

α) Η κάθετη δύναμη που ασκεί το οριζόντιο επίπεδο στο σώμα

β) η δύναμη  $F$

( $g = 10\text{m/s}^2$ ).

## ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΕ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ

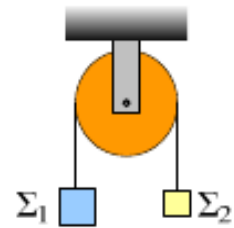
[απ. 100N, 45N]

22. Σώμα εκτοξεύεται με ταχύτητα  $u_0=20\text{m/sec}$  από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης  $60^\circ$  και ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και κεκλιμένου επιπέδου είναι  $\mu=0,5$ , να βρεθεί η μετατόπιση του σώματος μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του. Δίνεται  $g=10\text{m/sec}^2$

### 3ος ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ

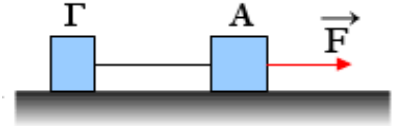
23. Στο σχήμα τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  έχουν μάζες 7kg και 3kg αντίστοιχα. Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί. Να υπολογιστούν:

- Η επιτάχυνση της κίνησης.
- Η τάση του νήματος που συνδέει τα 2 σώματα.
- Η τάση του νήματος από το οποίο κρέμεται η τροχαλία, η οποία θεωρείται αμελητέας μάζας.  $g=10\text{m/s}^2$ .



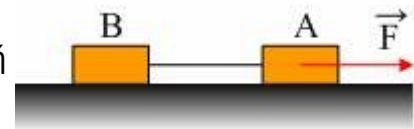
24. Το σύστημα των δύο σωμάτων A και Γ με μάζες 2kg και 3kg αντίστοιχα, σύρεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $F=10\text{N}$ , ενώ το μήκος του νήματος είναι  $l=1\text{m}$ .

- Ποια η επιτάχυνση του συστήματος και ποιο το μέτρο της τάσης του νήματος;
- Σε μια στιγμή  $t_1$  κόβεται το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα, ενώ η δύναμη συνεχίζει να ασκείται στο σώμα A. Πόσο απέχουν τα δύο σώματα μεταξύ τους, την χρονική στιγμή  $(t_1+4)\text{sec}$ ;



25. Τα σώματα A και B του σχήματος έχουν ίσες μάζες  $m_1=m_2=2\text{kg}$  και ηρεμούν σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu=0,2$ , δεμένα στα άκρα νήματος μήκους  $L=1\text{m}$ . Την  $t=0$  ασκούμε στο A σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F=12\text{N}$ .

- Ποση είναι η επιτάχυνση των σωμάτων;
  - Πόση είναι η τάση του νήματος που συνδέει τα δύο σώματα;
- Τη χρονική στιγμή  $t_1=4\text{s}$  το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα κόβεται ενώ η δύναμη  $F$  συνεχίζει να ασκείται στο σώμα A.
- Ποια η ταχύτητα των δύο σωμάτων τη στιγμή  $t_1$ ;
  - Πόσο απέχουν τα δύο σώματα τη χρονική στιγμή  $t_2=8\text{s}$ ;



Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

26. Ένα σώμα ρίχνεται οριζόντια από ύψος  $h=320\text{m}$  με αρχική ταχύτητα  $u_0=60\text{m/sec}$ . Να βρεθεί σε ποια θέση θα συναντήσει το έδαφος, ο ολικός χρόνος που κινείται, καθώς και η ταχύτητα του τη στιγμή που χτυπάει στο έδαφος. Δίνεται  $g=10\text{m/sec}^2$

27. Από ύψος  $h=180\text{m}$  ρίχνεται οριζόντια ένα σώμα το οποίο χτυπά στο έδαφος σε σημείο που απέχει οριζόντια από το σημείο βολής  $S=360\text{m}$ . Να βρεθεί ο χρόνος

## ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΕ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ

κίνησης του σώματος, η αρχική του ταχύτητα καθώς και η ταχύτητα του, τη στιγμή που χτυπάει στο έδαφος. Δίνεται  $g=10\text{m/sec}^2$ .