ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΤΟΥ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΩΣ ΤΕΛΕΣΤΗ. ΟΙ ΛΥΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΙΝΟΥΝ ΤΑ ΠΑΙΔΙΑ ΣΕ ΤΕΤΟΙΟΥ ΤΥΠΟΥ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

Καπέλου Κατερίνα (PhD), Σχολική Σύμβουλος Προσχολικής Αγωγής
επιστημονικός συνεργάτης ΤΕΙ Αθήνας
kapelou@rhodes.aegean.gr

Περίληψη: Ένας βασικός στόχος στο πρόγραμμα του Νηπιαγωγείου είναι να βοηθηθούν τα παιδιά προσχολικής ηλικίας να προσεγγίσουν την έννοια του φυσικού αριθμού. Σημαντικό ερευνητικό έργο επισημαίνει ότι για τη μάθηση των φυσικών αριθμών είναι απαραίτητη η εισαγωγή δραστηριοτήτων που διαπραγματεύονται αριθμούς (π.χ. καταμέτρηση, λύση αριθμητικών προβλημάτων) από την προσχολική ηλικία. Σύμφωνα με πολλούς ερευνητές τα παιδιά αυτής της ηλικίας οικοδομούν την έννοια του φυσικού αριθμού, προσεγγίζοντας τις προσθετικές και πολλαπλασιαστικές δομές με κατάλληλα οργανωμένες δραστηριότητες με περιεχόμενο από καταστάσεις καθημερινής ζωής ή έχουν μορφή παιγνιδιού. Αρκετές έρευνες έχουν γίνει αναφορικά με την προσέγγιση της έννοιας του φυσικού αριθμού στο Νηπιαγωγείο, ως προς την πληθική και τακτική του φύση και άλλες έρευνες έχουν εστιάσει σε προσεγγίσεις των αριθμητικών εννοιών μέσα από καταστάσεις και διαδικασίες τελεστών στην πρώτη παιδική ηλικία, όπως είναι για παράδειγμα, η αντιστοίχιση, η σύγκριση συνόλων και η εκτίμηση πιθανών ενδεχομένων. Επομένως, η προσέγγιση του φυσικού αριθμού ως τελεστή και από παιδιά του Νηπιαγωγείου, παρουσιάζει ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον, αφού με την προσέγγιση και των πολλαπλασιαστικών δομών, τα παιδιά διαμορφώνουν πληρέστερο εννοιολογικό πλαίσιο για την έννοια του φυσικού αριθμού.

Στην εργασία αυτή μελετώνται: α) πιθανές αλλαγές που προκύπτουν στις αντιλήψεις των νηπίων για την έννοια του φυσικού αριθμού με την εισαγωγή δραστηριοτήτων που αναφέρονται στον αριθμό ως τελεστή, και β) οι λύσεις που δίνουν τα παιδιά σε τέτοιου τύπου δραστηριότητες, οι οποίες δείχνουν μια αρχική κατανόηση των πολλαπλασιαστικών δομών και του φυσικού αριθμού ως τελεστή.

Λέξεις κλειδιά: Νηπιαγωγείο, πολλαπλασιαστικές δομές, τελεστής

1. Θεωρητικό πλαίσιο

Οι αντιλήψεις των παιδιών προσχολικής ηλικίας για την έννοια του αριθμού έχει απασχολήσει αρκετούς ερευνητές. Σύμφωνα με τους Piaget & Inhelder (1965), τα παιδιά της ηλικίας αυτής έχουν σκέψη μεταγωγική, δεν μπορούν να κάνουν γενικεύσεις, δεν μπορούν να διατηρήσουν τη σταθερότητα του αριθμού και δεν αντιλαμβάνονται τις σχέσεις μέρους-όλου (εγκλεισμός). Αυτές οι διαδικασίες είναι θέμα ανάπτυξης και εσωτερικής ωρίμανσης και κατά συνέπεια, τα παιδιά αυτής της ηλικίας δεν οικοδομούν ουσιαστική γνώση για την έννοια του αριθμού.

Ωστόσο άλλες έρευνες έχουν δείξει πως τα παιδιά προσχολικής ηλικίας έχουν αρκετές γνώσεις για τις αρχές του αριθμού και τις λειτουργίες της μέτρησης και προτείνουν την επεξεργασία των αριθμητικών εννοιών με προσωπική δράση των παιδιών. Επίσης έχουν δείξει ότι, όταν πρόκειται για μικρές ποσότητες, τα παιδιά αντιλαμβάνονται τη διατήρηση της σταθερότητας του αριθμού, και ότι κατανοούν τις πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης (Gelman & Gallistel, 1978, Hughes, 1983).

Οι αλλαγές ως προς τη μαθηματική εκπαίδευση που προέκυψαν από τις έρευνες της δεκαετίας του 1970 επηρέασαν την επικρατούσα αντίληψη της δεκαετίας του 1960, κατά την οποία η θεμελίωση των φυσικών αριθμών στηριζόταν στη θεωρία των συνόλων και την εισαγωγή των φυσικών αριθμών ως σύμβολα-εκφραστές της πληθικότητας των κλάσεων ισοδυναμίας, στις οποίες διαμερίζονται τα σύνολα με βάση τη σχέση ισοδυναμίας τους ως προς το πλήθος των στοιχείων που έχουν. Οι έρευνες του 1970 αμφισβήτησαν αυτήν την αντίληψη και επικράτησε η αντίληψη της επαναδιαπραγμάτευσης του τρόπου προσέγγισης των μαθηματικών εννοιών, απόρριψη των προαριθμητικών εννοιών και αντικατάστασή τους από τις αριθμητικές έννοιες. Έρευνες (Bergeron & Herscovics, 1990, στο Καλδρυμίδου, 1997-98, σελ. 41) που έγιναν υπέρ της μιας ή της άλλης κατεύθυνσης τονίζουν πως δε διαπιστώθηκε υπεροχή μιας εκ των δύο.

Οι Dubois, Fenichel & Pauvert (1993) επισημαίνουν πως για τη μάθηση των φυσικών αριθμών είναι απαραίτητη η εισαγωγή δραστηριοτήτων που διαπραγματεύονται αριθμούς (π.χ. καταμέτρηση, λύση αριθμητικών προβλημάτων) από την προσχολική ηλικία. Άλλοι ερευνητές θεωρούν ότι η δόμηση της έννοιας του αριθμού είναι αποτελεσματικότερη μέσα από τη δημιουργία διδακτικών καταστάσεων και διαθεματικών δραστηριοτήτων (Κασιμάτη, 2006). Η εμπλοκή των παιδιών σε δραστηριότητες με νόημα θεωρείται (Κασιμάτη, 2001), ως μια διαδικασία κοινωνικοποίησης στις μαθηματικές σημασίες και τεχνικές της ευρύτερης κοινωνίας (κοινωνικοπολιτισμικός κονστρουκτιβισμός).

Σύμφωνα με πολλούς ερευνητές (Gelman & Gallistel, 1978, Piaget, 1973, Vergnaud, 1983), τα παιδιά αυτής της ηλικίας οικοδομούν την έννοια του φυσικού αριθμού, προσεγγίζοντας τις προσθετικές και πολλαπλασιαστικές δομές με κατάλληλα οργανωμένες δραστηριότητες, οι οποίες αντλούν το θεματικό τους περιεχόμενο από καταστάσεις καθημερινής ζωής ή έχουν μορφή παιγνιδιού (Gelman & Gallistel, 1978, Kamii & de Clark, 1985, Renshaw, 1992, Van Oers, 1996). Αρκετές έρευνες έχουν γίνει αναφορικά με την προσέγγιση της έννοιας του φυσικού αριθμού στο Νηπιαγωγείο, ως προς την πληθική και τακτική του φύση (Fuson, 1988). Επιπλέον έχουν γίνει ερευνητικές προσπάθειες για άλλες προσεγγίσεις των αριθμητικών εννοιών μέσα από καταστάσεις και διαδικασίες τελεστών στην πρώτη παιδική ηλικία (Cobb et al., 1996, Hunting & Davis, 1991), όπως είναι για παράδειγμα, η αντιστοίχιση, η σύγκριση συνόλων και η εκτίμηση πιθανών ενδεχομένων (Νικηφορίδου & Παγγέ, 2008). Επομένως, η προσέγγιση του φυσικού αριθμού ως τελεστή και από παιδιά του Νηπιαγωγείου, παρουσιάζει ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον, αφού με την προσέγγιση και των πολλαπλασιαστικών δομών, τα παιδιά διαμορφώνουν πληρέστερο εννοιολογικό πλαίσιο για την έννοια του φυσικού αριθμού. Στην Ελλάδα, τα παιδιά προσχολικής ηλικίας εργάζονται με μαθηματικές δραστηριότητες προσεγγίζοντας προσθετικές δομές και μόνο σε μεγαλύτερες τάξεις προσεγγίζουν τις πολλαπλασιαστικές δομές.

Ο φυσικός αριθμός ως τελεστής συνδέεται με τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση και είναι μαθηματικά συνδεδεμένος με τις πολλαπλασιαστικές δομές. Συγκεκριμένα ο φυσικός αριθμός ως τελεστής:

- λειτουργεί ως «μηχανή» μετασχηματισμού μιας ποσότητας σε μία άλλη (multiplying factor) (Yamanoshita & Matsushita, 1996),
- ενεργώντας σε φυσικούς αριθμούς έχει ως αποτέλεσμα πάντα φυσικούς αριθμούς,
- είναι ποσότητα χωρίς διαστάσεις (Nesher, 1988, Vergnaud, 1983),
- δεν αλλάζει τη φύση του μεγέθους της ποσότητας στο οποίο ενεργεί (Schwartz, 1988),
- αλλάζει το μέγεθος της ποσότητας στην οποία ενεργεί (Schwartz, 1988) και
- η κατανόηση του φυσικού αριθμού ως τελεστή προϋποθέτει μία διαδικασία αφαίρεσης (Steffe, 1994).

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να μελετηθούν: α) οι λύσεις που δίνουν τα παιδιά σε δραστηριότητες που αναφέρονται στον αριθμό ως τελεστή, οι οποίες δείχνουν μια αρχική κατανόηση των πολλαπλασιαστικών δομών και του φυσικού αριθμού ως τελεστή και β) πιθανές αλλαγές που προκύπτουν στις αντιλήψεις των παιδιών προσχολικής ηλικίας για την έννοια του φυσικού αριθμού με την εισαγωγή δραστηριοτήτων με τελεστές.

2. Μεθοδολογία

Στην έρευνα συμμετείχαν 66 νήπια 5 ετών. Τα Νηπιαγωγεία επιλέχθηκαν τυχαία (2 διθέσια και 2 τριθέσια Νηπιαγωγεία στις περιοχές Περισσός, Ν. Ιωνία, Ν. Ηράκλειο) και αφορούν σε πληθυσμούς μικτής κοινωνικο-οικονομικής προέλευσης. Τα στάδια της έρευνας ήταν τέσσερα: το pre-test, οι διδακτικές παρεμβάσεις, το post-test και το test διατήρησης της γνώσης. Τα pre-test, post-test, και το test διατήρησης της γνώσης δόθηκαν σε ατομικές συνεντεύξεις με τα νήπια, ενώ οι διδακτικές παρεμβάσεις πραγματοποιήθηκαν με πειραματικά έργα τάξης. Ο σχεδιασμός των pre-test, post-test και test διατήρησης της γνώσης βασίστηκε σε συνδυασμό έργων που σχετίζονται με τις απόψεις των δύο τάσεων που προέκυψαν από τις έρευνες της δεκαετίας 1960 και της δεκαετίας 1970 και που χρησιμοποιήθηκαν ως δείκτες στη διεθνή βιβλιογραφία και έχουν το ίδιο περιεχόμενο. Με τα έργα αυτά διερευνήθηκαν οι πιθανές αλλαγές που προέκυψαν στις αντιλήψεις των παιδιών ως προς την έννοια του φυσικού αριθμού, ποιοτικά και ποσοτικά, μετά από τις διδακτικές παρεμβάσεις.

Οι διδακτικές παρεμβάσεις περιλαμβάνουν δραστηριότητες με τις έννοιες ζευγών, τριάδων, τετράδων και δραστηριότητες με καταστάσεις τελεστών (περιοριστήκαμε σε διπλασιασμούς και τριπλασιασμούς μικρών ποσοτήτων, μια και το γνωστικό επίπεδο των παιδιών αυτής της ηλικίας δεν επιτρέπει μεγαλύτερους υπολογισμούς). Οι δραστηριότητες αυτές σχεδιάστηκαν με σενάριο, του οποίου το περιεχόμενο αντλήθηκε μέσα από τα ενδιαφέροντα των παιδιών και από καθημερινές καταστάσεις και έχουν μορφή παιγνιδιού. Τα παιδιά έδειξαν ενδιαφέρον και μέσα από τους προσωπικούς τους προβληματισμούς και την ανταλλαγή των απόψεών τους ανταποκρίθηκαν με θετικά αποτελέσματα σε επίπεδο γνωστικό (Καπέλου, 2004).

Στη συνέχεια περιγράφουμε κάποιες δραστηριότητες διδακτικής παρέμβασης, οι οποίες θα συζητηθούν στα αποτελέσματα της έρευνας:

α) **«Συνταγή για ένα/δύο γλυκά»**: Άμεσος στόχος είναι η προσέγγιση της έννοιας του αριθμού – τελεστή με διπλασιασμό ζευγών. Έμμεσος στόχος είναι η ανάπτυξη δεξιοτήτων καταμέτρησης, αντιστοίχησης (1-1), (1-2). Το θεματικό περιεχόμενο της δραστηριότητας είναι μέσα από καταστάσεις της καθημερινότητας, συγκεκριμένα δίνονται σε πίνακα τα υλικά για την παραγωγή ενός γλυκού και τα παιδιά πρέπει να δημιουργήσουν μια νέα συνταγή, η οποία να περιέχει υλικά για δύο γλυκά.

β) **«Ραβδάκια και κουτιά»:** Άμεσος στόχος είναι η προσέγγιση του αριθμού τελεστή με χρήση παιγνιδιών κατασκευών. Τα παιδιά χωρίζονται σε ομάδες, συνεργάζονται, πειραματίζονται και αποφασίζουν για την τελική κατασκευή, την οποία συγκρίνουν με το δείγμα και αποφασίζουν για πιθανές αλλαγές.

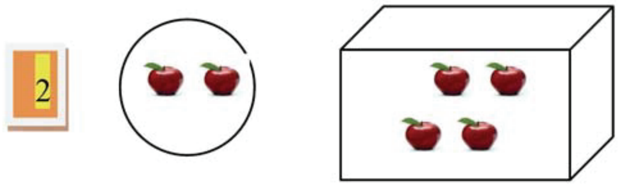
Π.χ. Πόσες φορές χρησιμοποιήσαμε το κυβάκι για να φτιάξουμε το ραβδάκι;

Πόσα ζευγάρια χρειάζεσαι για να φτιάξεις αυτό το κουτί;

Πόσα ραβδάκια χρειάζεσαι για να φτιάξεις αυτό το κουτί;

γ) **«Μαγικό κουτί»:** Παιγνίδι με το οποίο τα παιδιά θα προσεγγίσουν την έννοια του τελεστή με διπλασιασμούς ζευγών, τριάδων και τετράδων.

Π.χ.



(σχ. 1) (σχ. 2)

Το «μαγικό κουτί» (σχ. 2) έχει την ιδιότητα να αυξάνει τη ποσότητα των μήλων τόσο όσο διατυπώνεται στη κάρτα με τον αριθμό (αριστερά στο κίτρινο πλαίσιο) (σχ. 1). Κάθε φορά που αλλάζει η κάρτα με τον αριθμό που δείχνει το μετασχηματισμό της ποσότητας των ζευγών / τριάδων / τετράδων, που θα προκύψει, τα παιδιά πρέπει να κάνουν υπολογισμούς για να βρουν πόσα ζεύγη / τριάδες / τετράδες είναι μέσα στο κουτί και πόσα είναι τα αντικείμενα, αν μετρηθούν ένα-ένα. Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε ομάδες. Η κάθε ομάδα για κάθε σωστή απάντηση παίρνει μια τάπα ή ένα φασόλι. Νικήτρια ομάδα θα είναι αυτή που θα έχει μαζέψει τις περισσότερες τάπες ή τα περισσότερα φασόλια.

3. Αποτελέσματα

3.1. Λύσεις που δείχνουν μια αρχική κατανόηση των πολλαπλασιαστικών δομών

Τα παιδιά που πήραν μέρος στην έρευνα έδωσαν απαντήσεις ως λύσεις των παραπάνω δραστηριοτήτων, μέσα από τις οποίες παρατηρείται μια αρχική κατανόηση των πολλαπλασιαστικών δομών. Οι απαντήσεις που έδωσαν τα παιδιά για τις δραστηριότητες που περιγράψαμε ήταν του τύπου:

Για τη «συνταγή»: «Για ένα κέικ χρειάζεται να βάλουμε ένα ποτήρι γάλα, δύο βανίλιες, τρία αυγά, τέσσερα ποτήρια αλεύρι – για δύο κέικ χρειαζόμαστε ένα και άλλο ένα ποτήρι γάλα, δύο κι άλλες δύο βανίλιες, τρία κι άλλα τρία αυγά, τέσσερα κι άλλα τέσσερα ποτήρια αλεύρι» ή «….για δύο κέικ χρειαζόμαστε δύο φορές ένα ποτήρι γάλα, δύο φορές δύο βανίλιες, δύο φορές τρία αυγά, δύο φορές τέσσερα ποτήρια αλεύρι» ή «…για δύο κέικ χρειαζόμαστε δύο ποτήρια γάλα, τέσσερις βανίλιες, έξι αυγά, οκτώ ποτήρια αλεύρι».

Για τα «ραβδάκια»: Κάποια παιδιά χρωμάτισαν κάθε ραβδάκι, οριζόντια, με διαφορετικό χρώμα

ή κάποια άλλα παιδιά έκαναν το ίδιο και έγραψαν και τον αριθμό 2

ή κάποια άλλα παιδιά χρωμάτισαν, οριζόντια και κάθετα, με διαφορετικό χρώμα τα ραβδάκια και έγραψαν και τον αριθμό 2

ή κάποια άλλα παιδιά χρωμάτισαν το περίγραμμα του κάθε ραβδιού και το χρωμάτισαν με διαφορετικό χρώμα

Για το «μαγικό κουτί» κάποια παιδιά είπαν: «4 μήλα», κάποια άλλα είπαν: «2 ζευγάρια» ή κάποια άλλα κάνοντας νοερούς υπολογισμούς είπαν: «4 μήλα, δηλαδή δύο ζευγάρια».

3.2. Αλλαγές στις αντιλήψεις των παιδιών

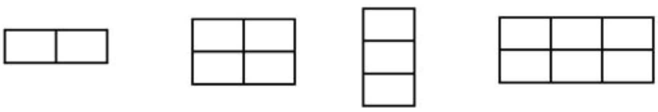
Παρουσιάζονται οι αλλαγές στις αντιλήψεις των παιδιών που προέκυψαν από τη συγκριτική μελέτη μέρους του pre-test και post-test και αφορούν τους διπλασιασμούς και διαμερισμούς ζευγών – τριάδων και έργα αντιμεταθετικότητας.

Στους διπλασιασμούς κύβων στο pre-test παρατηρήθηκαν τα εξής:

α) Τα περισσότερα παιδιά αντιλαμβάνονταν το διπλασιασμό της μονάδας. Για παράδειγμα στην ερώτηση «Πόσες φορές χρησιμοποιήσαμε το κυβάκι για να φτιάξουμε το ραβδάκι; Δείξε το χρωματίζοντάς το»,

από τα 66 παιδιά, τα 60 απάντησαν σωστά, χρωμάτισαν το κάθε κυβάκι με διαφορετικό χρώμα και έγραψαν τον αριθμό 2, 4 παιδιά απάντησαν μεν σωστά (είπαν 2), αλλά δε χρωμάτισαν τα κυβάκια με διαφορετικό χρώμα και αντί για το σύμβολο του αριθμού 2 έγραψαν δύο γραμμές και 2 παιδιά δεν έδωσαν καμία απάντηση.

β) Στο διπλασιασμό του ζεύγους και στην ερώτηση, «Πόσες φορές χρησιμοποιήσαμε το ραβδάκι για να φτιάξουμε το κουτί; Δείξε το χρωματίζοντάς το» (σχ. 2), μόνο 14 παιδιά έδωσαν σωστή απάντηση και σχεδίασαν ένα περίγραμμα σε κάθε ζεύγος κύβων, (τα 8 από αυτά δεν έγραψαν κανένα αριθμητικό σύμβολο, ενώ τα υπόλοιπα 6 έγραψαν και τον αριθμό που αντιστοιχούσε στα ζεύγη ή τις τριάδες). Τα υπόλοιπα (52) παιδιά εξακολούθησαν να θεωρούν το κάθε κυβάκι ως μονάδα μέτρησης, το χρωμάτισαν με ξεχωριστό χρώμα και έγραψαν τον αριθμό 4. Τις ίδιες ενέργειες έκαναν και για τον διπλασιασμό της τριάδας (σχ. 3).



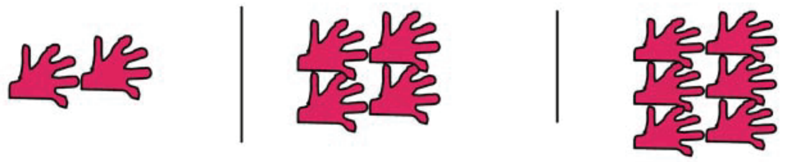
Σχ. 3

Στο post-test, στους διπλασιασμούς των ζευγών-κύβων, παρατηρήθηκαν ποιοτικές και ποσοτικές αλλαγές στις απαντήσεις των παιδιών. 51 παιδιά (77,27 %) μπορούσαν να αντιληφθούν τους διπλασιασμούς ζευγών –κύβων και το έδειξαν χρωματίζοντας με διαφορετικό χρώμα κάθε ζεύγος του κουτιού, σε οριζόντιο και κάθετο επίπεδο, και έγραψαν δίπλα στο σχήμα και τον αριθμό των ζευγών. Για τους διπλασιασμούς τριάδων, 49 παιδιά (74,24 %) έδωσαν σωστές απαντήσεις και εργάσθηκαν με τον ίδιο τρόπο όπως και στους διπλασιασμούς των ζευγών.

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει συνοπτικά τα παραπάνω αποτελέσματα.

ΔΙΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΥΒΩΝ		**PRE-TEST**	
ΣΩΣΤΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ		ΠΑΙΔΙΑ	ΠΟΣΟΣΤΟ
	ΜΟΝΑΔΑΣ	66	100%
	ΖΕΥΓΟΥΣ	14	21,21%
	ΤΡΙΑΔΑΣ	14	21,21%
ΔΙΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΥΒΩΝ		**POST-TEST**	
ΣΩΣΤΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ		ΠΑΙΔΙΑ	ΠΟΣΟΣΤΟ
	ΜΟΝΑΔΑΣ	66	100%
	ΖΕΥΓΟΥΣ	51	77,27%
	ΤΡΙΑΔΑΣ	49	72,24%

Στα έργα διαμερισμού του pre-test παρατηρήθηκε ένα μεγάλο ποσοστό επιτυχημένων απαντήσεων. Αναλυτικότερα, στην ερώτηση: «Πόσα παιδιά μπορούν να φορέσουν ένα ζευγάρι / δύο ζευγάρια / τρία ζευγάρια γάντια;»



όλα τα παιδιά (100 %) δεν έκαναν κανένα λάθος στο διαμερισμό του ενός ζεύγους, ενώ στο διαμερισμό των δύο και τριών ζευγών το 75,75 % (50 παιδιά) έδωσε σωστές απαντήσεις. Τα παιδιά που έκαναν λάθη στους διαμερισμούς των δύο και των τριών ζευγών έγραψαν για απάντηση αριθμό που ήταν ίσος με τον αριθμό των γαντιών, δηλαδή τα τέσσερα / έξι γάντια θα τα φορέσουν τέσσερα / έξι παιδιά.

Στις αντίστοιχες απαντήσεις του post-test, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων αυξήθηκαν κατά 18% στους διαμερισμούς των δύο ζευγών και κατά 15% τριών ζευγών. Πιο συγκεκριμένα τα αποτελέσματα του post-test έδειξαν ποσοτική και ποιοτική αλλαγή. Η ποσοτική αλλαγή αναφέρθηκε παραπάνω. Η ποιοτική αλλαγή παρατηρήθηκε στον τρόπο αναπαράστασης του αποτελέσματος του διαμερισμού. Αναλυτικότερα, ενώ στο pre-test τα περισσότερα παιδιά σχεδίαζαν ανάλογο αριθμό παιδιών για να δείξουν σε πόσα ανθρωπάκια θα μοιράσουν τα γάντια, στο post-test, έλεγαν το αποτέλεσμα του διαμερισμού και κατέγραφαν το αριθμητικό σύμβολο του πηλίκου, κάνοντας σχόλια του τύπου: «Δύο γάντια - ένα παιδί ή τέσσερα γάντια - δύο παιδιά» ή «τα τρία ζευγάρια γάντια πάνε σε τρία παιδιά, αφού κάθε παιδί έχει δύο χέρια».

ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΟΣ ΓΑΝΤΙΩΝ		**PRE-TEST**	
ΣΩΣΤΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ		ΠΑΙΔΙΑ	ΠΟΣΟΣΤΟ
	ΜΟΝΑΔΑΣ	66	100%
	ΖΕΥΓΟΥΣ	50	75,75%
	ΤΡΙΑΔΑΣ	50	75,75%
ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΟΣ ΓΑΝΤΙΩΝ		**POST-TEST**	
ΣΩΣΤΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ		ΠΑΙΔΙΑ	ΠΟΣΟΣΤΟ
	ΜΟΝΑΔΑΣ	66	100%
	ΖΕΥΓΟΥΣ	62	93.93%
	ΤΡΙΑΔΑΣ	60	90.90%

3.3. Αντιμεταθετικότητα και συγκριτική μελέτη του pre test και του post-test

Στα έργα της αντιμεταθετικότητας, με τη συγκριτική μελέτη του pre-test και του post test, παρατηρήθηκαν αλλαγές στις αντιλήψεις των παιδιών ως προς την αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού ποσοτήτων. Τα νήπια κλήθηκαν να απαντήσουν στις ακόλουθες ερωτήσεις:

α. «Ο Πέτρος είπε πως έβαλε περισσότερα πορτοκάλια στο καλάθι του από ό,τι έβαλε η Χριστίνα. Εσύ τι λες, έχει δίκιο;»

Τα πορτοκάλια του Πέτρου

Τα πορτοκάλια της Χριστίνας

β. « Ο Μιχάλης λέει πως η Ευγενία έχει περισσότερα μπαλόνια από εκείνον. Εσύ τι λες;»

Τα μπαλόνια της Ευγενίας

Τα μπαλόνια του Μιχάλη

Στο **pretest** στην ερώτηση «αν βάλουμε στο καλάθι πρώτα δύο και μετά τρία πορτοκάλια είναι το ίδιο με το να βάλουμε πρώτα τρία και μετά δύο πορτοκάλια;», τα περισσότερα (55) παιδιά (83,33 %) συνέχεαν τον αριθμό της ποσότητας με την έκταση που καταλάμβανε η ποσότητα στο χώρο. Συγκεκριμένα θεωρούσαν πως τα πορτοκάλια του Πέτρου ήταν περισσότερα από της Χριστίνας, γιατί ο Πέτρος έβαζε **πρώτα τρία** πορτοκάλια στο καλάθι του και μετά άλλα δύο, ενώ η Χριστίνα έβαζε στο καλάθι της **πρώτα δύο** πορτοκάλια και μετά άλλα τρία, τα οποία φαίνονταν ότι καταλάμβαναν μεγαλύτερο χώρο σε γραμμική διάταξη. Το 16,67 % των παιδιών που μέτρησαν τα στοιχεία της ποσότητας ή τα αντιστοίχιζαν 1-1, αντιλήφθηκαν ότι οι δύο ποσότητες ήσαν ίσες, αλλά δεν αντιλαμβάνονταν την αντιμεταθετική ιδιότητα, διότι θεωρούσαν πως η ενέργεια 3+2 (με αντικείμενα) ήταν διαφορετική από την ενέργεια 2+3.

Στα έργα πολλαπλασιασμού του pretest δόθηκαν ποσοτικά και ποιοτικά ίδιου τύπου απαντήσεις. Δηλαδή 55 παιδιά (83,33 %) θεωρούσαν πως τα 6 μπαλόνια που ήταν δεμένα ανα τρία ήταν περισσότερα από αυτά που ήταν δεμένα ανά δύο. Συνέχεαν δηλαδή το πλήθος των στοιχείων των ποσοτήτων με την έκταση στο χώρο που καταλάμβαναν οι ποσότητες, ενώ 11 παιδιά (16,67%) μόνο αντιλήφθηκαν την ισότητα των δύο ποσοτήτων μετά από 1-1 καταμέτρηση των στοιχείων κάθε ποσότητας.

Στο **post test** παρατηρήθηκαν ποσοτικές και ποιοτικές αλλαγές ως προς την αντίληψη της αντιμεταθετικής ιδιότητας. Συγκεκριμένα, 10 παιδιά (15,15 %) αντιλήφθηκαν την ισότητα των δύο ποσοτήτων, αλλά όχι και την αντιμεταθετικότητα των πράξεων, 7 παιδιά (10,6%) δεν άλλαξαν τις απόψεις τους για τα συγκεκριμένα έργα και 49 παιδιά (74,24 %) αντιλήφθηκαν την ισότητα μεταξύ των δύο ποσοτήτων και την αντιμεταθετική ιδιότητα τόσο στην πρόσθεση όσο και στον πολλαπλασιασμό και αυτό φάνηκε στις απαντήσεις των παιδιών, οι οποίες ήταν του τύπου:

Για την πρόσθεση: «Αν βάλουμε στο καλάθι πρώτα τρία και μετά δύο πορτοκάλια, είναι το ίδιο με το να βάλουμε πρώτα δύο και μετά τρία πορτοκάλια, γιατί τρία και δύο μας δίνει πέντε και δύο και τρία μας δίνει πάλι πέντε. Αφού και τα δύο καλάθια έχουν από πέντε πορτοκάλια δεν μας νοιάζει πως θα τα βάλουμε στο καλάθι»

Για τον πολλαπλασιασμό: «Αν δέσουμε ανά δύο τα μπαλόνια της Ευγενίας, τότε όλα μαζί είναι έξι μπαλόνια. Αν δέσουμε ανά τρία τα μπαλόνια (του Μιχάλη) έχουμε πάλι έξι. Είναι το ίδιο».

4. Συμπεράσματα

Οι παρατηρήσεις από τη συγκριτική μελέτη του pretest και του post-test έδωσαν δείγματα θετικά, ως προς την ικανότητα των παιδιών να αντιλαμβάνονται την έννοια του φυσικού αριθμού, όταν παρεμβάλλονται διδακτικές δραστηριότητες σχετικές με την έννοια του αριθμού ως τελεστή και οι οποίες αντλούν τη θεματολογία τους μέσα από τα ενδιαφέροντα των παιδιών και από καταστάσεις καθημερινής ζωής. Επίσης σημαντική αλλαγή προκύπτει στο εννοιολογικό πεδίο των γνώσεων των παιδιών για την έννοια του αριθμού, τις λειτουργίες και τις ιδιότητές του, ακόμα και για έννοιες δύσκολες, όπως αυτή του αριθμού ως τελεστή. Αυτό φαίνεται από τις απαντήσεις-λύσεις που έδωσαν τα παιδιά στις σχετικές καταστάσεις προβληματισμού, όπου φάνηκε πως τα παιδιά προσχολικής ηλικίας μπορούν να έχουν μια αρχική κατανόηση του αριθμού ως τελεστή και κατ' επέκταση των πολλαπλασιαστικών δομών.

Επομένως - και σύμφωνα με τα ερευνητικά δείγματα - τα παιδιά του Νηπιαγωγείου, τα οποία εμπλέκονται σε δραστηριότητες προσέγγισης πολλαπλασιαστικών δομών, θα έχουν την ευκαιρία να προσεγγίσσουν σφαιρικά το εννοιολογικό πλαίσιο του φυσικού αριθμού και να αποκτήσουν γνώσεις με νόημα, εφόσον οι δραστηριότητες αυτές συνδέονται με την καθημερινή ζωή, προκαλούν το ενδιαφέρον των παιδιών για έρευνα και υλοποιούνται βιωματικά.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Cobb, P., Perlwitz, M. & Underwood, D., (1996), Constructivism and activity theory: A consideration of their similarities and differences as they relate to Mathematics Education, in H. Mansfield, N. A. Pateman & N. Bednarz (Ed.), **Mathematics for Tomorrow's Young Children,** (pp.10-58), Kluwer Academic Publishers.

Dubois, C., Fenichel, M. & Pauvert, M., (1993), **Se former pour enseigner les mathématiques,** Armand Colin: Paris.

Fuson, K., C., (1988), **Children's counting and concepts of number,** NY: Springer - Verlag.

Gelman, R. & Gallistel, C. R.., (1978), **The child's understanding of number,** Harvard University Press: Cambridge, MA

Hughes, M., (1983), Teaching Arithmetic to Pre-school Children, **Educational Review,** 35 (2), 163-73.

Hunting, R. & Davis, G., (1991), **Early Fraction Learning,** Springer-Verlag: N.Y.

Καλδρυμίδου, Μ., (1998), **Διδακτική Προμαθηματικών Εννοιών ΙΙ,** Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων.

Kamii, C. & De Clark, G., (1985), **Young Children Reinvent Arithmetic,** Teachers College, Columbia University.

Καπέλου Αικ., (2004), Διδακτική των αριθμητικών εννοιών για παιδιά 5-6 ετών: Ανάδειξη των πολλαπλασιαστικών δομών, **Διδακτορική διατριβή,** Τ.ΕΠ.Α.Ε.Σ., Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Καπέλου Αικ., (2008), **Προσεγγίσεις των Μαθηματικών και της Φυσικής από Παιδιά Προσχολικής ηλικίας (ΘΕΩΡΙΑ & ΠΡΑΞΗ),** Αθήνα: Χ. Δαρδανός.

Κασιμάτη Αικ., (2001), Θεωρία κατασκευής της γνώσης (constructivism): Μια σύγχρονη διδακτική προσέγγιση, **Πανελλήνιο Συνέδριο Κυθηραικών Μελετών,** Κύθηρα.

Κασιμάτη Αικ., (2006), Η δόμηση των πρώτων μαθηματικών εννοιών μέσω της διαθεματικής προσέγγισης της γνώσης, **Σύγχρονο Νηπιαγωγείο,** 49, 98-107

Nesher, P., (1988), Multiplicative school word problems: Theoretical Approaches and Empirical Findings, in J. Hiebert & M. Behr (Eds.), **Number Concepts and Operations in the Middle Grades,** (pp. 19-40), LEA, NCTM.

Νικηφορίδου Ζ. & Παγγέ Τ., (2008), Μπορούν τα παιδιά Προσχολικής Ηλικίας να συμμετάσχουν ενεργά σε παιχνίδια πιθανοτήτων; **6ο Πανελλήνιο Συνέδριο Π.Ε.Ε.,** Αθήνα.

Piaget J., (1973), **Introduction to genetic epistemology,** vol. 1, (2nd ed), Paris: PUF.

Piaget, J. & Inhelder, B., (1965), **The child's conception of number,** Norton: New York. (First published in 1941).

Renshaw P., (1992), A sociocultural view of the Mathematics Education of Young Children, in H. Mansfield, N. Pateman & N. Bednarz (Eds.), **Mathematics for tomorrow's young children,** (pp. 59-78), Dordrecht, Boston, and London: Kluwer.

Schwartz, J., (1988), Intensive Quantity and Referent Transforming Arithmetic Operations, in J. Hiebert & M. Behr (Eds.), **Number Concepts and Operations in the Middle Grades,** (vol.2), (pp. 41-52). Lawrence Erlbaum Associates, National Council of Teachers of Mathematics.

Steffe, L., (1994), Children's Multiplying Schemes, in G. Harel & J. Confrey (Eds.), **The development of multiplicative reasoning in the learning of Mathematics,** (pp. 3-40), State University of New York Press.

Van Oers, B., (1996), Are you sure? Stimulating Mathematical Thinking During Young Children's Play, **European Early Education Research Journal,** vol.4, No1, 71-87.

Vergnaud, G., (1983), Multiplicative structures, in R. Lesh & M. Landau (Eds.), **Acquisition of mathematics concepts and process,** (pp. 127 – 174), New York: Academic Press.

Yamanoshita, T. & Matsushita, K., (1996), Classroom models for young children's mathematical ideas, in H. Mansfield, N. Pateman & N. Bednarz (Eds.), **Mathematics for tomorrow's young children,** (pp. 285- 301), Dordrecht, Boston, London: Kluwer