

<b>ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΟΥΔΡΟΥ</b>		<b>ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2012 – 2013</b>	
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ			
ΤΜΗΜΑ.....			
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ			
ΕΠΩΝΥΜΟ:.....			
ΟΝΟΜΑ:.....			
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28 – 05 – 2013			
ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ : ΑΡΜΑΟΣ ΠΕΤΡΟΣ, ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΗΣ ΣΤΥΛΙΑΝΟΣ			
ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ	ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ	ΥΠΟΓΡΑΦΗ
Εκατοντάβάθμια κλίμακα			
Εικοσαβάθμια κλίμακα			

### **ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**Α.** Έστω ο κύκλος  $C$  με κέντρο  $K(0,0)$  και ακτίνα  $\rho$ . Να αποδείξετε ότι ο κύκλος έχει εξίσωση  $C : x^2 + y^2 = \rho^2$ .

(Μονάδες: 12)

**Β.** Έστω  $E'$  και  $E$  δύο σημεία ενός επιπέδου. Τι ονομάζεται έλλειψη με εστίες τα σημεία  $E'$  και  $E$ ;

(Μονάδες: 3)

**Γ.** Να χαρακτηρίσετε ως Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

1. Ισχύει  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -1$ .

2. Η ευθεία η οποία διέρχεται από το σημείο  $A(x_0, y_0)$  και έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$ , έχει εξίσωση  $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$ .

3. Κάθε κύκλος έχει εξίσωση της μορφής  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ , με  $A^2 + B^2 - 4\Gamma \geq 0$  (I) και αντιστρόφως κάθε εξίσωση της μορφής (I) παριστάνει κύκλο.

4. Η παραβολή με εξίσωση  $y^2 = 2px$  έχει εστία το σημείο  $E(\frac{p}{2}, 0)$  και διευθετούσα την ευθεία  $\delta: x = \frac{p}{2}$ .

5. Η εξίσωση  $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$  και  $\alpha > \beta > 0$ ,  $\beta = \sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}$  παριστάνει έλλειψη με εστίες τα σημεία  $E'(-\gamma, 0)$  και  $E(\gamma, 0)$ .

(Μονάδες: 10)

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνονται τα σημεία  $A(1,1)$ ,  $B(2,3)$  και  $\Gamma(4,2)$ .

A. Αν  $\vec{\alpha} = \overline{AB}$  και  $\vec{\beta} = \overline{A\Gamma}$ , να αποδείξετε ότι  $\vec{\alpha} = (1,2)$  και  $\vec{\beta} = (3,1)$   
(Μονάδες: 8)

B. Να αποδείξετε ότι τα μέτρα των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  είναι  
 $|\vec{\alpha}| = \sqrt{5}$  και  $|\vec{\beta}| = \sqrt{10}$   
(Μονάδες: 8)

Γ. Να υπολογίσετε τη γωνία  $\hat{\theta}$  των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .  
(Μονάδες: 9)

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνονται τα σημεία  $A(-2,-6)$ ,  $B(-1,-4)$  και η ευθεία

$$\varepsilon: 2x - y + k = 0, k \in \mathbb{R}.$$

A. Να αποδείξετε ότι η απόσταση των σημείων  $A$  και  $B$  είναι  
 $AB = \sqrt{5}$   
(Μονάδες: 7)

**B.** Για ποιες τιμές του  $k \in \mathbb{R}$  η απόσταση του σημείου A από την ευθεία  $\varepsilon$  είναι ίση με την απόσταση των σημείων A και B;

(Μονάδες: 9)

**Γ.** Για  $k = 3$  να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ όπου Γ είναι το σημείο τομής της ευθείας  $\varepsilon$  με τον άξονα  $y'y$ . (Μονάδες: 9)

### **ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται ο κύκλος  $C_1 : x^2 + y^2 = 5$  και η παραβολή  $C_2 : y^2 = 4x$

**A.** Να αποδείξετε ότι τα κοινά σημεία A και B του κύκλου  $C_1$  και της παραβολής  $C_2$  είναι τα A(1,2) και B(1,-2). (Μονάδες: 6)

**B.** Αν E η εστία της παραβολής, να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B και E ανήκουν στην ίδια ευθεία, της οποίας να βρείτε την εξίσωση.

(Μονάδες: 6)

**Γ.** Αν  $C_3$  είναι ο κύκλος με κέντρο το A και ακτίνα  $\rho = 2\sqrt{5}$ , να αποδείξετε ότι οι κύκλοι  $C_1$  και  $C_3$  εφάπτονται εσωτερικά στο σημείο Γ(-1,-2). (Μονάδες: 6)

**Δ.** Να αποδείξετε ότι το Γ είναι το πλησιέστερο σημείο του κύκλου  $C_3$  προς την αρχή των αξόνων. (Μονάδες: 7)

**ΕΥΧΟΜΑΙ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**

**Ο  
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ**

**Ο  
ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ**

**ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΗΣ ΣΤΥΛΙΑΝΟΣ**

**ΑΡΜΑΟΣ ΠΕΤΡΟΣ**