

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ**  
**ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΑΜΦΙΛΩΝ**  
**ΔΕΥΤΕΡΑ 11 ΙΟΥΝΙΟΥ 2012**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A 1.** Αν  $a > 0$  και  $a \neq 1$ , τότε για οποιουδήποτε  $\theta_1, \theta_2 > 0$  να αποδείξετε ότι  
$$\log_a (\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2 .$$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

**A 2.** Να γράψετε τον ορισμό της γεωμετρικής προόδου.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 3**

**A 3.** Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά

**i.** Αν  $\sin x = \sin \theta$  τότε  $x = \dots\dots\dots$  ή  $x = \dots\dots\dots$

**ii.** Οι αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει  
 $\dots\dots\dots$

**iii.**  $\log 10 = \dots\dots\dots$  και  $\ln 1 = \dots\dots\dots$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**A 4.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λάθος(Λ)

**i.** Η συνάρτηση  $f(x) = \ln x$  με  $x > 0$  είναι γνησίως αύξουσα .

**ii.** Το άθροισμα  $S_n$  των  $n$  πρώτων όρων αριθμητικής προόδου  $(a_n)$  με διαφορά  $\omega$  είναι

$$S_n = \frac{n}{2} (\alpha_1 + \alpha_n)$$

**iii.** Για κάθε  $k, a > 0$  ισχύει η ισότητα:  $k \log a = \log(ka)$  .

**iv.** Ο νιοστός όρος μιας γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο  $a_1$  και λόγο  $\lambda$  είναι  $a_n = a_1 \cdot \lambda^n$

**v.** Αν  $\varepsilon \phi x = \varepsilon \phi \theta$  τότε  $x = k \cdot \pi + \theta$  με  $k \in \mathbb{Z}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται οι αριθμοί :  $\alpha=1$ ,  $\beta = \frac{1-\sin \theta}{2}$ ,  $\gamma = -\sin \theta$

**B 1.** Να δείξετε ότι οι αριθμοί αυτοί με τη σειρά που δίνονται είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και να βρείτε τη διαφορά της προόδου  $\omega$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

**B 2.** Αν ο τρίτος όρος της προόδου είναι ο  $\alpha=1$  τότε:

**i.** Να δείξετε ότι ο πρώτος όρος της προόδου είναι  $\alpha_1 = 2 + \sin \theta$  .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**ii.** Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της είναι  $S_5 = 5$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**B 3.** Αν οι παραπάνω αριθμοί με τη σειρά που δίνονται είναι και διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου να βρείτε το  $\theta$  αν  $\theta \in [0, \pi]$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 9**

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα πολυώνυμα  $P(x) = 6x^3 - 3x^2 + 2x - 1$  και  $g(x) = x - \eta\mu\theta$

- Γ 1.** Αν το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το πολυώνυμο  $g(x)$  να βρείτε το  $\theta$ .  
**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**
- Γ 2.** Να λύσετε την εξίσωση  $P(\ln x) = 0$ .  
**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**
- Γ 3.** Να βρείτε τα διαστήματα του  $x$  στα οποία η γραφική παράσταση του πολυωνύμου  $P(x)$  βρίσκεται πάνω από την γραφική παράσταση της ευθείας  $y = 2x + 35$ .  
**ΜΟΝΑΔΕΣ 9**

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \ln(e^x + e^{2x} + a) - \ln \frac{4}{a}$ ,  $a > 0$  και

$g(x) = \sqrt{e^{2x} - 5e^x + 6}$ . Αν η γραφική παράσταση της  $f$  διέρχεται από το σημείο  $A(0, \ln 2)$  τότε:

- Δ 1.** Να δείξετε ότι  $a = 2$ .  
**ΜΟΝΑΔΕΣ 6**
- Δ 2.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $g$ .  
**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**
- Δ 3.** Να λύσετε την εξίσωση  $e^{f(x) + \ln 2} = 2g^2(x)$   
**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**
- Δ 4.** Να αποδείξετε ότι  $\ln[g(\ln 4)] = \frac{1}{4} f(\ln 2)$ .  
**ΜΟΝΑΔΕΣ 3**

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΚΕΦΑΛΑΣ ΝΙΚΟΣ

ΒΑΡΟΥΤΙΔΟΥ ΝΑΤΑΣΑ