

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΙΠΠΕΙΟΥ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
ΤΑΞΗ : Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 24/05/2012

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε ως **σωστό (Σ)** ή **λάθος (Λ)** τις προτάσεις που ακολουθούν.

α. Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $x - \rho$ είναι το $P(\rho)$.

β. Τρεις αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν $2\beta = \alpha + \gamma$.

γ. Ο n -οστός όρος μιας γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και λόγο λ είναι $\alpha_n = \alpha_1 \cdot \lambda^n$.

δ. Η συνάρτηση $f(x) = \alpha^x$ με $\alpha > 0$ και $\alpha \neq 1$ είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

ε. Ισχύει η ισοδυναμία $\log \theta = x \Leftrightarrow \theta = 10^x$, όπου $\theta > 0$.

Μονάδες 10

A2. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις που αναφέρονται στις ιδιότητες της λογαριθμικής συνάρτησης $f(x) = \ln x$:

Η συνάρτηση $f(x) = \ln x$ έχει πεδίο ορισμού το και σύνολο τιμών το

Είναι γνησίως στο δηλαδή αν $x_1, x_2 \in \dots$ με $x_1 < x_2$ τότε και $\ln x_1 \dots$.

Η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο και έχει ασύμπτωτο τον ημίάξονα

Μονάδες 6

A3. Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, $\theta > 0$ και $\kappa \in \mathbb{R}$ να δείξετε ότι : $\log_\alpha \theta^\kappa = \kappa \log_\alpha \theta$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 5x^2 + \alpha x + \beta$ όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε το πηλίκο $\pi(x)$ και το υπόλοιπο $\upsilon(x)$ της διαίρεσης του $P(x)$ με το πολυώνυμο $x^2 - 1$.

Μονάδες 10

B2. Αν το υπόλοιπο της παραπάνω διαίρεσης είναι το $2x - 5$ να δείξετε ότι $\alpha = 2$ και $\beta = -1$.

Μονάδες 5

B3. Για $\alpha = 2$ και $\beta = -1$ να λύσετε την εξίσωση $P(x) = -2x^2 - 1$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η αριθμητική πρόοδος (α_n) με $\alpha_3 = \ln 12$ και $\alpha_4 = \ln 24$.

Γ1. Να δείξετε ότι η διαφορά ω της αριθμητικής προόδου είναι $\omega = \ln 2$ και ότι ο πρώτος όρος της είναι $\alpha_1 = \ln 3$.

Μονάδες 7

Γ2. Να βρείτε τον 10^ο όρο α_{10} της αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 6

Γ3. Να βρείτε τον όρο α_n της αριθμητικής προόδου που είναι ίσος με $\ln 192$.

Μονάδες 7

Γ4. Να δείξετε ότι το άθροισμα $S_{10} = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{10}$ των 10 πρώτων όρων της προόδου είναι ίσο με $S_{10} = \ln(3^{10} \cdot 2^{45})$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^{2x} - \frac{1}{2}e^x)$.

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της παραπάνω συνάρτησης.

Μονάδες 5

Δ2. Να δείξετε ότι $f(x) = x + \ln(e^x - \frac{1}{2})$.

Μονάδες 7

Δ3. Να βρείτε τις τιμές $f(1), f(2)$ και να δείξετε ότι $f(1) < f(2)$.

Μονάδες 7

Δ4. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) < x^3 - 2x^2 + \ln(e^x - \frac{1}{2})$.

(Υπόδειξη : $\sqrt{2} < 1 + \ln 2$)

Μονάδες 6

Καλή σας επιτυχία

Ο Διευθυντής

Ο Εισηγητής

Σταύρος Βαμβακέλλης