

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΑΓΙΑΣΟΥ
ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
ΔΕΥΤΕΡΑ 11 ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$ τότε για οποιοδήποτε $\theta > 0$ και $k \in \mathbb{R}$ να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$\log_a \theta^k = k \cdot \log_a \theta$$

Μονάδες 7

A2. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις σωστά συμπληρωμένες.

Κάθε συνάρτηση της μορφής $f(x) = a^x$ με $a > 1$

α. Έχει πεδίο ορισμού το

β. Έχει σύνολο τιμών το

γ. Είναι γνησίως στο

δ. Η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο

Μονάδες 8

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας την κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η εξίσωση $\sin x = a$, με $a > 1$ είναι αδύνατη.

β. Ο βαθμός του γινομένου δυο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι πάντα ίσος με το γινόμενο των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

γ. Για κάθε σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο δεν ορίζεται βαθμός.

δ. Τρεις αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου

αν και μόνο αν ισχύει $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$

ε. Αν $\theta > 0$ ισχύει ότι $\ln \theta = x \Leftrightarrow e^x = \theta$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Το πολυώνυμο $P(x) = 6x^3 - (2a + 3)x^2 + x + a - 3$ έχει παράγοντα το $x - 2$.

B1. Να βρείτε την τιμή του a .

Μονάδες 8

B2. Για $a = 5$

α. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

Μονάδες 10

β. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Σε αριθμητική πρόοδο ο 9^{ος} όρος της είναι $a_9 = 17$ και το άθροισμα των 8 πρώτων όρων της είναι $S_8 = 28$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι ο πρώτος όρος της παραπάνω προόδου είναι $a_1 = -7$ και η διαφορά της ω είναι $\omega = 3$. *Μονάδες 7*

Γ2. Να βρείτε ποιος όρος της παραπάνω προόδου ισούται με 35. *Μονάδες 5*

Γ3. Να αποδείξετε ότι $S_{15} - S_8 = a_{64}$, όπου S_{15}, S_8 το άθροισμα των 15 και των 8 πρώτων όρων της αντίστοιχα ενώ a_{64} ο 64^{ος} όρος της. *Μονάδες 7*

Γ4. Να λύσετε την εξίσωση $2\eta\mu\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = a_3$, όπου a_3 ο 3^{ος} όρος της παραπάνω προόδου.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \log(2^{x-1} + 1)$ και $g(x) = \log(4^x + a) - 1$.

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης g διέρχεται από το σημείο $A\left(2, \log\frac{6}{5}\right)$

Δ1. Να αποδείξετε ότι $a = -4$. *Μονάδες 6*

Δ2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων f και g . *Μονάδες 5*

Δ3. Να αποδείξετε ότι $f(0) - f(-1) = g(2)$ *Μονάδες 6*

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση $g(x) = f(x)$ *Μονάδες 8*

➤ Να απαντήσετε **στην κόλλα σας σε όλα** τα θέματα.

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ο ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ