

4ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΥΤΙΛΗΝΗΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΜΥΤΙΛΗΝΗ 31/5/2012

ΘΕΜΑ Α

1. α. Για δυο συμπληρωματικά ενδεχόμενα A και A' να αποδείξετε ότι ισχύει: $P(A')=1-P(A)$.

Μονάδες 10

β. Να δώσετε τον ορισμό της γεωμετρικής προόδου.

Μονάδες 5

2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Για θετικούς αριθμούς a, β και θετικό ακέραιο n ισχύει η ισοδυναμία:

$$a > \beta \Leftrightarrow a^n > \beta^n.$$

β. Η απόσταση δυο αριθμών a και β είναι: $d(a, \beta) = |a + \beta|$

γ. Αν $\Delta > 0$, τότε: $ax^2 + \beta x + \gamma = a(x - x_1)(x - x_2)$, όπου x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου.

δ. Τρεις αριθμοί a, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε:

$$\beta = \frac{\alpha - \gamma}{2}$$

ε. Αν $\theta > 0$, τότε $|x| = \theta \Leftrightarrow x = \theta$ ή $x = -\theta$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Έστω αριθμητική πρόοδος (a_n) με πρώτο όρο $a_1 = -10$ και $a_6 = 5$.

1. Να βρείτε τη διαφορά ω ,

Μονάδες 8

2. Να βρείτε τον εικοστό όρο a_{20} ,

Μονάδες 8

3. Να βρείτε το άθροισμα S_{30} των 30 πρώτων όρων.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η παράσταση $A = a^2 + \beta^2 - 2|a| - 4|\beta| + 5$ με $a, \beta \in \mathbb{R}$.

1. Να αποδείξετε ότι $A = (|a| - 1)^2 + (|\beta| - 2)^2$.

Μονάδες 8

2. Αν $A \leq 0$, τότε να υπολογίσετε τους πραγματικούς αριθμούς a και β .

Μονάδες 7

3. Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς x, y ισχύει

$$x^2 + y^2 \geq \frac{(x + y)^2}{2}$$

και μετά ότι ισχύει $A \geq \frac{(|\alpha| + |\beta| - 3)^2}{2}$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 5x + \lambda + 2 = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$. (1)

1. α. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση (1) έχει δύο άνισες ρίζες.

Μονάδες 10

β. Να προσδιορίσετε εκείνες τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση (1) έχει ρίζες των οποίων το γινόμενο είναι μικρότερο του 3.

Μονάδες 10

2. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η ανίσωση $x^2 - 5x + \lambda + 2 > \lambda x - 3$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 5

Ο Δ/ντής

Ο καθηγητής

Ανδρεάδελλης Σταύρος

Καλπάκας Μιχαήλ