

ΘΕΜΑ Α

A1. Για τους πραγματικούς α , β αποδείξτε ότι

$$| \alpha + \beta | \leq | \alpha | + | \beta |$$

Μονάδες 10

A2. Για ποιες τιμές των πραγματικών α και β η εξίσωση

$$\alpha\chi + \beta = 0 \text{ είναι ταυτότητα;}$$

Μονάδες 5

A3. Χαρακτηρίστε με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) τις παρακάτω

προτάσεις γράφοντας την απάντησή σας στην κόλλα

δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί στην κάθε πρόταση.

α. Η εξίσωση $\lambda\chi = \chi + 1$ έχει για $\lambda \neq 1$ ακριβώς μια λύση

β. Η εξίσωση $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ έχει μια διπλή ρίζα αν $\Delta > 0$

γ. Η ανίσωση $\chi^2 + \lambda\chi + \lambda^2 > 0$ με $\lambda \neq 0$ αληθεύει για όλες τις πραγματικές τιμές του χ

δ. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f με $f(x) = 1 - x$ είναι το $A = (-\infty, 1]$

ε. Υπάρχει συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση να διέρχεται από τα σημεία $A(1, 2)$ και $B(1, 3)$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β.

B1. Να γράψετε χωρίς τις απόλυτες τιμές την παράσταση

$$A = |x+2| - |x-1| \text{ αν } -2 < x < 1$$

Μονάδες 7

B2. Να λυθεί η εξίσωση $|1-x| \cdot |x+2| = |x-1|$

Μονάδες 10

B3. Να λυθεί η ανίσωση $|1-x| > 5$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ.

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \lambda^2 x + \lambda^2 - 1 = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$

Γ1. Δείξτε ότι η εξίσωση έχει λύση στο $\mathbb{R}$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$

Μονάδες 5

Γ2. Για ποιες τιμές του λ έχει δύο ρίζες ίσες και να βρεθούν

Μονάδες 5

Γ3. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - \lambda^2 x + \lambda^2 - 1 = 0$

για ποιές τιμές του λ ισχύει : $2x_1 + x_2 = 3\lambda^2$

Μονάδες 10

Γ4. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της $x^2 - \lambda^2 x + \lambda^2 - 1 = 0$ κατασκευάστε

δευτεροβάθμια εξίσωση με ρίζες $\rho_1 = 2x_1 + 4$ και $\rho_2 = 2x_2 + 4$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ.

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 - kx + 4$ και $g(x) = 2x - 6$

Δ1. Βρείτε τη τιμή του k ώστε το σημείο $A(2, -2)$ να ανήκει
στη γραφική παράσταση της f

Μονάδες 3

Αν $k=5$ βρείτε :

Δ2. Τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των f και g

Μονάδες 5

Δ3. Για ποιές τιμές των x η γραφική παράσταση της f βρίσκεται
κάτω από τη γραφική παράσταση της g .

Μονάδες 7

Δ4. Υπολογίστε τη τιμή της παράστασης $\Gamma = f(2 - \sqrt{2}) - g(\frac{1}{\sqrt{2}})$

Μονάδες 10

Ο Δ/ντής

Ο καθηγητής

Ε. Ζορμπάς

Χαλδεάκης Χρήστος