

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΡΟΤΥΠΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΥΤΙΛΗΝΗΣ
ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$, για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ (μονάδες 10)

B. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω τύποι:

i. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{\beta} = \dots\dots\dots$

ii. $\sqrt{\alpha^2} = \dots\dots\dots$

iii. $\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} = \dots\dots\dots$

iv. $|x| < \theta$, $\theta > 0 \Leftrightarrow \dots\dots\dots$

v. $d(\alpha, \beta) = \dots\dots\dots$

(μονάδες 5x1=5)

C. Χαρακτηρίστε τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστές (Σ)** ή **Λάθος (Λ)**, γράφοντάς το δίπλα στον αριθμό της πρότασης στην κόλλα σας:

1. Η εξίσωση $x^n = \alpha$, με $\alpha > 0$ και **n περιττό** φυσικό αριθμό, έχει ακριβώς μια λύση την $\sqrt[n]{\alpha}$.
2. Η εξίσωση $0 \cdot x = -\beta$ είναι πάντα αδύνατη.
3. Το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$ με $\Delta > 0$ και ρίζες x_1, x_2 μετασχηματίζεται σε **$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x + x_1)(x + x_2)$**
4. Αν x_1, x_2 ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ τότε $x_1 \cdot x_2 = -\frac{\gamma}{\alpha}$
5. Το συμμετρικό του σημείου $A(\alpha, \beta)$ ως προς τον άξονα $x'x$ είναι το σημείο $\Delta(\alpha, -\beta)$, που έχει ίδια τετμημένη και αντίθετη τεταγμένη.

(μονάδες 5x2=10)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - a}{|x| - 1}$ $a \in R$.

- i. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (μονάδες 6)
- ii. Αν το σημείο $A(0,1)$ ανήκει στην γραφική παράσταση της συνάρτησης, να βρεθεί η τιμή του a . (μονάδες 6)
Για $a=1$:
- iii. Να δείξετε ότι $f(x)=|x|+1$ (μονάδες 6)
- iv. Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=f(2x-1)$ (μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{(x^2 - 2x + 1)(-x^2 + 2x + 3)}{x^2 - 1}$

- i. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (μονάδες 6)
- ii. Να αποδειχθεί ότι, μετά τις απλοποιήσεις, η συνάρτηση παίρνει τη μορφή $f(x) = -x^2 + 4x - 3$. (μονάδες 7)
- iii. Να βρεθούν τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$. (μονάδες 6)
- iv. Να βρεθούν οι τετμημένες των σημείων της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$ (μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4^ο

- A.
- i. Να λυθεί η εξίσωση $|3-2x|=1$ (μονάδες 6)
 - ii. Να λυθεί η ανίσωση $|1-2x| \leq 2$ (μονάδες 6)
- B. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - |3-2\lambda| \cdot x - |1-2\lambda| = 0$.
- i. Να δείξετε ότι έχει 2 άνισες ρίζες x_1, x_2 , για κάθε πραγματική τιμή του λ . (μονάδες 6)
 - ii. Να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in R$, ώστε $x_1 + x_2 = 1$ και $x_1 \cdot x_2 \geq -2$ (μονάδες 7)
Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα με όποια σειρά θέλετε.

Μυτιλήνη 11/6/2012

Η ΔΝΤΡΙΑ

ANNA ΚΟΥΡΑΣΑΝΗ - ΧΡΗΣΤΕΛΗ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΣΚΑΛΟΧΩΡΙΤΟΥ Γ.

ΠΑΖΙΑΝΟΥ Ε.

ΚΟΥΤΣΚΟΥΔΗΣ Π.