

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΑΓΙΑΣΟΥ
ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ
ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
ΤΡΙΤΗ 29 ΜΑΪΟΥ 2012
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου $x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $x \cdot x_1 + y \cdot y_1 = \rho^2$ **Μονάδες 10**

A2. Να δώσετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ δύο διανυσμάτων

\vec{a} και $\vec{\beta}$ **Μονάδες 5**

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας την κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η ευθεία με εξίσωση $x = x_0$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.

β. Αν $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ (δηλαδή τα \vec{a} και $\vec{\beta}$ είναι αντίρροπα) τότε $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = |\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}|$

γ. Η απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ δίνεται από τον τύπο
 $(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

δ. Κάθε εξίσωση της μορφής $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει πάντα ευθεία.

ε. Αν $\vec{a}, \vec{\beta}$ δύο διανύσματα του επιπέδου τότε ισχύει: $\vec{a} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ για τα οποία ισχύει ότι $|\vec{a}| = |\vec{\beta}| = 2$ και $(\vec{a}, \vec{\beta}) = 120^\circ$.

Δίνεται επίσης το διάνυσμα $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{\beta}$.

B1. Να αποδείξετε ότι το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$

είναι $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = -2$. **Μονάδες 5**

B2. Να αποδείξετε ότι το μέτρο του διανύσματος \vec{u} είναι $|\vec{u}| = 2\sqrt{3}$.

Μονάδες 8

B3. Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων \vec{a} και \vec{u} .

Μονάδες 7

B4. Να υπολογίσετε την γωνία των διανυσμάτων \vec{a} και \vec{u} .

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα σημεία A(3,4) , B(1,3) και Γ(-1, 7).

Γ1. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ δεν είναι συνευθειακά.

Μονάδες 5

Γ2. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο στο B και να βρείτε το εμβαδόν του.

Μονάδες 10

Γ3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΒΓ.

Μονάδες 5

Γ4. Βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ, ώστε το τετράπλευρο ABΓΔ να είναι ορθογώνιο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $C_1: x^2 + y^2 - 2\lambda x + 4y + \lambda^2 + 2 = 0$, με $\lambda \in \mathbb{R}$ και η παραβολή $y^2 = a \cdot x$ η οποία διέρχεται από το σημείο A(-1, 2).

Δ1. Να αποδείξετε ότι η εστία της παραβολής είναι το σημείο E(-1, 0).

Μονάδες 4

Δ2. Να αποδείξετε ότι η C_1 παριστάνει κύκλο για κάθε τιμή του λ, του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

Μονάδες 8

Δ3. Να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης ε της παραβολής στο σημείο A.

Μονάδες 4

Δ4. Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η ευθεία ε του Δ3 ερωτήματος να είναι εφαπτόμενη του κύκλου C_1 .

Μονάδες 9

➤ Να απαντήσετε στην κόλλα σας σε όλα τα θέματα.