5ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΥΤΙΛΗΝΗΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Β΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά Θ.-Τ. Κατεύθυνσης

Τρίτη 24 ΜΑΪΟΥ 2011

Εισηγητές: Κατωτριώτης Κ. - Σίμου Νικ.

ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Θέμα 1ο

Α. Αν λ_1 , λ_2 είναι αντίστοιχα οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων $\vec{a}$ = (χ_1 , y_1) και $\vec{\beta}$ = (χ_2 , y_2)

Να αποδείξετε ότι $\vec{a} \,//\, \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$ (Μ. 15)

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν det($\vec{a}$, $\vec{\beta}$) = 0 τότε $\vec{a}$ □ $\vec{\beta}$
2. Η εκκεντρότητα της έλλειψης έχει τιμή μεγαλύτερη του 1.
3. Η ευθεία με εξίσωση $\boldsymbol{Ax + By + \Gamma = 0}$ είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{n} = (A, B)$.
4. Η εφαπτομένη της παραβολής $x^2 = 2py$ στο σημείο της (χ_1 , y_1) έχει εξίσωση $yy_1 = p(x + x_1)$
5. Για τα μοναδιαία διανύσματα $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ ισχύει : $\vec{\imath} \cdot \vec{\jmath}$ = -1 (Μ. 2 x 5 = 10)

Θέμα 2ο

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}$, $\vec{\beta}$ με $|\vec{a}|=1$, $|\vec{\beta}| = 2$ και $|3\vec{a} + \vec{\beta}| = |\vec{a} - \vec{\beta}|$

α. Να δείξετε ότι $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ =-1 (Μ.9)

β. Να υπολογίσετε την γωνία θ =($\widehat{\vec{a}, \vec{\beta}}$) (Μ.3)

γ. Αν είναι γνωστό ότι ($\vec{x}$ + 2$\vec{a}$) // $\vec{\beta}$ και ($\vec{x}$ + $\vec{\beta}$) □ $\vec{a}$ να αποδείξετε ότι $\vec{x}$ = -2$\vec{a}$ -3$\vec{\beta}$ (Μ.7)

δ. Να βρείτε το $|\vec{x}|$. (Μ.6)

Θέμα 3ο

Δίνεται η εξίσωση C_λ: $x^2 + y^2 - \lambda^2 x - 4\lambda y + 4\lambda^2 - 1 = 0$

α. Να αποδείξετε ότι η C_λ παριστάνει κύκλο του οποίου να βρεθεί το κέντρο και η ακτίνα. (Μ.10)

β. Να αποδείξετε ότι καθώς το λ μεταβάλλεται τα κέντρα των παραπάνω κύκλων κινούνται στην παραβολή $y^2 = 8x$. (Μ.8)

γ. Να αποδείξετε ότι η ευθεία x-y = -2 εφάπτεται στην παραπάνω παραβολή. (Μ.7)

Θέμα $4^{ο}$

Έστω μ θετικός ακέραιος.

α. Να δείξετε ότι η γραμμή του επιπέδου που ανήκουν τα σημεία Μ(x,y) με την ιδιότητα: το άθροισμα των αποστάσεων τους από τα σημεία Κ(-μ , 0) , Λ(μ , 0) να είναι ίσο με 4, έχει εξίσωση :

(c) : $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. (Μ.6)

β. Να βρείτε κάθε σημείο Ρ της παραπάνω γραμμής (c) ώστε το εμβαδό του τριγώνου ΡΚΛ με Κ(-1 , 0) , Λ(1 , 0) να είναι ίσο με $\frac{3}{4}$. (Μ.10)

γ. Έστω Μ(x_1 , y_1) σημείο της (c) . Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{a} = -\frac{y_1}{3}\vec{\imath} + \frac{x_1}{4}\vec{\jmath}$ και $\vec{\beta} = \frac{x_1}{4}\vec{\imath} + \frac{y_1}{3}\vec{\jmath}$, είναι το μεν πρώτο παράλληλο το δε δεύτερο κάθετο στην εφαπτομένη στο σημείο Μ της (c). (Μ.9)

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΚΑΤΑΤΡΙΩΤΗΣ Γ.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Κατωτριώτης Κ.

Σίμου Νικ.