

ΗΜΕΡΗΣΙΟ ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΠΕΡΑΜΟΥ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

1^ο ΘΕΜΑ

A. Να αποδείξετε ότι, σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτεινούσας επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτεινούσα.

Μονάδες 9

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της Στήλης A και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της Στήλης B, που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση

Στήλη A ν-γωνο	Στήλη B απόστημα κανονικού ν-γώνου
α. ισόπλευρο τρίγωνο	1. R 2. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$
β. τετράγωνο	3. $\frac{R\sqrt{2}}{2}$
γ. κανονικό εξαγώνο	4. $\frac{R}{2}$ 5. $\frac{R}{5}$

Μονάδες 6

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

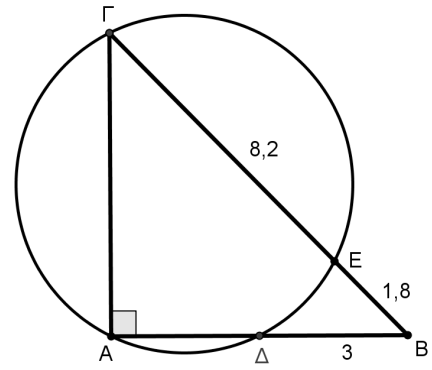
- a) Αν σε ένα τρίγωνο ABΓ ισχύει $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$, τότε αυτό είναι οποσδήποτε οξυγώνιο.
- b) Σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει: $\beta^2 + \gamma^2 = 2\alpha^2 + \frac{\mu_\alpha^2}{2}$.
- c) Το εμβαδόν τριγώνου ABΓ δίνεται από τον τύπο $E = \sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$, όπου τ είναι η ημιπερίμετρος του τριγώνου.
- d) Κάθε τόξο κύκλου (O, R) είναι τόξο ενός ακτινίου (rad), όταν το μήκος του είναι ίσο με R.
- e) Το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου (O, R) είναι $2\pi R^2$.

Μονάδες 10

2^ο ΘΕΜΑ

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$. Αν $BE = 1,8$, $E\Gamma = 8,2$ και $B\Delta = 3$, τότε:

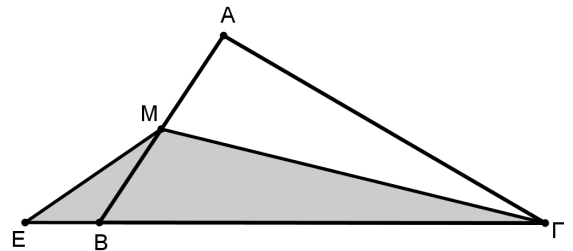
- i. Να δείξετε ότι $A\Delta = 3$. **Μονάδες 9**
- ii. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $A\Gamma$. **Μονάδες 9**
- iii. Να υπολογίσετε την απόσταση των σημείων Γ και Δ . **Μονάδες 7**



3^ο ΘΕΜΑ

Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ για το οποίο ισχύει $A\Gamma = 20$, $B\Gamma = 12$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Αν M μέσο της AB και E σημείο στην προέκταση της ΓB τέτοιο ώστε $BE = \frac{B\Gamma}{6}$, τότε:

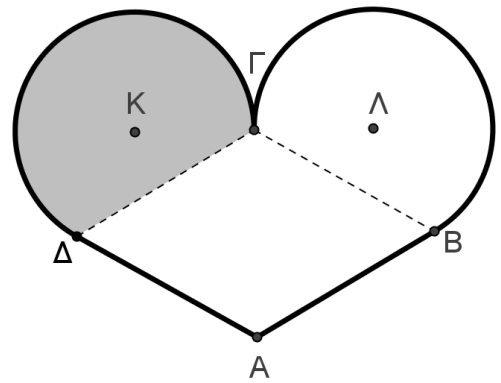
- i. Να δείξετε ότι $(AB\Gamma) = 60$. **Μονάδες 10**
- ii. Να δείξετε ότι $(BME) = 5$. **Μονάδες 9**
- iii. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $ME\Gamma$. **Μονάδες 6**



4^ο ΘΕΜΑ

Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα τόξα $\widehat{\Gamma\Delta}$ και $\widehat{\Gamma B}$ των κύκλων (K, R) και (Λ, R) αντίστοιχα. Δίνεται επίσης ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος με $\hat{A} = 120^\circ$. Αν η περίμετρος του ρόμβου είναι $4\sqrt{3}R$ τότε:

- i. Να δείξετε ότι $B\Delta = 3R$. **Μονάδες 5**
- ii. Να δείξετε ότι το εμβαδόν του σκιασμένου κυκλικού τομέα $K\widehat{\Gamma\Delta}$ είναι $\frac{2\pi}{3}R^2$. **Μονάδες 4**
- iii. Θεωρούμε το μικτόγραμμο χωρίο Ω που περικλείεται από τα τόξα $\widehat{\Delta\Gamma}$, $\widehat{\Gamma B}$ και τα τμήματα BA και $A\Delta$. **Μονάδες 7**
 - (α) Να υπολογίσετε τη περίμετρο του μικτόγραμμου χωρίου Ω .
 - (β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μικτόγραμμου χωρίου Ω . **Μονάδες 9**



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ

Σταθόπουλος Παναγιώτης

Βιτσαξής Μιχάλης

Ψάλτης Προκόπης

Ευχόμαστε Επιτυχία

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟ ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΠΕΡΑΜΟΥ
 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
 Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

1^ο ΘΕΜΑ

A. Θεώρημα I σελ 183.

Μονάδες 9

B.

$\alpha \Rightarrow 4$

$\beta \Rightarrow 3$

$\gamma \Rightarrow 2$

Μονάδες 6

Γ.

- a) Λάθος.
- b) Λάθος.
- c) Σωστό.
- d) Σωστό.
- e) Λάθος.

Μονάδες 10

2^ο ΘΕΜΑ

- i. $\Delta A, E\Gamma$ τέμνουσες άρα $BA \cdot \Delta A = BE \cdot E\Gamma \Leftrightarrow$
 $3(3 + A\Delta) = 1,8 \cdot (1,8 + 8,2) \Leftrightarrow 9 + 3A\Delta = 1,8 \cdot 10 \Leftrightarrow$
 $3A\Delta = 9 \Leftrightarrow A\Delta = 3$

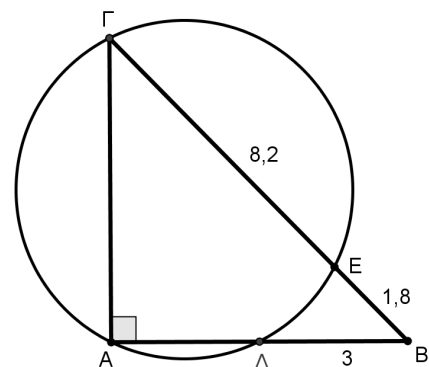
Μονάδες 9

- ii. Εφαρμόζουμε Π.Θ στο τρίγωνο $AB\Gamma$: $A\Gamma^2 = B\Gamma^2 - AB^2$
 $A\Gamma^2 = 10^2 - 6^2 \Leftrightarrow A\Gamma^2 = 100 - 36 \Leftrightarrow A\Gamma^2 = 64 \Leftrightarrow A\Gamma = 8$

Μονάδες 9

- iii. Εφαρμόζουμε Π.Θ στο τρίγωνο $AB\Gamma$: $\Gamma\Delta^2 = A\Gamma^2 + A\Delta^2$
 $\Gamma\Delta^2 = 8^2 + 3^2 \Leftrightarrow \Gamma\Delta^2 = 73 \Leftrightarrow \Gamma\Delta = \sqrt{73}$

Μονάδες 7



3^ο ΘΕΜΑ

i. $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \alpha \beta \eta \mu \Gamma = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 20 \cdot \eta \mu 30^\circ = 120 \cdot \frac{1}{2} = 60$

Μονάδες 10

ii. Στα τρίγωνα $AB\Gamma$, $BE\Delta$ οι γωνίες $\widehat{A\hat{B}\Gamma}$, $\widehat{E\hat{B}\Delta}$ είναι παραπληρωματικές

οπότε, $\frac{(BME)}{(AB\Gamma)} = \frac{BE \cdot BM}{B\Gamma \cdot BA} \Leftrightarrow \frac{(BME)}{60} = \frac{2 \cdot BM}{12 \cdot 2BM} \Leftrightarrow$

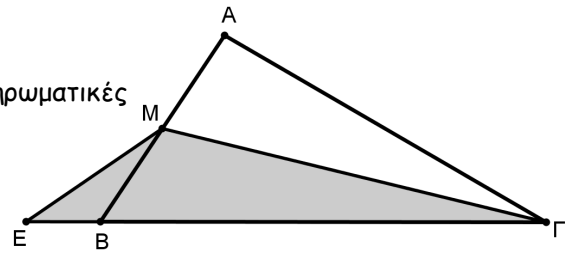
$\frac{(BME)}{60} = \frac{1}{12} \Leftrightarrow (BME) = 5$

Μονάδες 9

iii. ΓM διάμεσος στο $AB\Gamma$, άρα $(BM\Gamma) = \frac{(AB\Gamma)}{2} \Leftrightarrow (BM\Gamma) = 30$

Οπότε $(ME\Gamma) = (BME) + (BM\Gamma) = 5 + 30 = 35$

Μονάδες 6



4^ο ΘΕΜΑ

i. Εφόσον το $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος με περίμετρο $4\sqrt{3}R$, η κάθε του πλευρά θα είναι $R\sqrt{3}$.

Χρησιμοποιούμε το Νόμο Συνημιτόνων στο τρίγωνο $AB\Gamma$

$B\Delta^2 = A\Delta^2 + AB^2 - 2 \cdot A\Delta \cdot AB \cdot \sigma \upsilon \nu \Lambda$

$B\Delta^2 = (\sqrt{3}R)^2 + (\sqrt{3}R)^2 - 2 \cdot \sqrt{3}R \cdot \sqrt{3}R \cdot \sigma \upsilon \nu 120^\circ$

$B\Delta^2 = 3R^2 + 3R^2 - 2 \cdot 3R^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$

$B\Delta^2 = 6R^2 + 3R^2 \Leftrightarrow B\Delta^2 = 9R^2 \Leftrightarrow B\Delta = 3R$

Μονάδες 5

ii. $\Gamma\Delta = R\sqrt{3} \Leftrightarrow \Gamma\Delta = \lambda_3$ άρα $\widehat{\Gamma\Delta} = 2\pi - \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \widehat{\Gamma\Delta} = \frac{4\pi}{3}$

$(\widehat{K\Gamma\Delta}) = \frac{1}{2} \alpha R^2 = \frac{1}{2} \frac{4\pi}{3} R^2 = \frac{2\pi}{3} R^2$.

Μονάδες 4

iii.

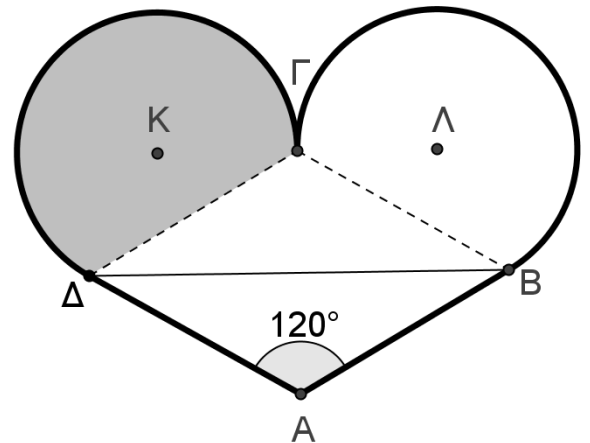
(α) $\ell_{\widehat{\Gamma\Delta}} = \alpha R = \frac{4\pi}{3} R$ και $A\Delta = \sqrt{3}R$ οπότε $\Pi_{\chi \omega \rho \iota \upsilon \sigma} = 2\ell_{\widehat{\Gamma\Delta}} + 2A\Delta = 2 \frac{4\pi}{3} R + 2\sqrt{3}R = \left(\frac{8\pi}{3} + 2\sqrt{3}\right) R$

Μονάδες 7

(β) $E_{\chi \omega \rho \iota \upsilon \sigma} = 2(\widehat{K\Gamma\Delta}) + (AB\Gamma\Delta) = 2 \frac{2\pi}{3} R^2 + 2(AB\Delta) = \frac{4\pi}{3} R^2 + 2 \frac{1}{2} \sqrt{3}R \cdot \sqrt{3}R \eta \mu 120^\circ$

$E_{\chi \omega \rho \iota \upsilon \sigma} = \frac{4\pi}{3} R^2 + 3R^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow E_{\chi \omega \rho \iota \upsilon \sigma} = \left(\frac{4\pi}{3} + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right) R^2$

Μονάδες 9



Επιμέλεια Λύσεων