

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΑΓΙΑΣΟΥ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010
ΤΑΞΗ : Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ :25/05/2010

ΘΕΜΑ 1°

A) . Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη:

α) Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (A, B)$. Σ Λ

β) Η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $y^2 = 2px$ στο σημείο της (x_1, y_1) δίνεται από τον τύπο $yy_1 = 2p(x + x_1)$. Σ Λ

γ) Για την εκκεντρότητα $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$ της έλλειψης ισχύει $\varepsilon < 1$. Σ Λ

δ) Αν $\det(\vec{AB}, \vec{AG}) = 0$ τα σημεία A, B και Γ αποτελούν κορυφές τριγώνου. Σ Λ

Μονάδες 8

B) Να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με τον κατάλληλο σε κάθε περίπτωση τύπο.

Εξίσωση κύκλου με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ	
Απόσταση του σημείου $A(x_0, y_0)$ από την ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$	
Διάνυσμα κάθετο στην ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$	
Εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$	
Εξίσωση έλλειψης με εστίες $E'(-\gamma, 0), E(\gamma, 0)$ και σταθερό άθροισμα 2α	

Μονάδες 10

Γ) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ με $x_1, x_2 \neq 0$. Να αποδείξετε την ισοδυναμία $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$, όπου λ_1, λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ αντίστοιχα.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2°

Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ισχύει $|\vec{\alpha}| = \sqrt{3}$, $|\vec{\beta}| = 2$ και $\theta = \frac{\pi}{6}$, όπου θ η γωνία των δύο διανυσμάτων.

A) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.

Μονάδες 5

B) Να δείξετε ότι το μέτρο του διανύσματος $\vec{u} = 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}$ είναι $|\vec{u}| = 2$

Μονάδες 7

Γ) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{u}$.

Μονάδες 7

Δ) Να βρείτε το συνω όπου ω η γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{u}$ και εάν είναι δυνατό τη γωνία ω .

ΘΕΜΑ 3^ο

Θεωρούμε την εξίσωση $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 4 = 0$ (1) και το σημείο $A(1, 3)$.

A) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο K και την ακτίνα ρ .

Μονάδες 8

B) Έστω K είναι το κέντρο του κύκλου C που παριστάνει η εξίσωση (1) και ε η ευθεία που διέρχεται από το σημείο $A(1, 3)$ και είναι κάθετη στην ευθεία AK .

α. Να δείξετε ότι το σημείο $A(1, 3)$ είναι εξωτερικό του κύκλου C .

Μονάδες 3

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε .

Μονάδες 7

γ) Να δείξετε ότι η ευθεία ε και ο κύκλος C δεν έχουν κοινά σημεία.

Μονάδες 3

δ) Αν ένα σημείο M κινείται πάνω στον κύκλο C και ένα σημείο Λ βρίσκεται πάνω στην ευθεία ε , τότε να βρείτε την ελάχιστη τιμή που μπορεί να πάρει το μήκος (ΛM) .

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η παραβολή με εξίσωση $C_1: y^2 = 12x$.

A) Να βρείτε την εστία E καθώς και την διευθετούσα δ της παραβολής.

Μονάδες 5

B) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ε της παραβολής στο σημείο της $A(3, 6)$.

Μονάδες 6

Γ) Να δείξετε ότι η παραπάνω εφαπτομένη ε τέμνει την διευθετούσα δ σε σημείο E' του άξονα $x'x$.

Μονάδες 4

Δ) Να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης C_2 με εστίες τα σημεία E' και E και σταθερό άθροισμα $2a = 10$.

Μονάδες 5

E) Να βρείτε τα κοινά σημεία των καμπυλών C_1 και C_2 .

Μονάδες 5

Καλή σας επιτυχία

Ο Διευθυντής

Ο Εισηγητής

Στυλιανός Στυλιανίδης

Σταύρος Βαμβακέλλης