

5^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΥΤΙΑΛΗΝΗΣ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010
ΤΡΙΤΗ 1/6/2010
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ -
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α) Έστω λ_1, λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων $\vec{a}=(x_1, y_1)$, $\vec{\beta}=(x_2, y_2)$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

$$\vec{a} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$$

Μονάδες 10

Β) Τι ονομάζουμε έλλειψη με εστίες E', E

Μονάδες 5

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση

α) $\lambda \vec{a} = \mu \vec{a}$ τότε $\lambda = \mu$

β) Δύο ελλείψεις είναι όμοιες όταν έχουν την ίδια εκκεντρότητα

γ) Αν $\vec{a} \perp \vec{\beta}$ τότε $\det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 0$

δ) Όλες οι ευθείες που διέρχονται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ έχουν εξίσωση της μορφής $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$

ε) Τα μοναδιαία διανύσματα \vec{i} και \vec{j} είναι ίσα

Μονάδες 5x2

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται τα σημεία $A(1, 2)$, $B(-2, 1)$, $\Gamma(4, 3)$

α) Να δείξετε ότι τα παραπάνω σημεία είναι συνευθειακά.

Μονάδες 10

β) Να βρείτε την ευθεία (ϵ) στην οποία ανήκουν τα παραπάνω σημεία.

Μονάδες 8

γ) Αν η παραπάνω ευθεία (ϵ) έχει εξίσωση $x - 3y + 5 = 0$ και θεωρήσουμε και την ευθεία η : $2x + 4y + 1 = 0$, να βρεθεί η οξεία γωνία των ευθειών ϵ και η .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $C_\lambda: x^2+y^2-2\lambda x-\lambda^2=0$, όπου $\lambda \neq 0$ παράμετρος και η παραβολή $y^2=4x$

α) Να δειχθεί η C_λ παριστάνει κύκλο και να βρεθούν οι συντεταγμένες του κέντρου και η ακτίνα.

Μονάδες 10

β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης (ϵ) της παραβολής στο σημείο της $P(1,2)$ είναι η $y=x+1$

Μονάδες 8

γ) Να δείξετε ότι υπάρχουν δύο κύκλοι από την C_λ που έχουν ως εφαπτομένη την ευθεία $\epsilon: y=x+1$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4^ο

Έστω σημείο $P(x,y)$ και $\vec{OM} = \frac{x}{\sqrt{3}}\vec{i} + \frac{y}{\sqrt{2}}\vec{j}$ το διάνυσμα θέσεως του σημείου M ως

προς το ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων Oxy

α) Αν το σημείο M κινείται σε κύκλο κέντρου O και ακτίνας $\rho=1$, τότε να δείξετε ότι το P κινείται στην έλλειψη με εξίσωση $2x^2+3y^2=6$.

Μονάδες 7

β) Να βρεθεί η εκκεντρότητα ϵ της παραπάνω έλλειψης.

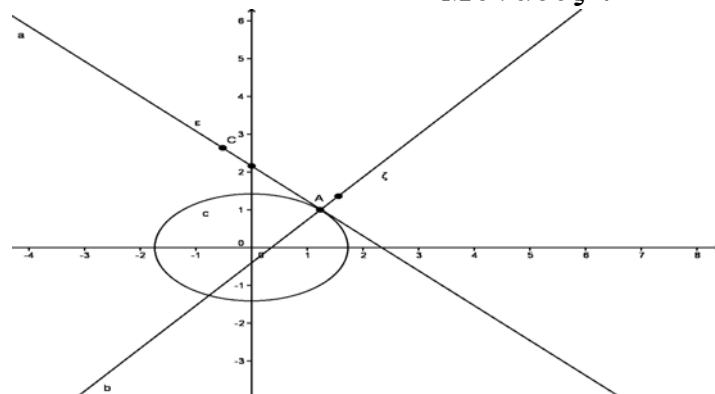
Μονάδες 6

γ) Αν $A(x_1,y_1)$ τυχαίο σημείο της παραπάνω έλλειψης διαφορετικό των κορυφών της, τότε να δείξετε ότι η εξίσωση της καθέτου (ζ), στην εφαπτομένη (ϵ) της έλλειψης στο A συναρτήσει των x_1, y_1 είναι $(3y_1)x - (2x_1)y - x_1y_1 = 0$

δ) Να δειχθεί ότι η παραπάνω κάθετη (ζ) δεν μπορεί να περνά από την δεξιά εστία της παραπάνω έλλειψης.

Μονάδες 5

Μονάδες 7



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΚΑΤΑΤΡΙΩΤΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΚΑΤΩΤΡΙΩΤΗΣ Κ.

ΛΕΟΠΟΥΛΟΥ Γ.