

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
2^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΥΤΙΛΗΝΗΣ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ
ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΥΤΙΛΗΝΗ 1/6/10
ΕΞΕΤΑΣΤΗΣ : ΒΟΥΛΓΑΡΕΛΗΣ Α.

ΘΕΜΑ 1^ο

Α) Έστω Oxy ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και $A(x_0, y_0)$ ένα σημείο του επιπέδου. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από το A και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ .

(9 μονάδες)

Β) Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δυο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

(6 μονάδες)

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$.

β) η εξίσωση $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ παριστάνει υπερβολή

γ) η εξίσωση της παραβολής C με εστία $E(\frac{p}{2}, 0)$ και διευθετούσα

$\delta: x = -\frac{p}{2}$ είναι $\psi^2 = 2px$

δ) αν $\vec{a}, \vec{\beta} \parallel \gamma\gamma'$ τότε ισχύει:

$$\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 + \lambda_2 = -1 \text{ όπου } \lambda_1 = \lambda_{\vec{a}} \text{ και } \lambda_2 = \lambda_{\vec{\beta}}$$

ε) κάθε κύκλος με ακτίνα $\rho=1$ ονομάζεται μοναδιαίος.

(5x2=10 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η έλλειψη $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$. Να βρείτε:

A) τις εστίες E και E'

(9 μονάδες)

B) τα μήκη των αξόνων

(9 μονάδες)

Γ) την εξίσωση της εφαπτόμενης της έλλειψης στο σημείο $B(4, 0)$.

(7 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{u} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$, $\vec{v} = \vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$ έτσι ώστε:

$\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$, $\vec{u} \perp \vec{v}$ και $|\vec{\alpha}| = \sqrt{6}$

A) Να αποδείξετε ότι $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6(1 - |\vec{\beta}|^2)$

(9 μονάδες)

B) Να αποδείξετε ότι $|\vec{\beta}| = 1$.

(7 μονάδες)

Γ) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος \vec{u} .

(9 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο

Θεωρούμε την εξίσωση $x^2 + y^2 - 4ax - 2ay + 4a^2 - a - 1 = 0$, όπου a πραγματικός αριθμός.

A) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση αυτή παριστάνει κύκλο για κάθε πραγματικό αριθμό a

(6 μονάδες)

B) Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του

(5 μονάδες)

Γ) Να αποδείξετε ότι για τις διάφορες τιμές του $a \in \mathbb{R}$ τα κέντρα των παραπάνω κύκλων βρίσκονται πάνω σε ευθεία της οποίας να βρείτε την εξίσωση.

(6 μονάδες)

Δ) 1. Να δείξετε ότι για $a=0$ ή για $a=-1$ η ακτίνα του κύκλου αυτού είναι ίση με 1.

(5 μονάδες)

2. Για την μεγαλύτερη τιμή του a του προηγούμενου ερωτήματος να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης του κύκλου στο σημείο $M(0,1)$.

(3 μονάδες)

Καλή επιτυχία!