

**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΑΜΦΙΛΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2010
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να αποδείξετε τους τύπους:

1. $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

2. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

ΜΟΝΑΔΕΣ 3

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη:

1. Η συνάρτηση $f(x) = a^x$ με $0 < a < 1$ είναι γνησίως αύξουσα.

2. Η συνάρτηση $f(x) = \ln x$ έχει πεδίο ορισμού το σύνολο \mathbb{R} .

3. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $\psi = \log_a x$ και $\varphi = a^x$ με $0 < a \neq 1$ είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία που διχοτομεί τις γωνίες $\widehat{xO\psi}$ και $\widehat{xO\varphi}$.

4. Ο βαθμός του γινομένου δυο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

5. Ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

Γ. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας σωστά συμπληρωμένες τις παρακάτω ισότητες.

1. $\log_a a^x = \dots$ όπου $0 < a \neq 1$

2. $\ln \theta = x \Leftrightarrow e^x = \dots$

3. $\sin 2\alpha = \dots$

4. Αν όλοι οι συντελεστές ενός πολυωνύμου $P(x)$ είναι ίσοι με μηδέν τότε το $P(x)$ είναι ίσο με το.....

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η παράσταση: $A = \frac{\sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)}$, όπου $\alpha, \beta \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ και $k \in \mathbb{Z}$.

A. Να αποδείξετε ότι $A = \varepsilon\varphi\alpha.\varepsilon\varphi\beta$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 15

B. Αν $\beta = \frac{\pi}{3}$, τότε να βρείτε για ποιες τιμές του α ισχύει:

$$A = \sqrt{3}$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

ΘΕΜΑ 3^ο

Αν μια ρίζα του πολυωνύμου $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + a$ είναι το 3 και ένας παράγοντας του πολυωνύμου $Q(x) = x^2 + x + \beta$ είναι το $x+1$ τότε:

A. Να αποδείξετε ότι $a = 6$ και $\beta = 0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

B. Για $a = 6$ να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Γ. Για $a = 6$ και $\beta = 0$

i. Να κάνετε τη διαίρεση $P(x):Q(x)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ii. Ποιος είναι ο βαθμός του υπολοίπου της διαίρεσης $P(x):Q(x)$;

ΜΟΝΑΔΕΣ 3

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \log(2^{2x} - 8)$ και $g(x) = \log(4 + 2^x)$.

A. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των f και g .

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

B. Να λύσετε την ανίσωση: $f(x) > g(x)$

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

Γ. Να λύσετε την εξίσωση: $2f\left(\frac{x}{2}\right) = g(x)$

ΜΟΝΑΔΕΣ 9

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:
ΚΟΥΤΣΟΥΚΕΛΛΗΣ Γ.

ΚΕΦΑΛΑΣ Ν.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ