

ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΑΞΟΝΩΝ

13/3/2010

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. **A.** Θεωρούμε τον κύκλο C που έχει κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ . Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία εφάπτεται στον C στο σημείο του $A(\alpha, \beta)$.
- B.** Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 = 0$, (1) και το σημείο $A(5, 10)$.
- 1) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο C .
- 2) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο A και εφάπτονται στον κύκλο C .
- 3) Αν B και Γ είναι τα σημεία επαφής των ευθειών που διέρχονται από το σημείο A και εφάπτονται στον κύκλο C , τότε να βρείτε :
- i) Την εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$.
- ii) Το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος $B\Gamma$.
- iii) Την εξίσωση της διχοτόμου της γωνίας $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma}$.
2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 8x - 4y + 12 = 0$ (1)
- α.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει παραβολή.
- β.** Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της παραπάνω παραβολής, οι οποίες:
- i) Είναι παράλληλες προς την ευθεία $y = x + 1$.
- ii) Είναι κάθετες προς την ευθεία $y = -2x$.
- iii) Διέρχονται από το σημείο $M(4, -2)$.
- γ.** Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες της παραβολής στα σημεία $A(8, 3)$ και $B\left(3, -\frac{3}{4}\right)$ τέμνονται κάθετα και πάνω στη διευθετούσα της.

3. Δίνονται οι εξισώσεις: $x^2+y^2-2x-2y+2=8$ (1) και $y^2=4x+2y+7$ (2)
- α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο, ενώ η (2) παριστάνει παραβολή.
- β. Να αποδείξετε ότι ο κύκλος και η παραβολή έχουν τις ίδιες εφαπτόμενες στα κοινά τους σημεία.
4. Δίνεται η εξίσωση $3x^2+y^2-6x+2y=0$, (1)
- α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει έλλειψη.
- β. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της παραπάνω έλλειψης, οι οποίες:
- Είναι παράλληλες προς την ευθεία $y=-3x+1$.
 - Είναι κάθετες προς την ευθεία $y = \frac{1}{2}x$.
 - Διέρχονται από το σημείο $M(1,3)$.
5. Δίνεται η εξίσωση $x^2+2y^2-2x+4y=1$ (1)
- α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει έλλειψη.
- β. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο $P(3,2)$ και εφάπτονται στην έλλειψη.
6. Δίνεται η εξίσωση $x^2-4y^2+2x+8y-15=0$ (1)
- α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει υπερβολή και να βρείτε τις ασύμπτωτες της.
- β. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της παραπάνω υπερβολής, οι οποίες:
- Είναι παράλληλες προς την ευθεία $y=x+1$.
 - Είναι κάθετες προς την ευθεία $y = -\frac{4}{\sqrt{3}}x$.
 - Διέρχονται από το σημείο $M(2,1)$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1.

A. $(x-x_0)(\alpha-x_0) + (y-y_0)(\beta-y_0) = \rho^2$

B. 1) $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 25$.

2) $4x-3y = -10$, $24x+7y = 190$.

3) i) ΒΓ: $2x+11y = 20$, ii) $4\sqrt{5}$ iii) $11x-2y=35$.

Άσκηση 2.

α. $(y+1) = \frac{1}{4}(x-4)^2$.

β.i) $y=x-6$, ii) $2x-4y=13$, iii) $y=x-6$, $x+y=2$

γ) $y=2x-13$, $2x+4y=3$.

Άσκηση 3.

α. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$, $(y-1)^2 = 4(x+2)$

β. Κοινά σημεία: $(-1,3)$, $(-1,-1)$, $y=x+4$, $x+y=-2$

Άσκηση 4.

α. $3(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$

β. i) $3x+y=6$, $3x+y=-2$, ii) $6x+3y=3+2\sqrt{21}$, $6x+3y=3-2\sqrt{21}$

iii) $y=3x$, $3x+y=6$.

Άσκηση 5.

α. $(x-1)^2 + 2(y+1)^2 = 4$.

β. $x=3$, $7x-12y=-3$.

Άσκηση 6.

α. $(x+1)^2 - 4(y-1)^2 = 12$, $x-2y=-3$, $x+2y=1$

β.i) $y=x+5$, $y=x-1$ ii) Δεν υπάρχει εφαπτομένη. iii) $y=x-1$, $x+y=3$

Σχολικός Σύμβουλος ΠΕ03
Δ/σης Β/θμιας Εκπ/σης Ν. Λέσβου

Πρόδρομος Π. Ελευθερίου