

ΑΛΓΕΒΡΑ

Α' τάξης Γενικού Λυκείου

ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ

Ανδρεαδάκης Στυλιανός
Κατσαργύρης Βασίλειος
Παπασταυρίδης Σταύρος
Πολύζος Γεώργιος
Σβέρκος Ανδρέας

ΟΜΑΔΑ ΑΝΑΜΟΡΦΩΣΗΣ

Ανδρεαδάκης Στυλιανός	<i>Ομοτ. Καθηγητής Πανεπιστημίου Αθηνών</i>
Κατσαργύρης Βασίλειος	<i>Καθηγητής Βαρβακείου Πειραματικού Λυκείου</i>
Παπασταυρίδης Σταύρος	<i>Καθηγητής Πανεπιστημίου Αθηνών</i>
Πολύζος Γεώργιος	<i>Μόνιμος Πάρεδρος του Π.Ι.</i>
Σβέρκος Ανδρέας	<i>Καθηγητής 2^{ου} Πειραματικού Λυκείου Αθηνών</i>

ΕΠΟΠΤΕΙΑ ΤΗΣ ΑΝΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΟΥ Π.Ι.

Σκούρας Αθανάσιος	<i>Σύμβουλος του Π.Ι.</i>
Πολύζος Γεώργιος	<i>Μόνιμος Πάρεδρος του Π.Ι.</i>

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΤΗΣ ΑΝΑΜΟΡΦΩΜΕΝΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

Ελευθερόπουλος Ιωάννης	<i>Καθηγητής Μαθηματικών, Αποσπασμένος στο Π.Ι.</i>
Ζώτος Ιωάννης	<i>Καθηγητής Μαθηματικών, Αποσπασμένος στο Π.Ι.</i>
Καλλιπολίτου Ευρυδίκη	<i>Καθηγήτρια Μαθηματικών, Αποσπασμένη στο Π.Ι.</i>

Με απόφαση της Ελληνικής Κυβερνήσεως τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου τυπώνονται από τον Οργανισμό Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων και διανέμονται δωρεάν.

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

Σ. ΑΝΔΡΕΑΔΑΚΗΣ
Β. ΚΑΤΣΑΡΓΥΡΗΣ
Σ. ΠΑΠΑΣΤΑΥΡΙΔΗΣ
Γ. ΠΟΛΥΖΟΣ
Α. ΣΒΕΡΚΟΣ

ΑΛΓΕΒΡΑ

Α' τάξης Γενικού Λυκείου

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ – ΑΘΗΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο που κρατάτε στα χέρια σας περιλαμβάνει την ύλη της Άλγεβρας που προβλέπεται από το πρόγραμμα σπουδών της Α΄ τάξης του Γενικού Λυκείου.

Το βιβλίο αυτό προήλθε από αναμόρφωση της Α΄ έκδοσης (1990) του βιβλίου ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ, του οποίου τη συγγραφική ομάδα αποτελούσαν οι Ανδρεαδάκης Στυλιανός, Κατσαργύρης Βασίλειος, Παπασταυρίδης Σταύρος, Πολύζος Γεώργιος, Σβέρκος Ανδρέας, ενώ, την ομάδα κριτών αποτελούσαν οι Αχτσαλωτίδης Χριστόφορος, Δικαϊάκου-Μαυρουδαία Καλλιόπη, Καλομητσίνης Σπύρος, Κουζέλης Ανδρέας και Παντελίδης Γεώργιος.

Στην αναμόρφωση του βιβλίου, που έγινε από την ίδια συγγραφική ομάδα με απόφαση και εποπτεία του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου, ελήφθησαν υπόψη:

- Οι οδηγίες του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου για τη διδασκαλία της Άλγεβρας της Α΄ Λυκείου, οι οποίες αναφέρονταν στην αναδιάταξη των περιεχομένων και στη διδακτική μεθοδολογία.
- Τα νέα Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών και τα νέα διδακτικά βιβλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου και
- Ο τρόπος αξιολόγησης των μαθητών Λυκείου στα Μαθηματικά, όπως αυτός ορίζεται από το Π.Δ 60/2006.

Κρίθηκε αναγκαίο να προηγηθεί της διδακτέας ύλης του βιβλίου ένα εισαγωγικό κεφάλαιο με τα απολύτως απαραίτητα στοιχεία από τη μαθηματική λογική και τη θεωρία συνόλων, τα οποία θεωρούνται χρήσιμα για τη σαφέστερη διατύπωση των μαθηματικών εννοιών, των προτάσεων κτλ.. Τα στοιχεία αυτά, που ήταν διάσπαρτα στην Α΄ έκδοση του βιβλίου, παρουσιάζονται στην αναμορφωμένη έκδοση με οργανωμένο τρόπο.

Το περιεχόμενο του βιβλίου, που αποτελεί και την διδακτέα ύλη της Άλγεβρας Α΄ Λυκείου, έχει σε γενικές γραμμές έχει ως εξής:

1. Στο **1^ο Κεφάλαιο** επαναλαμβάνονται, συμπληρώνονται και επεκτείνονται τα βασικά στοιχεία του αλγεβρικού λογισμού που διδάχτηκαν οι μαθητές στο Γυμνάσιο.
2. Στο **2^ο Κεφάλαιο** επαναλαμβάνονται και εξετάζονται συστηματικότερα όσα ήταν γνωστά από το Γυμνάσιο για τις εξισώσεις 1^{ου} βαθμού, τις εξισώσεις 2^{ου} βαθμού, καθώς και για εξισώσεις που η επίλυσή τους ανάγεται σε εξισώσεις 1^{ου} και 2^{ου} βαθμού

3. Στο **3^ο Κεφάλαιο** παρουσιάζεται η επίλυση ανισώσεων $1^{\text{ου}}$ και $2^{\text{ου}}$ βαθμού, καθώς και ανισώσεων που η επίλυσή τους ανάγεται σε ανισώσεις $1^{\text{ου}}$ και $2^{\text{ου}}$ βαθμού.

Με τη διδασκαλία των τριών πρώτων κεφαλαίων ολοκληρώνεται ο αλγεβρικός λογισμός στο βαθμό που είναι απαραίτητος όχι μόνο για την απρόσκοπτη συνέχεια της διδασκαλίας Άλγεβρας, αλλά και για την εξυπηρέτηση των συναφών μαθημάτων.

4. Το **4^ο Κεφάλαιο** αναφέρεται στις συναρτήσεις. Η συνάρτηση είναι μια από τις θεμελιώδεις έννοιες των Μαθηματικών, η οποία είναι το εργαλείο έκφρασης ενός μεγάλου φάσματος φαινομένων της φύσης και της κοινωνίας. Η έννοια της συνάρτησης θα είναι αντικείμενο συστηματικής μελέτης και εμβάθυνσης σε όλο το Λύκειο.

5. Στο **5^ο Κεφάλαιο** γίνεται κατ' αρχήν η μελέτη των συναρτήσεων $y = ax^2$ και $y = \frac{a}{x}$ και ακολουθεί η μελέτη της συνάρτησης τριώνυμο $y = ax^2 + bx + \gamma$, που αποτελεί τον κεντρικό στόχο του κεφαλαίου αυτού.

6. Στο **6^ο Κεφάλαιο** κατ' αρχήν επαναλαμβάνονται και συμπληρώνονται όσα διδάχτηκαν οι μαθητές στο Γυμνάσιο για γραμμικά συστήματα δυο εξισώσεων με δυο αγνώστους και στη συνέχεια επιλύονται γραμμικά συστήματα με τρεις αγνώστους, καθώς και μη γραμμικά συστήματα. Για την παρουσίαση των εννοιών του κεφαλαίου αυτού χρησιμοποιήθηκαν αναπαραστάσεις από τα κεφάλαια των συναρτήσεων

7. Στο **7^ο Κεφάλαιο**, που είναι και το τελευταίο του βιβλίου, επαναλαμβάνονται και επεκτείνονται οι γνωστές από το Γυμνάσιο έννοιες των τριγωνομετρικών αριθμών και των τριγωνομετρικών ταυτοτήτων και παρουσιάζεται η αναγωγή του υπολογισμού τριγωνομετρικών αριθμών στο $1^{\text{ο}}$ τεταρτημόριο.

Εκτιμούμε ότι η παρούσα αναμορφωμένη έκδοση του βιβλίου θα συμβάλει στην αναβάθμιση της διδασκαλίας της Άλγεβρας στο Λύκειο. Ωστόσο, για περαιτέρω βελτίωση του βιβλίου, οποιοσδήποτε μαθητής, καθηγητής ή ενδιαφερόμενος για την παιδεία στον τόπο μας θέλει να κάνει σχόλια, παρατηρήσεις ή κρίσεις για το βιβλίο αυτό, παρακαλείται να τις στείλει στο Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Μεσογείων 396, 15310 Αγία Παρασκευή.

Δεκέμβριος 2009

Οι Συγγραφείς

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	Σελ.
ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ	
E1 Το Λεξιλόγιο της Λογικής	9
E2 Σύνολα	13
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο: Οι Πραγματικοί Αριθμοί	
1.1 Οι Πράξεις και οι Ιδιότητες τους	19
1.2 Διάταξη Πραγματικών Αριθμών	30
1.3 Απόλυτη Τιμή Πραγματικού Αριθμού	37
1.4 Ρίζες Πραγματικών Αριθμών	45
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο: Εξισώσεις	
2.1 Εξισώσεις 1 ^{ου} Βαθμού	55
2.2 Η Εξίσωση $x^n = a$	62
2.3 Εξισώσεις 2 ^{ου} Βαθμού	64
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο: Ανισώσεις	
3.1 Ανισώσεις 1 ^{ου} Βαθμού	77
3.2 Ανισώσεις 2 ^{ου} Βαθμού	82
3.3 Ανισώσεις Γινόμενο & Ανισώσεις Πηλίκο	91
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο: Βασικές Έννοιες των Συναρτήσεων	
4.1 Η Έννοια της Συνάρτησης	97
4.2 Γραφική Παράσταση Συνάρτησης	104
4.3 Η Συνάρτηση $f(x) = ax + b$	111
4.4 Κατακόρυφη – Οριζόντια Μετατόπιση Καμπύλης	120
4.5 Μονοτονία – Ακρότατα – Συμμετρίες Συνάρτησης	127
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5ο: Μελέτη Βασικών Συναρτήσεων	
5.1 Μελέτη της Συνάρτησης: $f(x) = ax^2$	140
5.2 Μελέτη της Συνάρτησης: $f(x) = \frac{a}{x}$	146
5.3 Μελέτη της Συνάρτησης: $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$	151

	Σελ.
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6ο: Γραμμικά Συστήματα	
6.1 Γραμμικά Συστήματα	159
6.2 Μη Γραμμικά Συστήματα	174
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7ο: Τριγωνομετρία	
7.1 Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Γωνίας	179
7.2 Βασικές Τριγωνομετρικές Ταυτότητες	190
7.3 Αναγωγή στο 1 ^ο Τεταρτημόριο	196
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ	205
ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ - ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ	211
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΟΡΩΝ	217