ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

5Γ

ΤΑΞΗ Γ΄

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

α. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε οι ισότητες να εκφράζουν αξιοσημείωτες ταυτότητες:

$(\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) =$ .....

$(\alpha + \beta)^2 =$ .....

$\alpha^3 - \beta^3 =$ .....

$(\alpha - \beta)^3 =$ .....

β. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη:

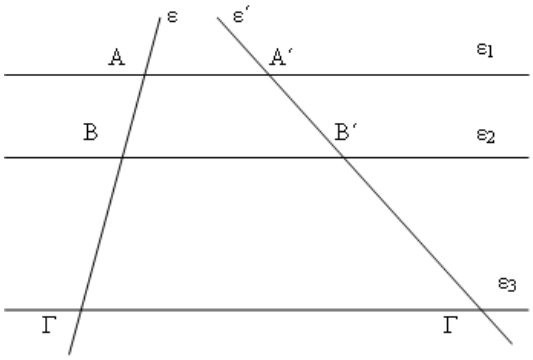
i. $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - \beta^3$

iv. $(\alpha + \beta)(\beta - \alpha) = \alpha^2 - \beta^2$

ΘΕΜΑ 2ο

α. Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$ και ΒΓ=2ΑΒ.

Να αποδείξετε ότι $\dfrac{\mathbf{AB}}{\mathbf{A'B'}} = \dfrac{\mathbf{B\Gamma}}{\mathbf{B'\Gamma'}}$



β. Να διατυπώσετε το Θεώρημα του Θαλή.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1η

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (3x - 1)^2 - (x - 2)(3x - 1)$

α. Να αποδείξετε ότι $P(x)= 6x^2 + x - 1$

β. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

γ. Να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο $P(x)$.

ΑΣΚΗΣΗ 2η

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} x - 2(5 - y) = -2 \\ \dfrac{2\cdot(3x - y)}{3} - \dfrac{3x - 2y}{2} = x \end{cases}$

i. Να αποδείξετε ότι το σύστημα παίρνει τη μορφή: $\left.\begin{array}{l} x + 2y = 8 \\ -3x + 2y = 0 \end{array}\right\}$

ii Να λύσετε το παραπάνω σύστημα, με οποιαδήποτε αλγεβρική μέθοδο θέλετε.

ΑΣΚΗΣΗ 3η

Αν για την αμβλεία γωνία ω ισχύει ημω=$\frac{3}{5}$, τότε να υπολογίσετε:

α. το συνω

β. την εφω

γ. την τιμή της παράστασης: $A=\dfrac{\varepsilon\varphi\omega - \sigma\upsilon\nu 120^o}{\sigma\upsilon\nu\omega - \varepsilon\varphi 135^0}$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

α., β. Σχολικό βιβλίο, σελίδες 43,44.

γ. i→Λ, ii.→Σ, iii→Σ, iv→Λ

ΘΕΜΑ 2ο

Σχολικό βιβλίο, σελίδα 206.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1η

α. $P(x) = (3x - 1)^2 - (x - 2)(3x - 1)$

$= 9x^2 - 6x + 1 - (3x^2 - x - 6x + 2)$

$= 9x^2 - 6x + 1 - 3x^2 + x + 6x - 2$

$= 6x^2 + x - 1$

β. $P(x) = 0$

$6x^2 + x - 1 = 0$

$\alpha = 6 \qquad \Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$

$\beta = 1 \qquad \Delta = 1^2 - 4\cdot 6\cdot(-1)$

$\gamma = -1 \qquad \Delta = 25$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2\cdot 6} = \frac{-1 \pm 5}{12} = \begin{cases} \dfrac{-1+5}{12} = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{-1-5}{12} = \dfrac{-6}{12} = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

γ. $P(x) = \alpha(x - \rho_1)(x - \rho_2) = 6\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = (3x - 1)(2x + 1)$

ΑΣΚΗΣΗ 2η

Έχουμε:

$$\left.\begin{array}{l} x-2(5-y)=-2 \\ \dfrac{2\cdot(3x-y)}{3}-\dfrac{3x-2y}{2}=x \end{array}\right\} \text{ ή } \left.\begin{array}{l} x-10+2y=-2 \\ 6\cdot\dfrac{2\cdot(3x-y)}{3}-6\cdot\dfrac{3x-2y}{2}=6\cdot x \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x+2y=10-2 \\ 4\cdot(3x-y)-3\cdot(3x-2y)=6x \end{array}\right\} \text{ ή } \left.\begin{array}{l} x+2y=8 \\ 12x-4y-9x+6y=6x \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x+2y=8 \\ -3x+2y=0 \end{array}\right\}$$

Έχουμε: $\left.\begin{array}{l} x+2y=8 \\ -3x+2y=0 \end{array}\right\}$

$$\text{ ή } \left.\begin{array}{l} x+2y=8 \\ -3(-2y+8)+2y=0 \end{array}\right\} \text{ ή } \left.\begin{array}{l} x+2y=8 \\ 6y-24+2y=0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x=-2y+8 \\ 8y=24 \end{array}\right\} \text{ ή } \left.\begin{array}{l} x=-2y+8 \\ y=3 \end{array}\right\} \text{ ή } \left.\begin{array}{l} x=-2\cdot 3+8 \\ y=3 \end{array}\right\} \text{ ή } \left.\begin{array}{l} x=2 \\ y=3 \end{array}\right\}$$

ΑΣΚΗΣΗ 3η

α.

$$\eta\mu^2\omega+\sigma\upsilon\nu^2\omega=1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2+\sigma\upsilon\nu^2\omega=1$$

$$\frac{9}{25}+\sigma\upsilon\nu^2\omega=1$$

$$\sigma\upsilon\nu^2\omega=1-\frac{9}{25}$$

$$\sigma\upsilon\nu^2\omega=\frac{16}{25}$$

$$\sigma\upsilon\nu\omega=\pm\frac{4}{5}$$

Επειδή η γωνία ω είναι αμβλεία τότε δεχόμαστε ότι $\sigma\upsilon\nu\omega=-\dfrac{4}{5}$

β. $\varepsilon\varphi\omega = \dfrac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$ αντικαθιστούμε και έχουμε $\varepsilon\varphi\omega = \dfrac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\dfrac{3}{4}$

γ.

$$A = \frac{\varepsilon\varphi\omega - \sigma\upsilon\nu 120^o}{\sigma\upsilon\nu\omega - \varepsilon\varphi 135^0} = \frac{-\frac{3}{4} - \left[-\sigma\upsilon\nu(180^o - 120^o)\right]}{-\frac{4}{5} - \left[-\varepsilon\varphi\left(180^o - 135^o\right)\right]} = \frac{-\frac{3}{4} + \sigma\upsilon\nu 60^o}{-\frac{4}{5} + \varepsilon\varphi 45^0} =$$

$$= \frac{-\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{-\frac{4}{5} + 1} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{5}} = -\frac{5}{4}$$