1. Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει από την ηρεμία και κινούμενο με σταθερή επιτάχυνση αποκτά ταχύτητα 72Km/h σε χρόνο 5sec. Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει .Αν η ακτίνα των τροχών του αυτοκινήτου είναι 25cm, να βρείτε

α .την γωνιακή επιτάχυνσή τους.

β. τη γωνιακή ταχύτητα του τροχού τη χρονική στιγμή 5sec

γ. Την ταχύτητα του χαμηλότερου σημείου της περιφέρειας ενός τροχού καθώς και του αντιδιαμετρικού του την χρονική στιγμή 5sec

δ. Ποια η γωνιακή ταχύτητα του τροχού τη χρονική στιγμή 2s και πόσες στροφές έχει εκτελέσει μέχρι τότε;

Απ: 16rad/sec^2 80r/s ,0m/s 40m/s

2. Τη χρονική στιγμή t=0 ένας τροχός ακτίνας R =20cm αρχίζει από την ηρεμία να κυλάει χωρίς ολίσθηση τη χρονική στιγμή t_1=4s ένα σημείο του τροχού που βρίσκεται 10cm πάνω από το κέντρο του έχει υ=18m/s

α. Να βρεθεί η σταθερή επιτάχυνση του κέντρου μάζας του τροχού και η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού

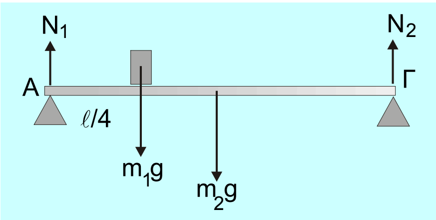
β. Τη χρονική στιγμή t_1 να βρεθεί η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται 10cm κάτω από το κέντρο του τροχού

γ. Πόσες στροφές έχει εκτελέσει ο τροχός τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία το ανώτερο σημείο έχει ταχύτητα υ=36m/s

Απ: 5m/s^2 6m/s 15r/s^2 540/4π (A.Kat)

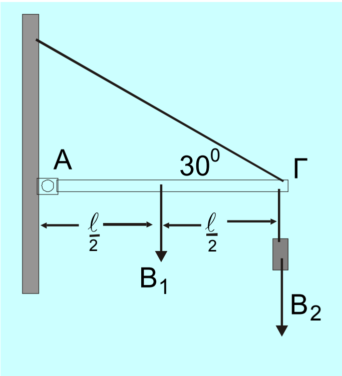
3. Ομογενής δοκός μάζας m_2=10Kg ηρεμεί τοποθετημένη πάνω σε δύο στηρίγματα Α και Γ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Σώμα μάζας m_1 =20Kg είναι τοποθετημένο πάνω στη δοκό και σε απόσταση από το άκρο Α ίση με το ¼ του μήκους l της δοκού. Να βρεθούν οι δυνάμεις που ασκούν τα στηρίγματα Α και Γ στη ράβδο. Δίδεται g=10m/sec^2

Απ: 100N,200N



4. Ομογενής ράβδος ΑΓ βάρους B_1=200N αρθρώνεται στο ένα άκρο της Α. Με τη βοήθεια νήματος που είναι δεμένο στο άλλο της άκρο στερεώνεται σε κατακόρυφο τοίχο και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως δείχνει το σχήμα. Βάρος B_2=100N κρέμεται στο άκρο Γ. Να βρεθούν: α)Η τάση του νήματος β)Η οριζόντια και η κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.

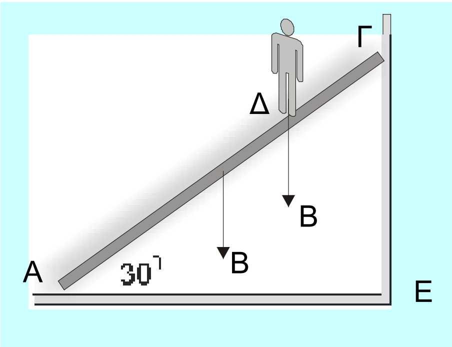
Απ: 400N,100N,200$\sqrt{3}$ N



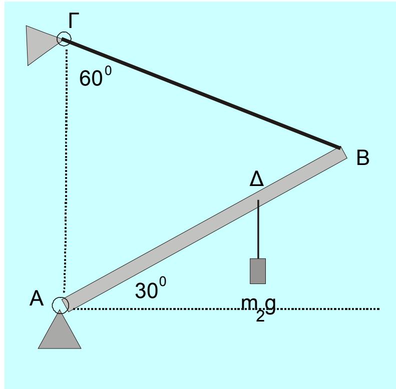
5. Ομογενής σκάλα ΑΓ βάρους Β=600Ν στηρίζεται με το άκρο της Α σε μη λείο οριζόντιο δάπεδο και με το άλλο της άκρο Γ σε λείο κατακόρυφο τοίχο, έτσι ώστε να σχηματίζει γωνία 30^0 με το οριζόντιο δάπεδο. Άνθρωπος βάρους Β=600Ν έχει ανέβει σε ένα σημείο Δ της σκάλας, που απέχει από το άκρο Α απόσταση ίση με τα ¾ του μήκους της σκάλας. Να βρεθούν: α) Η δύναμη που ασκείται στο άκρο Γ της σκάλας β) Η οριζόντια και η κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που ασκείται στο άκρο Α.

Απ:

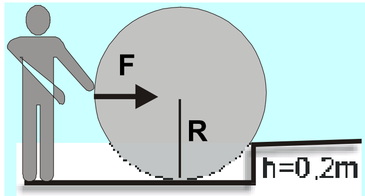
T=F=750$\sqrt{3}$ N ,N=1200N



6. Στα άκρα Α και Β ομογενούς ράβδου μάζας m_1=2Kgr, η οποία σχηματίζει γωνία θ=30^0 με τη οριζόντια διεύθυνση, συνδέονται με άρθρωση και νήμα αντίστοιχα. Το νήμα είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο Γ, έτσι ώστε το τρίγωνο ΑΒΓ να είναι ισόπλευρο και το σημείο Γ να βρίσκεται στην κατακόρυφη, που περνάει από το Α. Σώμα μάζας m_2=6Kgr κρέμεται στο σημείο Δ, το οποίο απέχει από το Β απόσταση ίση με το 1/3 του μήκους της ράβδου. Να βρεθεί η τάση του νήματος. Δίνεται g=10m/sec^2 **Απ:** 50N



7. Ομογενής κύλινδρος ακτίνας R=1m και βάρους Β=1200Ν ακουμπά στο οριζόντιο δάπεδο και σε ένα σκαλοπάτι ύψους 0,20m. Ένας εργάτης ασκεί στον κύλινδρο οριζόντια δύναμη μέτρου F=450N, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογιστούν τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούν το δάπεδο και το σκαλοπάτι στον κύλινδρο. Απ: 600Ν 750Ν



8. Η αρχικά ακίνητη τροχαλία του σχήματος έχει μάζα Μ =4Kg , ακτίνα R=20cm και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από έναν οριζόντιο ακλόνητο άξονα. Στην τροχαλία έχουμε τυλίξει αβαρές, μη εκτατό νήμα και τη χρονική στιγμή t=0 ασκούμε στην άκρη του νήματος κατακόρυφη σταθερή δύναμη $\vec{F}$. Η τροχαλία αρχίζει αμέσως να περιστρέφεται και τη χρονική στιγμή t_1=4s έχει εκτελέσει 80/π περιστροφές Να υπολογίσετε:

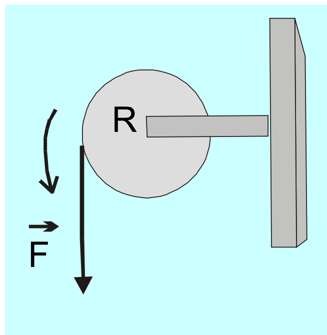
α) Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή t_1,

β) το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$,

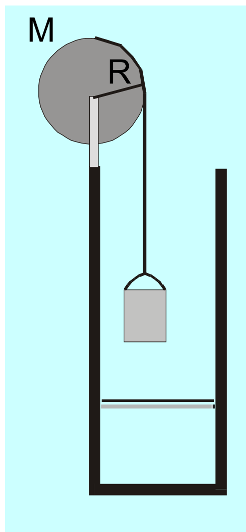
γ) το μέτρο της δύναμης που δέχεται η τροχαλία από τον άξονα περιστροφής της κατά τη διάρκεια του χρόνου που ασκείται η δύναμη $\vec{F}$.

Δίνεται ότι η ροπή αδρανείας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της υπολογίζεται από τη σχέση: $I=\frac{1}{2}MR^2$. Η επιτάχυνση της βαρύτητας ισούται με g=10m/s^2.

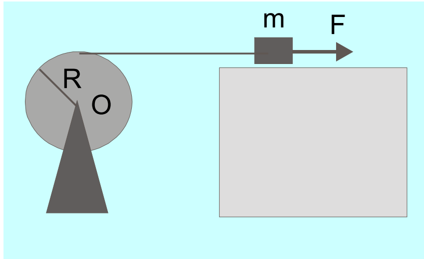
Απ:80rad/s ,8N,8N,48n



9. Ξύλινος κύλινδρος μάζας Μ=6Kg και ακτίνας R=0,4m μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα. Ένας κουβάς μάζας m=2Kg είναι δεμένος στην άκρη σχοινιού που είναι τυλιγμένο γύρω από τον κύλινδρο. Αν ο κουβάς αφεθεί ελεύθερος από το χείλος του πηγαδιού θα φτάσει στην επιφάνεια του νερού μετά από χρόνο 2sec. Να βρεθούν: α) Η επιτάχυνση του κουβά β)Η τάση του σχοινιού γ) Η κατακόρυφη απόσταση που διανύει ο κουβάς δ) Η τελική ταχύτητα του κουβά και η τελική γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου. Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $I=\frac{MR^2}{2}$,g=10m/sec^2 **Απ:** 4m/sec^2 T=12N 8m 8m/sec 20 rad/sec

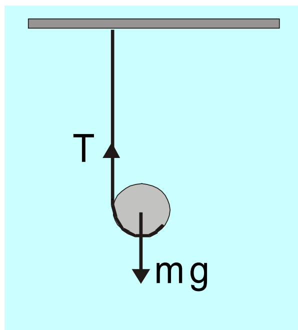


10. Στο διπλανό σχήμα η τροχαλία έχει μάζα M = 4kg, ακτίνα R = 20 cm και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Στην τροχαλία έχουμε τυλίξει αβαρές, μη εκτατό νήμα, το άλλο άκρο του οποίου είναι συνδεδεμένο με σώμα μάζας m = 2 kg που μπορεί να κινείται στο οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του οριζόντιου επιπέδου και του σώματος ισούται με μ = 0,2. Αρχικά το σύστημα τροχαλία – σώμα κρατείται ακίνητο με το νήμα τεντωμένο όπως φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή t = 0 ασκούμαι στο σώμα μάζας m οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου F = 20 N. Να υπολογίσετε:



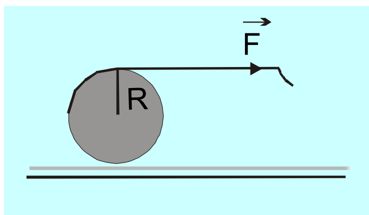
Α) το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.
Β) το μήκος που έχει διανύσει το σώμα μάζας m στο οριζόντιο δάπεδο από τη χρονική στιγμή t = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή που το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της τροχαλίας έχει αποκτήσει την τιμή ω = 100 rad/s,
Γ) τον αριθμό των περιστροφών που έχει διαγράψει η τροχαλία από την χρονική στιγμή t = 0 μέχρι την χρονική στιγμή που η ταχύτητα του σώματος έχει αποκτήσει την τιμή u_1 = 8 m/s.
Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της υπολογίζεται από την σχέση: $I = \frac{1}{2}MR^2$. Η επιτάχυνση της βαρύτητας ισούται με g = 10 m/s^2.
Απ:20rad/s^2 ,50m,20/π περιστροφές

11. Νήμα είναι τυλιγμένο γύρω από κύλινδρο μάζας m=3Kgr.Το άκρο του νήματος κρατιέται σταθερό, ενώ ο κύλινδρος αφήνεται να κινηθεί από την ηρεμία. Να βρεθεί η επιτάχυνση του κυλίνδρου και η τάση του νήματος. Αν η ακτίνα του τροχού είναι R=10cm πόσες περιστροφές θα εκτελέσει ο κύλινδρος σε 3 sec; Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του είναι $I=\frac{mR^2}{2}$. g=10m/sec^2

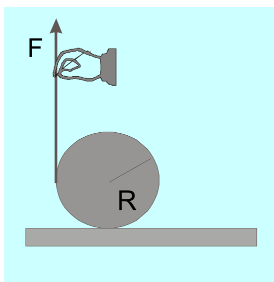


Απ: 20/3 m/sec^2 10N

12. Στο διπλανό σχήμα το σχοινί είναι τυλιγμένο γύρω από έναν κύλινδρο μάζας m=4Kg, ακτίνας R=0,1m και ροπής αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής του I=0,02$Kg \cdot m^2$. Τραβάμε το σχοινί ασκώντας σταθερή δύναμη F=20N και ο κύλινδρος περιστρέφεται χωρίς να ολισθαίνει εξαιτίας της στατικής τριβής. Να βρεθεί α) η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου β) η γωνιακή ταχύτητά του μετά από 2 s. γ) Για ποιες τιμές του συντελεστή στατικής τριβής ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει; **Απ:** 20/3m/s^2 ,400/3 rad/s

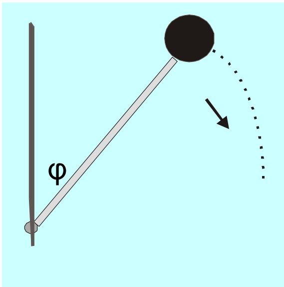


13. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένας ομογενής κύλινδρος μάζας M = 2kg και ακτίνας R = 0,4 m, στον οποίο έχουμε τυλίξει αβαρές, μη εκτατό νήμα. Ο κύλινδρος είναι αρχικά ακίνητος και βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή στατικής τριβής μ = 1/3. Τη χρονική στιγμή t = 0 ασκούμε στο ελεύθερο άκρο του σχοινιού κατακόρυφη δύναμη μέτρου F= 6N, με αποτέλεσμα ο κύλινδρος να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο οριζόντιο δάπεδο.
Α) Να σχεδιάσετε τη δύναμη στατικής τριβής που δέχεται ο

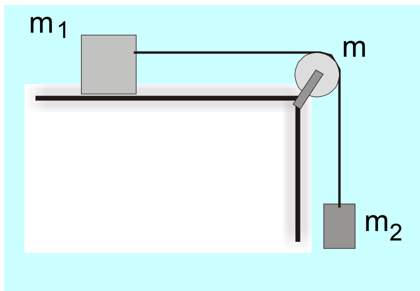


κύλινδρος και να δικαιολογήσετε τη φορά της.
Β) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του κυλίνδρου και το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του.
Γ) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή που το άκρο Κ του σχοινιού, έχει ανέβει κατά h = 2,25m.
Δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης F που πρέπει να ασκήσουμε στο άκρο Κ του σχοινιού, ώστε ο κύλινδρος μόλις που να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο οριζόντιο δάπεδο.
Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από τα κέντρα των βάσεών του υπολογίζεται από τον τύπο: $I = \frac{1}{2}MR^2$. Η επιτάχυνση της βαρύτητας ισούται με $g = 10\ m/s^2$.
Απ: 2m/s ,$5 rad/s^2$, 3m/s, 20/3N

14. Ένα σύστημα που αποτελείται από έναν δίσκο μάζας m_1 =4Kg και ακτίνας r=0,2m και μία ράβδος μάζας m_2 =1Kg και μήκους L=2m, κολλημένης στο δίσκο, στερεώνεται σε τοίχο από καρφί που διέρχεται από το άκρο της ράβδου. Το σύστημα αφήνεται ελεύθερο σε κατακόρυφο επίπεδο να περιστραφεί χωρίς τριβές. Αν η διεύθυνση της ράβδου σχηματίζει αρχικά γωνία 30^0 με την κατακόρυφο να υπολογιστεί η αρχική γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος. Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που τέμνει κάθετα το άκρο της $I=\frac{ML^2}{3}$ και η ροπή αδράνειας για άξονα που τέμνει κάθετα το δίσκο στο κέντρο του $I = \frac{Mr^2}{2}$. $g=10 m/sec^2$ ΕΚπ

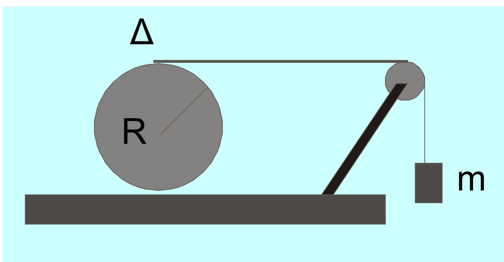


15. Το σώμα μάζας m_1=2Kgr ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5. Το σώμα είναι δεμένο με αβαρές νήμα που περνά από μία τροχαλία ακτίνας R=10cm και μάζας m=2Kgr.Στο άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο σώμα μάζας m_2=3Kgr.Αν αφήσουμε το σώμα μάζας m_2 ελεύθερο, να βρείτε: α)Την επιτάχυνση κάθε σώματος β) την γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας γ) Οι τάσεις του νήματος. $I=\frac{mR^2}{2}$ η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της.



Απ:$10/3 m/sec^2$, 50/3N, 20N

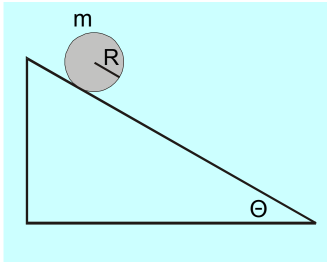
16. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένας ομογενής κύλινδρος μάζας M=4Kg και ακτίνας R=0,2m , γύρω από τον οποίο έχουμε τυλίξει αβαρές, μη εκτατό νήμα, που καταλήγει μέσω μίας αβαρούς τροχαλίας σε μικρό σώμα μάζας m. Τη χρονική στιγμή t = 0 αφήνουμε ελεύθερο τον κύλινδρο, οπότε αυτός αρχίζει να κυλίεται στο οριζόντιο δάπεδο χωρίς να ολισθαίνει. Κατά τη διάρκεια της κύλισής του ο κύλινδρος δέχεται από το νήμα σταθερή δύναμη μέτρου T_1 = 6N. Να υπολογίσετε:



α) το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται ο κύλινδρος καθώς και το μέτρο της γωνιακής του επιτάχυνσης.

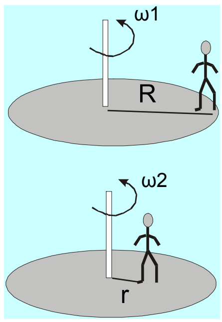
β) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}5$ s.
γ) το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος μάζας m και καθώς και τη μάζα m,
δ) το ύψος h που κατέβηκε το σώμα μάζας m από τη χρονική στιγμή t= 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 που το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του κυλίνδρου ισούται με $\omega_2 = 20$ rad/s.
Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από τα κέντρα των δύο βάσεών του υπολογίζεται από τον τύπο: $I = \frac{1}{2}MR^2$.
Η επιτάχυνση της βαρύτητας ισούται με $g = 10\ m/s^2$.
Απ: $10 rad/s^2$, 5 rad/s ,$4 m/s^2$, 1Kg, 8m .

17. Σφαίρα ακτίνας R και μάζας m κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ξεκινώντας από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου κλίσης θ και μήκους S. Να βρεθεί α) η επιτάχυνση του κέντρου μάζας της σφαίρας β) η τελική ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας . Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της είναι $I=\frac{2mR^2}{5}$.
Εφαρμογή $\theta=30^0$ S=7/2m **Απ:** $25/7 m/sec^2$ 5m/sec

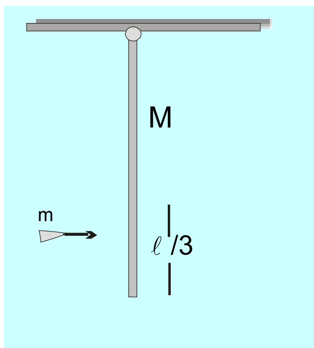


18. Ένας τροχός μάζας m και ακτίνας R αφήνεται να κινηθεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης 45^0. Να υπολογιστεί ο ελάχιστος συντελεστής τριβής ανάμεσα στον τροχό και στο κεκλιμένο επίπεδο ώστε ο τροχός να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_{cm}=\frac{mR^2}{2}$. Απ: $\mu_\sigma > 1/3$

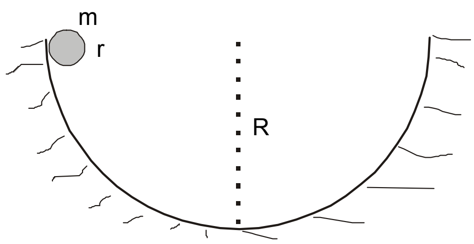
19. Άνθρωπος με μάζα m=50Kg στέκεται αρχικά στην άκρη κυκλικής πλατφόρμας μάζας M=100Kg και ακτίνας R=2m η οποία περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της με γωνιακή ταχύτητα ω_1=5rad/sec. Ο άνθρωπος περπατάει αργά προς το κέντρο της πλατφόρμας και φτάνει σε σημείο που απέχει r=1m από το κέντρο. Αν η μάζα του ανθρώπου θεωρηθεί υλικό σημείο και η ροπή αδράνειας της πλατφόρμας ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $I=\frac{MR^2}{2}$.Να υπολογιστεί η τελική γωνιακή ταχύτητα ω_2 της πλατφόρμας. **Απ:** 8rad/sec



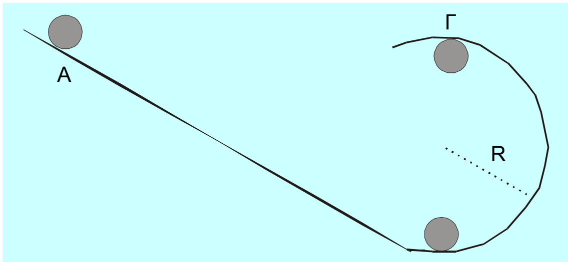
20. Η ράβδος ΑΒ του σχήματος έχει μήκος L=1m και μάζα M=4Kg, μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Α. Αρχικά η ράβδος ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση. Σημειακή σφαίρα μάζας m=0,5Kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u_0 =100m/sec και προσκρούει στη ράβδο στο σημείο Γ με (ΒΓ)=L/3. Να βρείτε την γωνιακή ταχύτητα με την οποία αρχίζει τη στροφική κίνηση η ράβδος όταν η σφαίρα: ι) εξέρχεται από το άλλο μέρος με ταχύτητα μέτρου u_1=20m/sec ιι) σφηνώνεται στη ράβδο. Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα περιστροφής είναι $I_A=\frac{1}{3}ML^2$. Ο χρόνος παραμονής της σφαίρας μέσα στη ράβδο όταν τη διαπερνά είναι αμελητέος. Απ: 20rad/sec 150/7 rad/sec



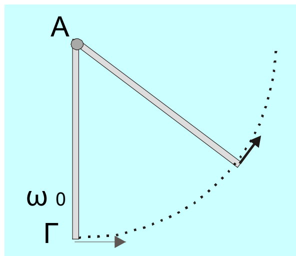
21. Η ομογενής σφαίρα του σχήματος μάζας m και ακτίνας r αφήνεται από τη θέση Α να κινηθεί στο εσωτερικό ημισφαιρίου ακτίνας R=10r . Αν η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει να βρείτε ι) την ταχύτητα όταν περνά από το κατώτερο σημείο του ημισφαιρίου ιι) την ακτινική δύναμη που δέχεται η σφαίρα από το ημισφαίριο στη θέση αυτή. Δίνονται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς τον άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της είναι I_{cm}=2/5 m r^2 , και η επιτάχυνση g της βαρύτητας. Απ: $\omega=\sqrt{\dfrac{90g}{7r}}$, $N=\dfrac{17}{7}mg$



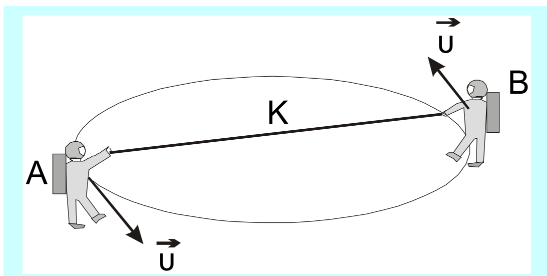
22. Στο διπλανό σχήμα η ομογενής σφαίρα ακτίνας r=0,4 m αφήνεται από το σημείο Α του κεκλιμένου επιπέδου που βρίσκεται σε ύψος h.Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο αλλά και στο εσωτερικό της κυκλικής στεφάνης R=20m. ι) Τι ταχύτητα πρέπει να έχει η σφαίρα στο ανώτερο σημείο Γ της στεφάνης ώστε να εκτελέσει ασφαλή ανακύκλωση; ιι) Ποιο είναι το ελάχιστο ύψος του κέντρου της σφαίρας από το έδαφος , ώστε να εκτελέσει ασφαλή ανακύκλωση; Δίνονται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς τον άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της I_{cm}=2/5 m r^2 και g=10m/sec^2 . Απ: 14m/s h=53,32m



23. Η λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ του σχήματος έχει μήκος L=1m και ροπή αδράνειας ως προς άξονα ο οποίος είναι κάθετος στη ράβδο και διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm}=\dfrac{1}{12}ML^2$.Να υπολογιστεί η ελάχιστη τιμή της γωνιακής ταχύτητας που πρέπει να προσδώσουμε στη ράβδο ,ώστε να εκτελέσει ανακύκλωση.
Αν στη ράβδο προσδώσουμε γωνιακή ταχύτητα ω=6rad/s να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας τις χρονικές στιγμές που μηδενίζεται ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής .

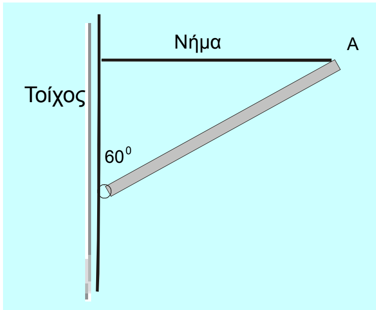


25. Δυο αστροναύτες Α και Β που έχει ο καθένας του μάζα m=80Kg είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους με σχοινί μήκους l=12m και αμελητέας μάζας. Οι αστροναύτες βρίσκονται στο διάστημα και περιστρέφονται γύρω από το μέσο Κ του σχοινιού με γραμμική ταχύτητα μέτρου υ=10m/s ο καθένας. Η δύναμη της παγκόσμιας έλξης μεταξύ των αστροναυτών θεωρείται αμελητέα. Να βρείτε α) το μέτρο της στροφορμής του συστήματος θεωρώντας ότι οι αστροναύτες είναι υλικά σημεία, την κινητική ενέργεια του συστήματος β) Να υπολογίσετε την τάση $\vec{T}$ του σχοινιού γ) Οι δύο αστροναύτες τραβώντας προς το μέρος τους και μαζεύοντας το σχοινί ελαττώνουν τη μεταξύ τους απόσταση. Αν το σχοινί κόβεται όταν η τάση σε αυτό ξεπεράσει την τιμή T_{max} =250Ν , ποια μπορεί να είναι η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των δύο αστροναυτών ώστε το σχοινί να μην κοπεί; δ) Ποιες είναι οι νέες τους ταχύτητες; Να διατυπώσετε τη θεμελιώδη αρχή της φυσικής που χρησιμοποιήσατε στους υπολογισμούς σας. ε) Πόσο έργο παράγεται από τους αστροναύτες όταν ελαττώνουν το μήκος του σχοινιού μέχρι να έρθουν σε ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση χωρίς τον κίνδυνο αυτό να κοπεί;



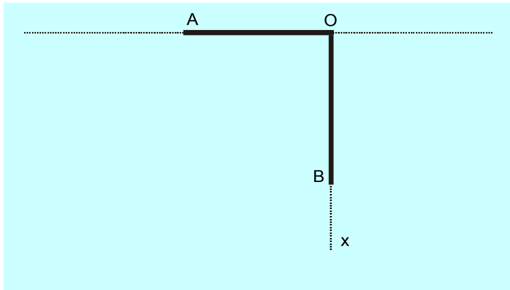
Απ: 9600Kg$\cdot\dfrac{m^2}{s}$, 8000J ,10m ,12m/s ,3520J

26. Η ράβδος του σχήματος είναι ομογενής , έχει βάρος B=100N και μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από άξονα που διέρχεται από το Ο. Τη χρονική στιγμή t=0 το νήμα κόβεται. Να υπολογιστούν α) Η γωνιακή επιτάχυνση και η στροφορμή της ράβδου, τη χρονική στιγμή t=0 καθώς και τις χρονικές στιγμές που η ράβδος έχει περιστραφεί κατά γωνίες: 30^0, 60^0, 120^0 γύρω από τον άξονά της . Δίνονται Μήκος ράβδου L=0,5m $g=10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας ως προς το κέντρο μάζας $I_{cm}=\dfrac{1}{12}ML^2$



Απ: $15\sqrt{3}$ rad/s^2 ,0, 30 rad/s^2

27. Δύο ίδιες, λεπτές, ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι ΟΑ και ΟΒ, που έχουν μάζα M=4Kg και μήκος L=1,5m η καθεμία, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους Ο, ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται περί οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο ΑΟΒ, που διέρχεται από την κορυφή Ο της ορθής γωνίας. Το σύστημα αρχικά συγκρατείται στη θέση όπου η ράβδος ΟΑ είναι οριζόντια (όπως στο σχήμα). Η ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm}=1/12\ M L^2$.



Α. Να υπολογίζετε τη ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Ο.

Β. Από την αρχική του θέση του σύστημα των δύο ράβδων αφήνεται ελεύθερο να περιστραφεί περί τον άξονα περιστροφής στο σημείο Ο, χωρίς τριβές. Να υπολογίζετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος των δύο ράβδων την στιγμή της εκκίνησης.

Γ. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία οι ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο Οχ, να υπολογίσετε :

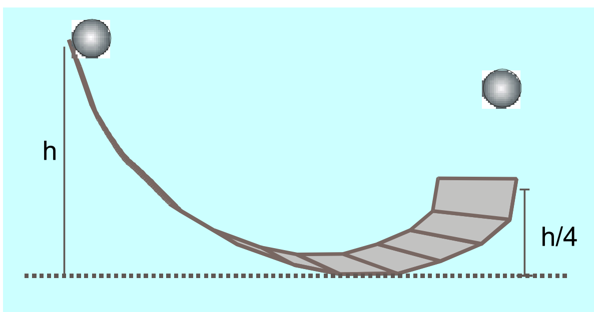
α. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος των δύο ράβδων.

β. Το μέτρο της στροφορμής της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Ο.

Δίνονται: $g=10ms^{-2}$, $ημ45^o=συν45^o=\dfrac{\sqrt{2}}{2}=0{,}7$.

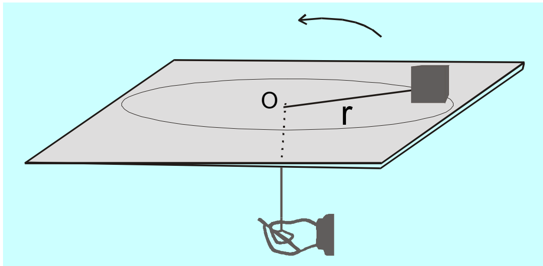
Απ: $I_0=\dfrac{Ml^2}{3}$, $α_ω=5rad/s^2$, ω=2rad/s , L=6Kg m^2/s (*Εξετάσεις 2002*)

28. Μία σφαίρα αφήνεται ελεύθερη από ύψος h=2,8m και κυλά χωρίς να ολισθαίνει , στο εσωτερικό του οδηγού του σχήματος. Η σφαίρα εγκαταλείπει τον οδηγό σε ύψος h/4 και τότε έχει κατακόρυφη ταχύτητα υ. Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος

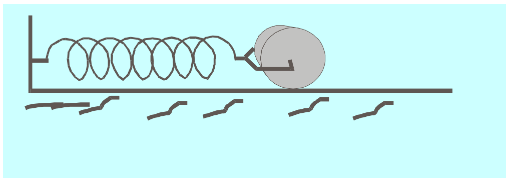


από το έδαφος στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα. Η ροπή αδράνειας της σφαίρας $I_{cm}=\frac{2}{5}MR^2$. **Απ:** $H_{max}=\frac{15}{28}h$

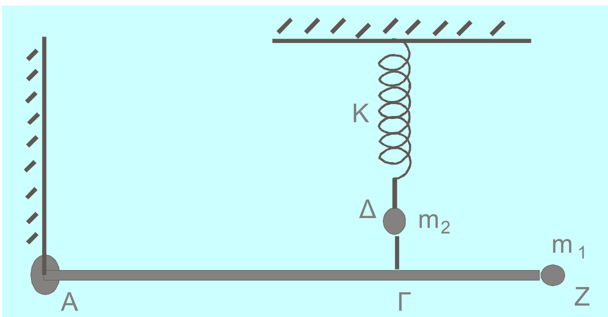
29. Ο κύβος του σχήματος βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο λείο τραπέζι και διαγράφει οριζόντιο κύκλο ακτίνας r_1=1m με γραμμική ταχύτητα $υ_1$=4m/s. Ο κύβος έχει μάζα m=10g και είναι συνδεδεμένος με αβαρές νήμα που περνά μέσα από μία τρύπα Ο του τραπεζιού . Μπορούμε να ρυθμίσουμε την ακτίνα περιστροφής τραβώντας ή αφήνοντας το νήμα το οποίο κρατάμε με το χέρι μας όπως φαίνεται στο σχήμα. Τραβώντας ,αργά το νήμα προς τα κάτω ελαττώνουμε την ακτίνα της τροχιάς σε r_2=0,2m. Να υπολογίσετε: α) Την ταχύτητα του κύβου όταν η ακτίνα της τροχιάς είναι r_2 , β) την τάση του νήματος ως συνάρτηση της ακτίνας περιστροφής και γ) το έργο που απαιτείται για να ελαττωθεί η ακτίνα της τροχιάς από r_1 σε r_2 . **Απ:** 20m/s ,$T=\frac{0,16}{r^3}$, 1,92J



30. Ο κύλινδρος του σχήματος ,μάζας m και ακτίνας R, μπορεί να ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο. Απομακρύνουμε τον κύλινδρο από τη θέση ισορροπίας του στη διεύθυνση του ελατηρίου και στη συνέχεια τον αφήνουμε ελεύθερο. Αν το ελατήριο σταθεράς Κ έχει στη θέση ισορροπίας του το φυσικό του μήκος . Να αποδείξετε ότι ο άξονας του κυλίνδρου θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε την περίοδό της. Εφαρμογή m=2Kg , K=300N/m. $I_{cm}=\frac{1}{12}mR^2$



31. Ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΖ έχει μήκος L=4m ,μάζα M=3Kg και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο Α υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται ,χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Ζ υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας m_1=0,6Kg και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας m_2=1Kg το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=100N/m .Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση ΑΓ είναι ίση με 2,8m. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο ,στο οποίο γίνονται όλες οι κινήσεις.



Α. Να υπολογίσετε:

Α1 τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου –σφαιριδίου m_1 ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης

Α2 το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ.

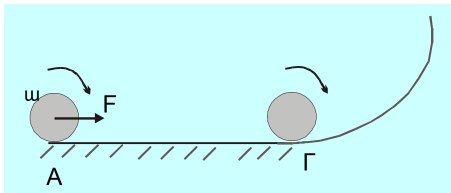
Β. Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο m_2 εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα m_1 ,υπό την επίδραση της βαρύτητας περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο Α.

Να υπολογίσετε:
Β.1 το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο m_2 από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φτάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά
Β.2 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Ζ, τη στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση.
Δίνονται $g=10ms^{-1}$,ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της

$I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$ π=3,14 (εξετάσεις 2003)

Απ: 25,6Kg m^2 30N π/10s $\sqrt{105}$ m/s

32. Ο τροχός του διπλανού σχήματος έχει μάζα m=10Kg ακτίνα r και ηρεμεί πάνω στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση Α. Κάποια χρονική στιγμή $t_0=0$ ασκείται σ'αυτον δύναμη F παράλληλη προς το οριζόντιο επίπεδο με το φορέα της να περνά από το κέντρο μάζας του. Ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και όταν φτάσει στη θέση Γ έχει συχνότητα περιστροφής f=10/π Hertz . Τη στιγμή αυτή αρχίζει να κινείται κατά μήκος τεταρτοκύκλιου ΓΔ το οποίο είναι λείο .Η δύναμη F αποσύρεται στη θέση Γ και το υψηλότερο σημείο στο οποίο καταφέρνει να φτάσει το κέντρο μάζα του τροχού καθώς κινείται κατά μήκος του τεταρτοκύκλιου βρίσκεται 0,2 m υψηλότερα από το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το Γ . Δίνεται $g=10m/s^2$,$I_{cm}=\frac{1}{2}mr^2$ Ζητούνται:

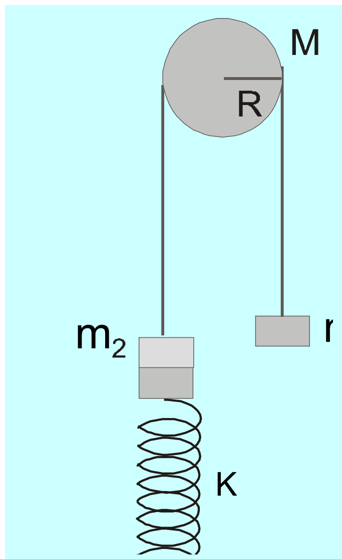


α) Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του τροχού τη στιγμή που εγκαταλείπει το οριζόντιο επίπεδο στη θέση Γ καθώς και η γωνιακή ταχύτητα του τροχού εκείνη τη χρονική στιγμή.
β) Η ενέργεια που προσφέρθηκε μέσω του έργου της δύναμης κατά την κίνηση στο οριζόντιο επίπεδο.
γ) Ο λόγος του μέτρου της δύναμης προς το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής που ασκείται στον τροχό κατά την οριζόντια κίνησή του.
δ) Οι ρυθμοί παραγωγής έργου από την δύναμη F και από την δύναμη της στατικής τριβής καθώς και το μέτρο της στροφορμής του τροχού τη χρονική στιγμή t=2s αν είναι γνωστό ότι η κίνηση στο οριζόντιο επίπεδο διαρκεί συνολικά 5s.

Απ: $υ_{cm}$=2m/s r=0,1m ω=20r/s 30J

33.Δίνονται m_1=3Kg ,m_2=2Kg, K=400N/m, $g=10m/s^2$,$I_{τροχαλίας}=\frac{1}{2}MR^2$,M=2Kg

Το σύστημα αρχικά ισορροπεί.
Ι) Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που δέχονται τα δύο σώματα και να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου .
ΙΙ) Κάποια στιγμή το σώμα μάζας m_2 χωρίζεται σε δύο ίσα μέρη από τα οποία το ένα παραμένει προσδεμένο στο ελατήριο και το άλλο στο άκρο του νήματος.
α) Μετά από πόσο χρόνο το σώμα μάζας m_2 θα σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά;
β) Να υπολογιστούν οι τάσεις των νημάτων κατά την κίνηση των σωμάτων .



34. Εξετάσεις 2004 θέμα 4^0

Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας m=10Kg και ακτίνας R=0,1m κυλίεται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ με ημφ=0,56 . Τη χρονική στιγμή t=0 το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο $υ_0$= 8m/s . Να υπολογίσετε για τη σφαίρα:

α. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή t=0.

β. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της.

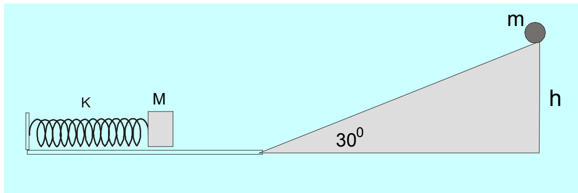
γ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησής της.

δ. το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει , τη χρονική στιγμή που έχει διαγράψει 30/π περιστροφές.

Δίνονται : η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της: $I=\frac{2}{5}mR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

Απ: 80r/s $4m/s^2$ 1,6Nm 4m/s

35. Η σφαίρα του παραπάνω σχήματος έχει μάζα m=1,6Kg και ακτίνα R(πολύ μικρή) ,αφήνεται να κυλήσει από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου ύψους h=7/4m , γωνίας κλίσης $φ=30^0$, με συντελεστή τριβής $μ=\frac{\sqrt{3}}{6}$. Όταν φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου συγκρούεται ακαριαία μετωπικά με σώμα μάζας M=4Kg , το οποίο είναι συνδεδεμένο στη μία άκρη ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K=400N/m , του οποίου η άλλη άκρη είναι δεμένη σε ακλόνητο κατακόρυφο τοίχωμα. Το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο και μετά την κρούση η σφαίρα ακινητοποιείται.



α. Να δείξετε ότι η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

β. Πόσες περιστροφές έκανε η σφαίρα μετά από 0,7s και ποια η στοφορμή της εκείνη τη χρονική στιγμή; Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας κατά την κάθοδο;

γ. Μετά από πόσο χρόνο φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου; Να βρείτε την ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας λίγο πριν την κρούση.

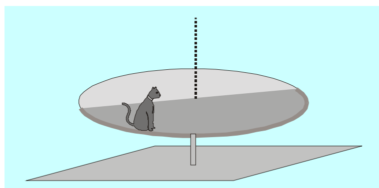
δ. Να βρείτε το ποσοστό της αρχικής ενέργειας της σφαίρας που έγινε θερμότητα κατά την κρούση και τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου

Δίνονται : η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της: $I=\frac{2}{5}mR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

ΠΣφ στεφ

Απ: $T_σ=16/7N<T_{ολ}=4N$ t=1,4s $υ_{cm}$=5m/s 71,43% A=0,2m

36. Μία γάτα με μάζα m=4Kg βρίσκεται στην περιφέρεια του κυκλικού τραπεζιού του σχήματος που έχει μάζα M=40Kg , ακτίνα R=1m . Η γάτα είναι ακίνητη ως προς το τραπέζι και το όλο σύστημα περιστρέφεται , χωρίς τριβές με γωνιακή ταχύτητα ω=2r/s .



α. Ξαφνικά η γάτα αρχίζει να κινείται στην περιφέρεια του τραπεζιού με σταθερή ταχύτητα $υ_0$=4m/s με φορά κίνησης αντίθετη από τη φορά περιστροφής του τραπεζιού.

β. Η γάτα μετακινείται και στέκεται στο μέσο της ακτίνας του τραπεζιού

Να υπολογιστεί η νέα γωνιακή ταχύτητα του τραπεζιού για τις δύο περιπτώσεις. Δίνεται η ροπή αδράνειας του τραπεζιού $I=\frac{1}{2}mR^2$ N ΠΣφ στεφ Απ: 3,2r/s