

## Σύνθεση ταλαντώσεων

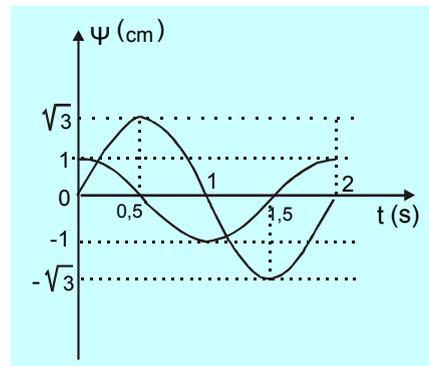
1. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης με εξισώσεις απομάκρυνσης  $x_1 = 4 \eta\mu 50\pi t$  και  $x_2 = 4\eta\mu(50\pi t + \pi/2)$  (S.I). Να προσδιορίσετε α) την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης. β) Την εξίσωση της ταχύτητας της συνισταμένης ταλάντωσης. γ) την εξίσωση επιτάχυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης.  $\pi^2 \simeq 10$

$$\text{Απ: } x = 4\sqrt{2} \eta\mu(50\pi t + \pi/4) \quad v = 200\pi\sqrt{2} \sigma\upsilon\nu(50\pi t + \pi/4) \\ a = -10^5\sqrt{2} \eta\mu(50\pi t + \pi/4) \text{ (S.I).}$$

2. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις της ίδιας διεύθυνσης με εξισώσεις απομάκρυνσης  $x_1 = 4\eta\mu\pi t$  και  $x_2 = 4\sigma\upsilon\nu\pi t$  (S.I) . Να προσδιορίσετε την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης.

$$\text{Απ: } x = 4\sqrt{2} \eta\mu(\pi t + \pi/4)$$

3. Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που εξελίσσονται πάνω στην ίδια ευθεία και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι γραφικές παραστάσεις των απομακρύνσεων σε συνάρτηση με το χρόνο και για τις δύο ταλαντώσεις φαίνονται στο διάγραμμα  $\psi$ - $t$  του σχήματος.



α. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο για κάθε μία από τις δύο ταλαντώσεις.

β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο για τη συνισταμένη ταλάντωση.

γ. Ποια χρονική στιγμή οι απομακρύνσεις των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων είναι αντίθετες για πρώτη φορά;

$$\text{Απ: } \psi_1 = \sqrt{3} \eta\mu\pi t \quad \psi_2 = 1\eta\mu(\pi t + \pi/2) \quad t : s \quad \psi : \text{cm} \quad \psi = 2\eta\mu(\pi t + \pi/6) \quad t = 5/6 \text{ s}$$

4. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης με εξισώσεις απομάκρυνσης  $x_1 = 2 \eta\mu(2\pi t + \pi/6)$  και  $x_2 = 2\sigma\upsilon\nu 2\pi t$  (S.I). Να προσδιορίσετε α) την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης. β) Την εξίσωση της ταχύτητας της συνισταμένης ταλάντωσης. γ) την εξίσωση επιτάχυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης.  $\pi^2 \simeq 10$

$$\text{Απ: } x = 2\sqrt{3} \eta\mu(2\pi t + \pi/3) \quad v = 4\pi\sqrt{3} \sigma\upsilon\nu(2\pi t + \pi/3) \\ a = -80\sqrt{3} \eta\mu(2\pi t + \pi/3) \text{ (S.I)}$$

5. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης που διεξάγονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και η εξίσωση απομάκρυνσης μίας από τις δύο ταλαντώσεις είναι  $x_1 = 10 \eta\mu(2\pi t + \pi/3)$  και η εξίσωση απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης είναι  $x = 10\sqrt{2} \eta\mu(2\pi t + \pi/12)$  (S.I). Να προσδιορίσετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της δεύτερης ταλάντωσης.

$$\text{Απ: } x_2 = 10 \eta\mu(2\pi t - \pi/6) \text{ (S.I).}$$

++++++ Διακρότημα ++++++

6. Δύο διαπασών βρίσκονται το ένα κοντά στο άλλο και παράγουν αρμονικούς ήχους με συχνότητες  $f_1 = 499 \text{ Hz}$  και  $f_2 = 501 \text{ Hz}$ , ίδιας έντασης. Να υπολογιστεί:
- Το είδος και η συχνότητα του ήχου που προκύπτει από τη σύνθεση των δύο ήχων.
  - Ο χρόνος μεταξύ δύο μέγιστων ή δύο ελάχιστων της έντασης του ήχου που προκύπτει.
  - Ο αριθμός των μέγιστων ή των ελάχιστων της έντασης του ήχου που ακούγονται σε χρόνο  $t = 30 \text{ sec}$ . **Απ:**  $f_0 = 2 \text{ Hz}$ ,  $\bar{f} = 500 \text{ Hz}$ ,  $t_1 = T_0 = 0,5 \text{ sec}$ , 60 μέγιστα ή ελάχιστα
7. Δύο διαπασών βρίσκονται το ένα κοντά στο άλλο και παράγουν αρμονικούς ήχους με συχνότητες  $f_1 = 440 \text{ Hz}$  και  $f_2 = 442 \text{ Hz}$ , ίδιας έντασης. Να υπολογιστεί:
- Το είδος και η συχνότητα του ήχου που προκύπτει από τη σύνθεση των δύο ήχων.
  - Πόσα μέγιστα της έντασης του ήχου ακούγονται σε  $\Delta t = 4 \text{ sec}$ ;
  - Ποια έπρεπε να είναι η τιμή της συχνότητας  $f_2$  έτσι ώστε να έχουμε 4 μεγιστοποιήσεις του ήχου ανά δευτερόλεπτο;
- Απ:**  $f_0 = 2 \text{ Hz}$ ,  $\bar{f} = 441 \text{ Hz}$ , 444 Hz ή 436 Hz
8. Κιθαρίστας προσπαθεί να κουρδίσει (συντονίσει) τη χορδή της ηλεκτρικής κιθάρας του στη συχνότητα των 440 Hz με τη βοήθεια μιας άλλης κιθάρας της οποίας η χορδή είναι κουρδισμένη σωστά. Κάποια στιγμή, πάνω στην προσπάθειά του ακούει 4 μέγιστα της έντασης του ήχου στο 1 sec. Ποιες είναι οι πιθανές τιμές της συχνότητας της χορδής της κιθάρας του εκείνη τη στιγμή;
- Απ:**  $f_1 = 436 \text{ Hz}$ , ή  $f_1 = 444 \text{ Hz}$
9. Ένα υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις της ίδιας διεύθυνσης με εξισώσεις απομάκρυνσης  $\chi_1 = 4 \eta\mu 200 \pi t$  και  $\chi_2 = 4 \eta\mu 204 \pi t$  ( $\chi$ :cm,  $t$ :sec). Να προσδιορίσετε την εξίσωση της συνισταμένης κίνησης β) Ποια είναι η συχνότητα και ποιο το μέγιστο πλάτος της κίνησης αυτής; γ) ποια είναι η συχνότητα των διακροτημάτων και πόσες μεγιστοποιήσεις του πλάτους έχουμε σε χρόνο 12 sec;
- Απ:**  $\chi = 8 \text{ συν} 2 \pi t \cdot \eta\mu 202 \pi t$ ,  $f = 101 \text{ Hz}$ ,  $f_0 = 2 \text{ Hz}$ ,  $A_{\text{max}} = 8 \text{ cm}$ , 24
10. Σημείο M ενός ελαστικού μέσου εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που εξελίσσονται πάνω στην ίδια ευθεία και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι εξισώσεις των απομακρύνσεων και των δύο ταλαντώσεων είναι αντίστοιχα:  $\psi_1 = 10 \eta\mu 202 \pi t$  και  $\psi_2 = 10 \eta\mu 198 \pi t$  ( $t$ :s  $\psi$ :cm)
- Να γραφεί η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης του σημείου M.
  - Πόσες πλήρεις ταλαντώσεις εκτελεί το σημείο M κατά τη διάρκεια μιας περιόδου των διακροτημάτων;
  - ποια είναι η μέγιστη τιμή της ταχύτητας του σημείου M κατά τη διέλευσή του από τη θέση ισορροπίας O;
- Απ:**  $\psi = 20 \eta\mu 2 \pi t \cdot \eta\mu 200 \pi t$  ( $t$ :s  $\psi$ :cm),  $N = 50$ ,  $u_{\text{max}} = 40 \pi \text{ m/s}$
11. Όταν ένα διαπασών συνηχεί χωριστά με μία χορδή α και με μία χορδή β δημιουργούνται διακροτήματα ίδιας συχνότητας  $f_0 = 4 \text{ Hz}$ . α) Πόσα διακροτήματα το δευτερόλεπτο ακούγονται όταν συνηχούν ταυτόχρονα και οι δύο χορδές α και β; β) Αν η συχνότητα του διαπασών είναι  $f = 435 \text{ Hz}$  να βρεθούν οι συχνότητες των δύο χορδών  $f_1, f_2$  και η συχνότητα του ήχου που παράγεται αν παίζουν και οι δύο χορδές α, β.

