ΕΠΩΝΥΜΟ : ………………………………………………………………… ΟΝΟΜΑ: …………………………………………………………… *23/11/2010*

A

ΘΕΜΑ 1^ο^

Α. Εξετάστε αν είναι σωστές ή λάθος οι παρακάτω ισότητες :

(i) $\left(\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}\right)\vec{\gamma}=\vec{\alpha}\left(\vec{\beta}\cdot\vec{\gamma}\right)$ (Μ 0,5)

(ii) Αν $0<\left(\vec{\alpha},\vec{\beta}\right)<\pi/2$ τότε ισχύει $\left|\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}\right|=\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ (Μ 0,5)

(iii) $\vec{\gamma}\cdot\pi\rho o\beta_{\vec{\gamma}}\vec{\delta}=\vec{\delta}\cdot\pi\rho o\beta_{\vec{\delta}}\vec{\gamma}$ (Μ 0,5)

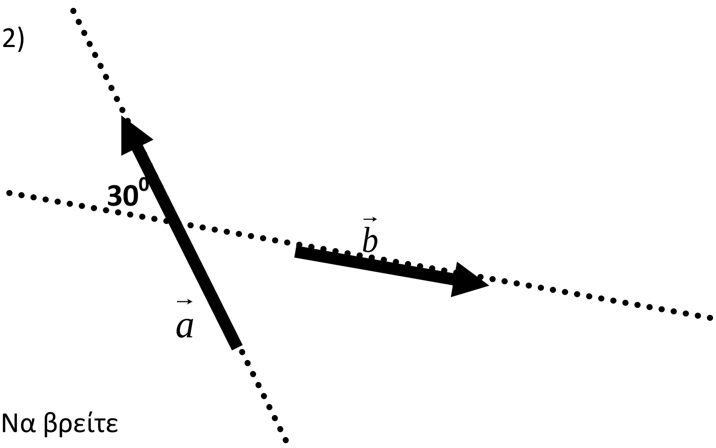
(iv) $\left|\vec{\alpha}\right|=\left|\vec{\beta}\right|\Rightarrow\vec{\alpha}=\vec{\beta}$ (Μ 0,5)

Β. Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{u}=\left(x_1,y_1\right)$, $\vec{v}=\left(x_2,y_2\right)$ με $\vec{u}\not\parallel y'y$, $\vec{v}\not\parallel y'y$. Αποδείξτε ότι

$$\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow\lambda_{\vec{u}}\cdot\lambda_{\vec{v}}=-1$$ (Μ 2)

Γ. Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος, υπολογίστε

τον αριθμό $\vec{a}\cdot\vec{b}$, αν γνωρίζουμε ότι $\dfrac{\left|\vec{a}\right|}{2}=\dfrac{3}{\left|\vec{b}\right|}$. (Μ 2)



ΘΕΜΑ 2^ο^

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}=\left(-\sqrt{3},3\right)$, $\vec{b}=\left(-1,-\sqrt{3}\right)$. Να βρείτε

Α. τον συντελεστή διεύθυνσης του διανύσματος $\vec{b}$ και την γωνία $\left(\vec{b}\,,Ox\right)$. (Μ 2)

Β. την γωνία $\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ (Μ 3)

Γ. το διάνυσμα $\pi\rho o\beta_{\vec{a}}\vec{b}$ (Μ 3)

ΘΕΜΑ 3^ο^

Α. Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{a},\vec{b}$ για τα οποία γνωρίζουμε ότι $\vec{a}\not\parallel\vec{b}$, $\left|\vec{a}\right|\neq 0$. Αν ισχύει η σχέση $\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2\left(\vec{b}^2-1\right)$, να βρείτε το $\left|\vec{b}\right|$ συναρτήσει της γωνίας $\theta=\left(\vec{a},\vec{b}\right)$. (Μ 3)

Β. Θεωρούμε τα (μη μηδενικά) διανύσματα $\vec{a},\vec{b}$ για τα οποία γνωρίζουμε ότι $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|$, $\vec{a}\neq\pm\vec{b}$. Αν για το (μη μηδενικό) διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ισχύει η σχέση $\vec{\gamma}\cdot\vec{a}=\vec{\gamma}\cdot\vec{b}$, αποδείξτε ότι $\vec{\gamma}\,//\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$. (Μ 3)

Σ. ΣΚΟΤΙΔΑΣ