

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

### ΘΕΜΑ Α

- A1. Εστω  $f(x) = c$ ,  $x \in \mathbb{R}$  και  $c$  σταθερός πραγματικός αριθμός. Να αποδείξετε ότι  $(c)' = 0$  μ 7
- B1. Αν  $t_1, t_2, \dots, t_n$  είναι οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , τότε να ορίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  των παρατηρήσεων. μ 4
- A3. Εστω  $f$  μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού  $A$ . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_0 \in A$ ; μ 4
- A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- a) Αν  $f_i$  είναι η σχετική συχνότητα της τιμής  $x_i$  μιας μεταβλητής  $X$ , τότε ισχύει:  $0 \leq f_i \leq 1$
- b) Αν  $x_i$  είναι η τιμή μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$ , τότε η αθροιστική σχετική συχνότητα  $F$  εκφράζει το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες της τιμής  $x_i$
- c) Αν τα ενδεχόμενα  $A, B, \Gamma$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  είναι ανά δύο ασυμβίβαστα, τότε ισχύει:  
 $P(A \cup B \cup \Gamma) = P(A) + P(B) + P(\Gamma)$
- d)  $(\sin x)' = \eta \mu x$ ,  $x \in \mathbb{R}$
- e) Αν  $A, B$  είναι ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , τότε το ενδεχόμενο  $A \cap B$  πραγματοποιείται, όταν πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα  $A, B$ . μ 10

### ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 + ax + \beta$ ,  $a, \beta \in \mathbb{R}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Αν  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - \beta}{x} = -2$  και η  $f$  έχει

ελάχιστο το  $-4$ , τότε:

- 1) Να αποδείξετε ότι  $a = -2$  και  $\beta = -3$ . μ 7
- 2) Να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  που σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τον άξονα  $x'x$ . μ 8
- 3) Ένα σωματίδιο κινείται επί της γραφικής παράστασης της  $f$ . Να βρείτε τη θέση του σωματιδίου τη χρονική στιγμή κατά την οποία ο ρυθμός μεταβολής της τεταγμένης του είναι διπλάσιος από το ρυθμό μεταβολής της τετμημένης του. μ 10

### ΘΕΜΑ Γ

α) Δίνεται δείγμα τιμών μεγέθους  $n$ , με μέση τιμή  $\bar{x}$  και τυπική απόκλιση  $s$ . Να αποδείξετε ότι:

$$\sum_{i=1}^n t_i^2 = n(s^2 + \bar{x}^2). \quad \mu 6$$

β) Από τους 20 εργάτες μιας βιοτεχνίας, οι 15 έχουν μέσο ημερομίσθιο  $\bar{x}_1 = 30$  ευρώ με τυπική απόκλιση  $s_1 = 2$  ευρώ και οι υπόλοιποι 5 έχουν μέσο ημερομίσθιο  $\bar{x}_2 = 40$  ευρώ με τυπική απόκλιση  $s_2 = 3$  ευρώ. Να υπολογίσετε το μέσο ημερομίσθιο καθώς και τη τυπική απόκλιση όλων των εργατών. μ 12

γ) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή σταθεράς  $c$  που πρέπει να προστεθεί σε όλες τις τιμές ώστε το δείγμα των ηλικιών όλων των εργαζομένων να είναι ομοιογενές. μ 7

### ΘΕΜΑ Δ

Εστω  $x_1, x_2, \dots, x_n$  οι βαθμοί στο διαγώνισμα 1<sup>ου</sup> τετραμήνου στο μάθημα «Μαθηματικά

&Στοιχεία Στατιστικής» των  $n$  μαθητών της Γ' Λυκείου ενός σχολείου.

1) Αν το δείγμα των βαθμών έχει συντελεστή μεταβολής 12,4%, αν οι ίδιοι μαθητές στο αντίστοιχο διαγώνισμα του 2<sup>ου</sup> τετραμήνου είχαν βαθμολογία κατά 3 μονάδες μεγαλύτερη και το δείγμα των βαθμών τους ήταν οριακά ομοιογενές, να βρείτε:

- i. τη μέση τιμή  $\bar{x}$  και την τυπική απόκλιση  $s$  των βαθμών των μαθητών στο 1<sup>ο</sup> τετράμηνο. μ 5
- ii. τη μέση τιμή των παρατηρήσεων  $x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2$ . μ 4

- iii. τον μεγαλύτερο βαθμό στο διαγώνισμα του 1<sup>ου</sup> τετραμήνου, αν γνωρίζετε ότι ο μικρότερος βαθμός ήταν 8 και η κατανομή των βαθμών είναι περίπου κανονική. μ 3
- 2) Από τους προηγούμενους μαθητές το 70% γνωρίζει Αγγλικά, το 80% δεν γνωρίζει Γαλλικά, ενώ το 10% γνωρίζει και τις δύο γλώσσες. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή.
- i. Να βρείτε τη πιθανότητα ο μαθητής να γνωρίζει τουλάχιστον μία από τις δύο γλώσσες. μ 4
- ii. Ποιοι είναι περισσότεροι, οι μαθητές που γνωρίζουν μόνο Αγγλικά ή οι μαθητές που γνωρίζουν μόνο Γαλλικά και γιατί; μ 5
- iii. Αν οι μαθητές που γνωρίζουν Γαλλικά είναι 8, να βρείτε πόσοι είναι οι μαθητές της Γ Λυκείου αυτού του σχολείου. μ 4



**Καλή τύχη στις εξετάσεις!**

Στέλιος Μιχαήλογλου/blogs.sch.gr/smichailog