ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΙ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις **1-4** και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Παρατηρητής Α πλησιάζει προς ακίνητη πηγή ηχητικών κυμάτων. Στην περίπτωση αυτή ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο

α) μεγαλύτερης συχνότητας από αυτή που παράγει η πηγή.
β) μικρότερης συχνότητας από αυτή που παράγει η πηγή.
γ) ίδιας συχνότητας με αυτή που παράγει η πηγή.

Μονάδες 5

2. Στην κατοπτρική ανάκλαση μονοχρωματικής ακτίνας από οπτικά αραιό προς οπτικά πυκνό μέσο, το μήκος κύματος της ανακλώμενης ακτίνας είναι

α) μεγαλύτερο από το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτίνας.
β) μικρότερο από το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτίνας.
γ) ίσο με το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτίνας.

Μονάδες 5

3. Έστω ηλεκτρικό φορτίο το οποίο εκτελεί κυκλική κίνηση, τότε το φορτίο δημιουργεί ηλεκτρομαγνητικό κύμα

α) μόνο στην περίπτωση που η κίνηση γίνεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.
β) μόνο στην περίπτωση που η κίνηση παρουσιάζει γωνιακή επιτάχυνση.
γ) σε κάθε περίπτωση ανεξάρτητα από τα αν δέχεται γωνιακή επιτάχυνση.

Μονάδες 5

4. Όταν η σταθερά απόσβεσης φθίνουσας ταλάντωσης μεγαλώνει, η συχνότητα της ταλάντωσης παρουσιάζει

α) αύξηση.
β) μείωση.
γ) παραμένει σταθερή.

Μονάδες 5

5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.

α) Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο κοντά σε μία κεραία ραδιοφωνικού σταθμού έχουν διαφορά φάσης 90^o.
β) Η ροπή αδρανείας στερεού σώματος είναι ίση για οποιοδήποτε άξονα περιστροφής του στερεού, αρκεί ο άξονας αυτός να είναι άξονας συμμετρίας.
γ) Όταν μία μάζα ταλαντώνεται στην άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης σε κάθε χρονική στιγμή ισούται με τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.
δ) Η μηχανική ενέργεια κυλίνδρου ο οποίος κυλίεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου διατηρείται σταθερή.
ε) Η ροπή ζεύγους δυνάμεων εξαρτάται από το σημείο ως προς το οποίο υπολογίζεται.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2

Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία Α και Β ιδανικού ελαστικού μέσου και δημιουργούν διαμήκη αρμονικά κύματα πλάτους A και μήκους κύματος λ, όπως στο παρακάτω σχήμα.

Στην περίπτωση αυτή όλα τα σημεία τα οποία βρίσκονται στην ευθεία που ορίζουν τα σημεία Α και Β και έξω από το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ,

α) ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.

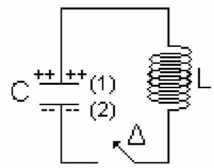
β) ταλαντώνονται με την ίδια φάση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 6

2. Στο ιδανικό κύκλωμα LC του σχήματος ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με τον οπλισμό (1) να έχει θετικά φορτία και τον οπλισμό (2) να έχει αρνητικά φορτία. Τη χρονική στιγμή μηδέν κλείνουμε το διακόπτη Δ και το κύκλωμα ταλαντώνεται με περίοδο T.



Το φορτίο στον οπλισμό (1) του πυκνωτή γίνεται για πρώτη φορά αρνητικό ακριβώς μετά τη χρονική στιγμή

α) $t = \frac{T}{2}$ **β)** $t = \frac{T}{4}$ **γ)** $t = \frac{3T}{4}$

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

3. Ομογενής, οριζόντιος κυκλικός δίσκος, ακτίνας $R = 1m$, μπορεί να περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Ο δίσκος αρχικά ηρεμεί και τη χρονική στιγμή μηδέν ασκείται σε αυτόν σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $a_\gamma = 1\frac{rad}{\sec^2}$. Στην περιφέρεια του κυκλικού δίσκου βρίσκεται καρφωμένο υλικό σημείο Α το οποίο περιστρέφεται μαζί με το στερεό σώμα. Το μέτρο της συνολικής επιτάχυνσης που δέχεται το υλικό σημείο τη χρονική στιγμή $t = 1\sec$, είναι

α) $\sqrt{2}\frac{m}{\sec^2}$ **β)** $1\frac{m}{\sec^2}$ **γ)** 0

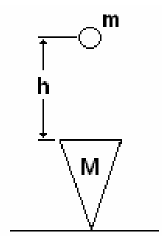
Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3

Σώμα μάζας $m = 1\text{Kg}$ πέφτει ελεύθερα από ύψος $h = 7{,}2\text{m}$ πάνω από πάσσαλο μάζας $M = 3\text{Kg}$, ο οποίος ισορροπεί κατακόρυφα στην επιφάνεια της γης όπως στο σχήμα και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με αυτόν. Δίνεται ότι η δύναμη την οποία δέχεται το συσσωμάτωμα από το έδαφος καθώς μπαίνει στη γη έχει σταθερό μέτρο $F = 100\text{N}$ και φορά κατακόρυφα προς τα πάνω.



Να υπολογιστούν:

1. Το μέτρο της ταχύτητας της μάζας m ακριβώς πριν την κρούση.

Μονάδες 5

2. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 6

3. Το βάθος στο οποίο θα εισχωρήσει το συσσωμάτωμα στο έδαφος.

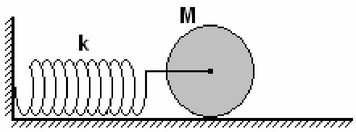
Μονάδες 7

4. Το συνολικό ποσό θερμότητας το οποίο απελευθερώνεται στο περιβάλλον κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

Μονάδες 7

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\dfrac{\mathrm{m}}{\sec^2}$.

ΘΕΜΑ 4



Ομογενής και συμπαγής κύλινδρος, μάζας $M = 200\mathrm{g}$ και ακτίνας $R = 4\mathrm{cm}$, ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το στερεό είναι συνδεδεμένο με ιδανικό οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $k = 30\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ μέσω του κυρίου άξονα συμμετρίας του (ο άξονας ο οποίος είναι κάθετος στη βάση του κυλίνδρου και διέρχεται από το κέντρο μάζας του). Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα πέριξ του άξονος συμμετρίας του χωρίς τριβές.

Το ελατήριο αρχικά βρίσκεται στην κατάσταση ελευθέρου μήκους και στη συνέχεια εκτρέπουμε τον κύλινδρο οριζόντια κατά απόσταση $A = 8\mathrm{cm}$ και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Θεωρείστε ότι σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του ο κύλινδρος κυλίεται στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.

1. Να δείξετε ότι το σύστημα ελατηρίου –κυλίνδρου θα εκτελέσει μεταφορικά απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A.

Μονάδες 6

2. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης –χρόνου της ταλάντωσης του συστήματος.

Μονάδες 6

3. Να υπολογίσετε τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου.

Μονάδες 5

4. Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης κυλίνδρου –επιπέδου είναι $\mu = 0{,}6$. Να βρείτε το άνω όριο του μεγίστου δυνατού πλάτους ταλάντωσης του συστήματος $A_{\max}$ για το οποίο δεν παρατηρείται ολίσθηση του στερεού στο οριζόντιο επίπεδο.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\dfrac{m}{\sec^2}$ και η ροπή αδρανείας του κυλίνδρου περί του άξονος περιστροφής του $I_{cm} = \dfrac{1}{2}MR^2$.

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

1. **α** **2.** **γ** **3.** **γ** **4.** **β**

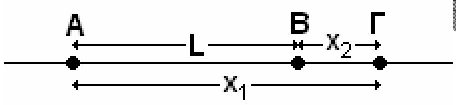
5.
- **α.** Σωστό
- **β.** Λάθος
- **γ.** Λάθος
- **δ.** Σωστό
- **ε.** Λάθος

ΘΕΜΑ 2

1. Σωστή απάντηση είναι η **(α)**.

Αιτιολόγηση:

Έστω τυχαίο σημείο Γ του ελαστικού μέσου, το οποίο βρίσκεται στην ευθεία την οποία ορίζουν οι πηγές στα σημεία Α και Β. Θεωρούμε ότι x_1 και x_2 είναι οι αποστάσεις του σημείου Γ από τις πηγές Α και Β αντίστοιχα.



Αν L είναι η σταθερή απόσταση μεταξύ των δύο πηγών, τότε $x_1 - x_2 = L$. Στο σημείο Γ παρατηρείται συμβολή των δύο κυμάτων. Η εξίσωση ταλάντωσής του δίνεται μέσω της εξίσωσης

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\pi\frac{x_1 - x_2}{\lambda}\right)\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda}\right)\right] \Rightarrow$$

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\pi\frac{L}{\lambda}\right)\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda}\right)\right].$$

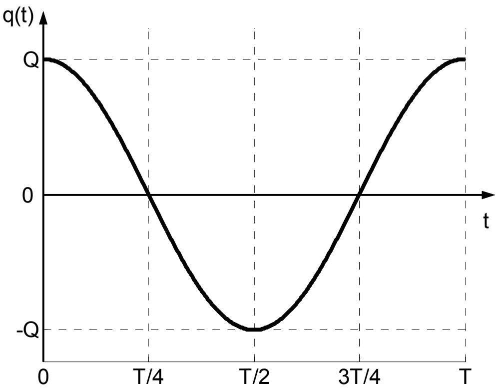
Το πλάτος ταλάντωσης του τυχαίου σημείου Γ είναι $A' = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\pi\frac{L}{\lambda}\right)$ και είναι ανεξάρτητο από τη θέση του σημείου ως προς τις δύο πηγές.

2. Σωστή απάντηση είναι η **(β)**.

Αιτιολόγηση:

Η αρχική φάση του κυκλώματος είναι μηδέν γιατί η ταλάντωση ξεκινά με μέγιστο φορτίο στους οπλισμούς του πυκνωτή. Η εξίσωση του ηλεκτρικού φορτίου με το χρόνο για τον οπλισμό (1) είναι $q(t) = Q\sigma\upsilon\nu(\omega t)$, όπου Q το μέγιστο φορτίο και ω η κυκλική συχνότητα.

Η γραφική παράσταση του φορτίου με το χρόνο δίνεται στο παρακάτω σχήμα. Παρατηρούμε ότι το φορτίο γίνεται για πρώτη φορά αρνητικό στον οπλισμό (1) μετά τη χρονική στιγμή $T/4$.



3. Σωστή απάντηση είναι η **(α)**.

Αιτιολόγηση:

Το υλικό σημείο εκτελεί κυκλική ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στην περιφέρεια του δίσκου με επιτρόχιο επιτάχυνση $a = a_\gamma R$ και κεντρομόλο επιτάχυνση $a_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$, όπου υ είναι η επιτρόχιος ταχύτητά του. Η επιτρόχιος επιτάχυνση του υλικού σημείου είναι υπεύθυνη για την μεταβολή του μέτρου της επιτρόχιας ταχύτητας και η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι υπεύθυνη για την αλλαγή της διεύθυνσης της επιτρόχιας ταχύτητας.

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης, τη χρονική στιγμή $t = 1\sec$, είναι

$$a_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = a_\gamma^2 t^2 R \Rightarrow a_\kappa = 1\frac{rad^2}{\sec^4}\cdot 1\sec^2 \cdot 1m \Leftrightarrow a_\kappa = 1\frac{m}{\sec^2}$$

και το μέτρο της επιτρόχιας επιτάχυνσης είναι

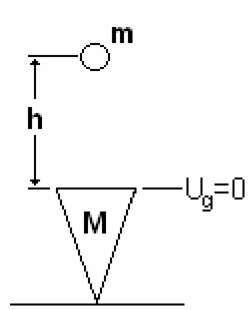
$$a = a_\gamma R \Rightarrow a = 1\frac{rad}{\sec^2}\cdot 1m \Leftrightarrow a = 1\frac{m}{\sec^2}.$$

Τα διανύσματα των επιταχύνσεων αυτών είναι μεταξύ τους κάθετα. Άρα το μέτρο της συνολικής επιτάχυνσης του υλικού σημείου, τη χρονική στιγμή $t = 1\sec$ είναι

$$a_{o\lambda} = \sqrt{a_\kappa^2 + a^2} \Rightarrow a_{o\lambda} = \sqrt{2}\,\frac{m}{\sec^2}.$$

ΘΕΜΑ 3

1. Αρχικά θα μελετήσουμε την πτώση της μάζας m από το ύψος h για να υπολογίσουμε την ταχύτητά της ακριβώς πριν την πλαστική κρούση με τον πάσσαλο. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας της μάζας θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο το οποίο διέρχεται εφαπτομενικά ακριβώς πάνω από τον πάσσαλο (δες σχήμα). Συμβολίζουμε ως θέση (1) τη θέση της μάζας στο ανώτερο ύψος και ως θέση (2) τη θέση της μάζας ακριβώς πριν την κρούση, στο επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, οπότε:



$$E_{(1)} = E_{(2)} \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{2gh}$$

Το μέτρο της ταχύτητας της μάζας ακριβώς πριν την κρούση είναι

$$\upsilon = \sqrt{2\cdot 10\frac{\mathrm{m}}{\sec^2}\cdot 7{,}2\mathrm{m}} \Leftrightarrow \upsilon = 12\frac{\mathrm{m}}{\sec}.$$

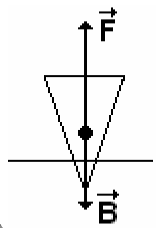
2. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων.
Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής του συστήματος ακριβώς πριν και ακριβώς μετά την κρούση:

$$p_{πριν} = p_{μετα} \Rightarrow m\upsilon = (m+M)V$$

Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση ισούται με

$$V = \frac{m}{m+M}\upsilon \Rightarrow V = \frac{1\text{Kg}}{4\text{Kg}}\cdot 12\frac{\text{m}}{\text{sec}} \Leftrightarrow V = 3\frac{\text{m}}{\text{sec}}.$$

3. Τέλος θα μελετήσουμε την κίνηση του συσσωματώματος καθώς αυτό εισέρχεται στο έδαφος. Στο σύστημα ασκούνται οι δυνάμεις του βάρους $\vec{B} = (m+M)\vec{g}$ και η σταθερή αντίσταση $\vec{F}$ από το έδαφος, οι οποίες εικονίζονται στο σχήμα.



Θα εφαρμόσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας μεταξύ της αρχικής θέσης (1) του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση και της τελικής του θέσης (2), στην οποία υποθέτουμε ότι έχει ακινητοποιηθεί αφού έχει εισχωρήσει στο έδαφος κατά απόσταση x:

$$K_{(2)} - K_{(1)} = W_B + W_F \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}(m+M)V^2 = (m+M)gx - Fx \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{(m+M)V^2}{2[F-(m+M)g]}.$$

Το βάθος στο οποίο εισχωρεί το συσσωμάτωμα είναι

$$x = \frac{4\text{Kg}\cdot 9\frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2}}{2\left[100\text{N} - 4\text{Kg}\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}\right]} \Leftrightarrow x = \frac{36\text{Nm}}{120\text{N}} \Leftrightarrow x = 0{,}3\text{m}.$$

4. Θερμότητα παράγεται κατά την πλαστική κρούση των δύο μαζών (ΔE) και από το έργο της σταθερής δύναμης της αντίστασης κατά την εισχώρηση του συσσωματώματος στο έδαφος.
Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας κατά την πλαστική κρούση

$$K_{πριν} = K_{μετα} + \Delta E \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}(m+M)V^2 + \Delta E$$

Άρα

$$\Delta E = \frac{1}{2}\left(1\text{Kg}\cdot 144\frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2} - 4\text{Kg}\cdot 9\frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2}\right) \Leftrightarrow \Delta E = 54\text{J}.$$

Το έργο της σταθερής δύναμης $\vec{F}$ δίνεται μέσω της σχέσης

$$W_F = -Fx \Rightarrow W_F = -100\text{N}\cdot 0{,}3\text{m} \Leftrightarrow W_F = -30\text{J}.$$

Άρα η συνολική θερμότητα η οποία απελευθερώνεται στο περιβάλλον ισούται με

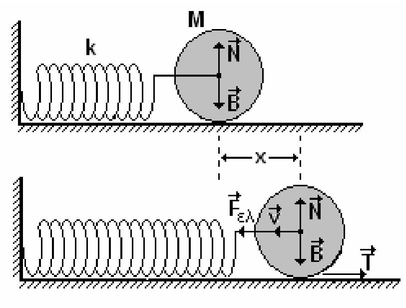
$$Q = \Delta E + |W_F| \Rightarrow Q = 54\text{J} + 30\text{J} = 84\text{J}.$$

ΘΕΜΑ 4

1. Αρχικά το σύστημα κύλινδρος –ελατήριο ισορροπεί με το ελατήριο στο ελεύθερο μήκος του. Στον κύλινδρο ασκούνται οι δυνάμεις:

- Το βάρος του $\vec{B} = M\vec{g}$ και
- Η κάθετη συνιστώσα της αντίδρασης $\vec{N}$.

Αυτή είναι η θέση ισορροπίας του κυλίνδρου για την οποία $\sum F = 0$ και $\sum \tau = 0$.



Ο κύλινδρος ξεκινά από την ηρεμία στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης A, δηλαδή με μηδενική μεταφορική και γωνιακή ταχύτητα.
Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται οι δυνάμεις οι οποίες ασκούνται στο κύλινδρο σε τυχαία θέση καθώς το στερεό κατευθύνεται προς τη θέση ισορροπίας του.
Οι δυνάμεις αυτές είναι:

- το βάρους $\vec{B} = M\vec{g}$ με σημείο εφαρμογής το κέντρο μάζας και φορά προς τα κάτω,
- η κάθετη συνιστώσα της αντίδρασης $\vec{N}$ με σημείο εφαρμογής το κέντρο μάζας και φορά προς τα πάνω,
- η δύναμη του ελατηρίου $\vec{F}_{\varepsilon\lambda} = -k\vec{x}_{cm}$ με σημείο εφαρμογής το κέντρο μάζας και φορά προς τη θέση ελευθέρου μήκους του ελατηρίου,
- η δύναμη της στατικής τριβής $\vec{T}$ με σημείο εφαρμογής το σημείο επαφής του στερεού με το οριζόντιο επίπεδο. Η ροπή της δύναμης αυτής είναι υπεύθυνη για την περιστροφή του κυλίνδρου προς τα αριστερά, οπότε η φορά της δύναμης είναι προς τα δεξιά (δες σχήμα).

Θεωρώντας θετικές απομακρύνσεις προς τα δεξιά οπότε θετικές ροπές τις δεξιόστροφες, ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα για τη μεταφορική και περιστροφική κίνηση αντίστοιχα έχει τη μορφή:

$\sum F_{x\,cm} = T - \left|F_{\varepsilon\lambda}\right| = Ma_{cm} \Rightarrow T - kx_{cm} = Ma_{cm}$ **(1)**,

$\sum F_{y\,cm} = 0 \Rightarrow N = Mg$ **(2)** και

$\sum \tau_{cm} = I_{cm}\alpha_\gamma \Rightarrow -TR = \frac{1}{2}MR^2\alpha_\gamma \Leftrightarrow T = -\frac{1}{2}MR\alpha_\gamma$ **(3)**.

Σύμφωνα με τη συνθήκη κύλισης $a_{cm} = \alpha_\gamma R$ **(4)**.

Από τις σχέσεις (1), (3) και (4) έχουμε ότι

$$-\frac{1}{2}Ma_{cm} - kx_{cm} = Ma_{cm} \Leftrightarrow a_{cm} = -\frac{2}{3}\frac{k}{M}x_{cm} \quad \textbf{(5)}.$$

Σύμφωνα με τη σχέση (5) το σώμα επιταχύνεται προς τη θέση ισορροπίας του, και η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο κέντρο μάζας του είναι $(1) \Rightarrow \sum F_{x\,cm} = -\frac{2k}{3}x_{cm}$.

Παρατηρούμε ότι η συνισταμένη των δυνάμεων είναι ανάλογη της απομάκρυνσης του κυλίνδρου από τη θέση ισορροπίας του και η φορά της είναι προς τη θέση ισορροπίας. Οπότε ο κύλινδρος εκτελεί μεταφορικά απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D_{cm} = \frac{2k}{3}$.

2. Η εξίσωση της απομάκρυνσης της μεταφορικής ταλάντωσης του κυλίνδρου με το χρόνο είναι $x_{cm}(t) = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$, όπου ω είναι η κυκλική συχνότητα και φ_0 η αρχική φάση.
Τη χρονική στιγμή μηδέν το στερεό βρίσκεται στη θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης, οπότε η αρχική του φάση είναι

$$x_{cm}(0) = A \Rightarrow A\eta\mu(\varphi_0) = A \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}.$$

Η κυκλική συχνότητα δίνεται μέσω της σχέσης $D_{cm} = M\omega^2 \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{2k}{3M}}$.

Με αντικατάσταση προκύπτει ότι $\omega = \sqrt{\frac{2 \cdot 30\mathrm{N/m}}{3 \cdot 0{,}2\mathrm{Kg}}} \Rightarrow \omega = 10\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{sec}}$.

Η εξίσωση απομάκρυνσης της μεταφορικής ταλάντωσης του κυλίνδρου με το χρόνο, στο S.I. είναι $x_{cm}(t) = 0{,}08\eta\mu\left(10\,t + \frac{\pi}{2}\right)$.

3. Ο κύλινδρος αποκτά τη μέγιστη μεταφορική του ταχύτητα στη θέση ισορροπίας του, η οποία υπολογίζεται μέσω της σχέσης $\upsilon_{cm,\max} = \omega A$.
Το στερεό κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, οπότε σε κάθε χρονική στιγμή η ταχύτητα του κέντρου μάζας του υ_{cm} συνδέεται με τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής Ω μέσω της σχέσης $\upsilon_{cm}(t) = \Omega(t)R$.
Σύμφωνα με την τελευταία σχέση η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής είναι

$$\Omega_{\max} = \frac{\upsilon_{cm,\max}}{R} \Rightarrow \Omega_{\max} = \frac{\omega A}{R} \Rightarrow \Omega_{cm} = \frac{10\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{sec}} \cdot 8\mathrm{cm}}{4\mathrm{cm}} \Leftrightarrow \Omega_{cm} = 20\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{sec}}.$$

4. Το μέτρο της στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου δίνεται μέσω των σχέσεων (3), (4) και (5): $T = -\frac{1}{2}Ma_{cm} \Rightarrow T = \frac{1}{3}kx_{cm}$.
Το μέτρο της τριβής ολίσθησης μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου δίνεται μέσω της σχέσης (2) ως $T_{o\lambda} = \mu N = \mu Mg$.
Το στερεό κυλίεται όσο το μέτρο της στατικής τριβής δεν υπερβαίνει το μέτρο της τριβής ολίσθησης, δηλαδή υπό τον περιορισμό

$$T < T_{o\lambda} \Rightarrow \frac{1}{3}kx_{cm} < \mu Mg \Leftrightarrow x_{cm} < 3\frac{\mu M}{k}g.$$

Σύμφωνα με την τελευταία σχέση η μέγιστη απομάκρυνση της ταλάντωσης δεν πρέπει να γίνεται μεγαλύτερη ή ίση με την οριακή τιμή

$$A_{\max} = 3\frac{\mu M}{k}g \Rightarrow A_{\max} = 3\frac{0{,}6 \cdot 0{,}2\mathrm{Kg}}{30\mathrm{N/m}}10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}^2} \Leftrightarrow A_{\max} = 0{,}12\mathrm{m} = 12\mathrm{cm}.$$

Επιμέλεια: Λεβέτας Στάθης

Κάνιγγος 12, πλ. Κάνιγγος
τηλ: (210) 3824659 fax: (210) 3830085