Τρίωρο Διαγώνισμα
στη Φυσική Κατεύθυνσης Γ΄ Λυκείου

Ύλη: Όλη η εξεταστέα

ΘΕΜΑ 1ο

Α. *Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής, αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δεξιά από αυτόν το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Το έργο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση
α) είναι πάντα θετικό.
β) είναι πάντα αρνητικό.
γ) σε κάποια χρονικά διαστήματα μιας περιόδου είναι θετικό και σε κάποια άλλα αρνητικό.
δ) έχει πάντα αντίθετο πρόσημο από το πρόσημο του έργου της δύναμης επαναφοράς.

(Μονάδες 5)

2. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, προκύπτει απλή αρμονική ταλάντωση σταθερού πλάτους μόνο όταν οι επιμέρους ταλαντώσεις έχουν
α) ίσες συχνότητες.
β) παραπλήσιες συχνότητες.
γ) διαφορετικές συχνότητες.
δ) συχνότητες που η μία είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της άλλης.

(Μονάδες 5)

3. Ένα στερεό σώμα στρέφεται γύρω από ένα σταθερό άξονα. Αν η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του σώματος υποδιπλασιαστεί, τότε η κινητική του ενέργεια
α) θα υποτετραπλασιαστεί.
β) θα υποδιπλασιαστεί.
γ) θα τετραπλασιαστεί.
δ) δεν θα μεταβληθεί.

(Μονάδες 5)

4. Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ. Στην πορεία συγκρούεται μετωπικά με άλλο σώμα και επιστρέφει κινούμενο με ταχύτητα μέτρου 3υ. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι

α) 0 **β)** 2mυ **γ)** 3mυ **δ)** 4mυ.

(Μονάδες 5)

Β. *Να χαρακτηρίσετε στο φύλλο απαντήσεων τις παρακάτω προτάσεις με το γράμμα **Σ**, όσες από αυτές είναι σωστές, και με το γράμμα **Λ**, όσες από αυτές είναι λανθασμένες.*

1) Η επιλογή ενός σταθμού σε ραδιοφωνικό δέκτη στηρίζεται στο φαινόμενο του συντονισμού.

2) Σε ένα στάσιμο κύμα τα υλικά σημεία με μηδενικό πλάτος ταλάντωσης ονομάζονται δεσμοί του στάσιμου κύματος.

3) Η ροπή αδράνειας εκφράζει στη μεταφορική κίνηση ό,τι εκφράζει η μάζα στη στροφική κίνηση.

4) Σε κάθε κρούση η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται παραμένει σταθερή.

5) Με τη βοήθεια του φαινόμενου Doppler στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα βγάζουμε συμπεράσματα για την ταχύτητα με την οποία κινείται ένα άστρο σε σχέση με τη Γη.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2^o

Α. Θεωρούμε έναν αρμονικό ταλαντωτή, στον οποίο εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς $F = -k \cdot x$ ενεργεί και δύναμη αντίστασης της μορφής $F' = -b \cdot υ$ (b = σταθ. > 0). Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ο ταλαντωτής έχει ενέργεια E_o και πλάτος A_o . Το ποσοστό μεταβολής της ενέργειας του ταλαντωτή από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t = \frac{\ell n5}{Λ}$ ($Λ$ = συντελεστής απόσβεσης > 0) είναι

α. 75%

β. 80%

γ. 96%

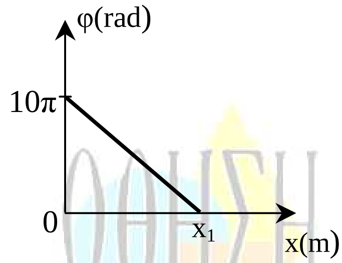
i) Να επιλέξετε το σωστό.

(Μονάδες 2)

ii) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 5)

Β. Τρέχον αρμονικό κύμα μήκους κύματος λ διαδίδεται προς τα δεξιά χωρίς αρχική φάση. Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της φάσης των σημείων του μέσου διάδοσης σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή $t=t_1$.



Για την θέση x_1 ισχύει:

α) $x_1=5\lambda$.

β) $x_1=4\lambda$.

γ) $x_1=3\lambda$.

i) Να επιλέξετε το σωστό.

(Μονάδες 2)

ii) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)

Γ. Η εξίσωση του ηλεκτρικού πεδίου ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος δίνεται από τη σχέση

$$E(x,t) = 20\eta\mu\left[2\pi\left(9\cdot10^{11}t - 3\cdot10^{3}x\right)\right] \quad \text{στο S.I.}$$

α) Το κύμα διαδίδεται σε οπτικό μέσο με δείκτη διάθλασης $n>1$.

β) Το κύμα διαδίδεται στο κενό.

γ) Τα στοιχεία δεν είναι αρκετά για να αποφανθούμε, είναι απαραίτητη και η αντίστοιχη εξίσωση του μαγνητικού πεδίου.

i) Να επιλέξετε το σωστό.

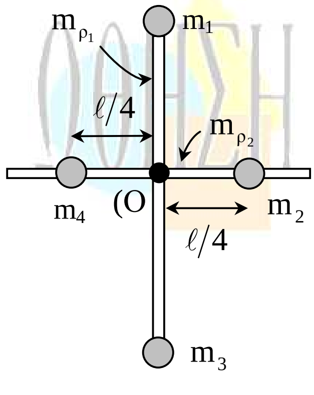
(Μονάδες 2)

ii) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)

Δίνεται η ταχύτητα των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο κενό $c=3\cdot10^8$m/s.

Δ. Στη διάταξη του διπλανού σχήματος η κάθε σφαίρα θεωρείται υλικό σημείο μάζας m. Οι δυο ράβδοι έχουν μάζα 2m και μήκος ℓ. Αν η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της δίνεται από τη σχέση $I_{cm} = \dfrac{m_\rho \cdot \ell^2}{12}$, να βρείτε τη συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς άξονα που περνάει από το Ο κάθετο στο επίπεδο του σχήματος.



(Μονάδες 6)

<u>ΘΕΜΑ 3ο</u>

Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Θεωρούμε ως t=0 τη στιγμή που αρχίζει να ταλαντώνεται το σημείο O(x=0). Η ταλάντωση του σημείου O εκτελείται χωρίς αρχική φάση, ενώ το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά. Ένα υλικό σημείο A βρίσκεται στη θέση x_A=1m. Η εξίσωση απομάκρυνσης – χρόνου για το σημείο A είναι

$$y_A = 0{,}02\eta\mu(10\pi t - 2\pi) \quad (SI)$$

α) Να γίνει η γραφική παράσταση της φάσης του σημείου A σε συνάρτηση με το χρόνο.

(Μονάδες 6)

β) Να υπολογίσετε τον αριθμό των κυμάτων που φθάνουν στο σημείο A ανά μονάδα χρόνου.

(Μονάδες 6)

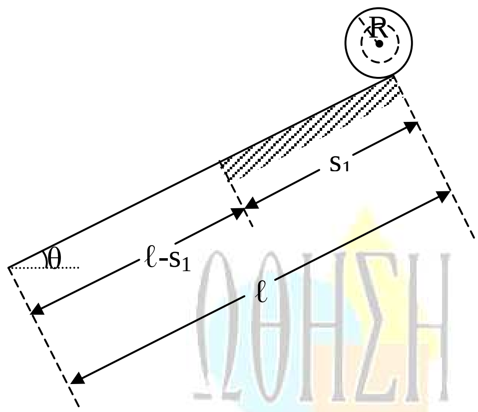
γ) Τις χρονικές στιγμές που το σημείο A βρίσκεται σε θέση με απομάκρυνση y = 0,01m να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσής του.

(Μονάδες 7)

δ) Τις προηγούμενες χρονικές στιγμές να υπολογίσετε την απομάκρυνση του σημείου O(x=0).

(Μονάδες 6)

<u>ΘΕΜΑ 4ο</u>



Μια σφαίρα μάζας M = 5Kg και ακτίνας R = 0,25m, που στο εσωτερικό της έχει μια σφαιρική κοιλότητα ακτίνας r (0<r<R) γύρω από το κέντρο συμμετρίας της, αφήνεται τη χρονική στιγμή t = 0 ελεύθερη να κινηθεί από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης θ (ημθ = 0,8) και μήκους ℓ = 11,5m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Κοντά στην κορυφή το κεκλιμένο επίπεδο είναι τραχύ, οπότε αρχικά η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και τη στιγμή t = t_1, που έχει διανύσει μήκος s_1 = 10R, εισέρχεται σε περιοχή όπου το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο, με το κέντρο μάζας της να έχει ταχύτητα υ_{cm}=5m/s.

Α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της κοίλης σφαίρας ως προς άξονα παράλληλο προς το κεκλιμένο επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας της. (Ο τύπος για τη ροπή αδράνειας του κυλιόμενου στερεού δεν θεωρείται γνωστός.)

(Μονάδες 6)

Β. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής της, όταν αυτή κινείται και στο τραχύ και στο λείο κεκλιμένο επίπεδο.

(Μονάδες 6)

Γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής της μετά 0,4s από την είσοδο της σφαίρας στην περιοχή όπου το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο.

(Μονάδες 6)

Δ. Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο από τη στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 που η σφαίρα φτάνει στο τέλος του κεκλιμένου επιπέδου και να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών της σφαίρας από τη στιγμή $t = 0$ που αυτή αφέθηκε ελεύθερη έως τη στιγμή $t = t_2$ που έφτασε στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

(Μονάδες 7)

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

Ευχόμαστε Επιτυχία !!!

Επαναληπτικό Διαγώνισμα σε όλη την εξεταστέα ύλη

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α.

1. → **β)**

2. → **α)**

3. → **α)**

4\. → **δ)**

Β.

1) → **Σ**

2) → **Σ**

3) → **Λ**

4) → **Λ**

5) → **Σ**

ΘΕΜΑ 2ο

Α. i) Σωστό είναι το γ.

ii) *Αιτιολόγηση*:

Η ενέργεια της φθίνουσας ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t=0 είναι:

$$E_o = \frac{1}{2}kA_o^2 \quad (1)$$

Το πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο. Δηλαδή ισχύει: $A = A_o e^{-\Lambda t}$, οπότε για $t = \frac{\ell n5}{\Lambda}$ είναι

$$A = A_o e^{-\Lambda\frac{\ell n5}{\Lambda}} \quad ή \quad A = A_o e^{-\ell n5} \quad ή \quad A = \frac{A_o}{e^{\ell n5}} \quad ή \quad A = \frac{A_o}{5}.$$

Η ενέργεια της ταλάντωσης για $t = \frac{\ell n5}{\Lambda}$ είναι:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \quad ή \quad E = \frac{1}{2}k\frac{A_o^2}{25} \quad ή \quad E = \frac{1}{25}\frac{1}{2}kA_o^2,$$

οπότε σύμφωνα με τη σχέση (1), προκύπτει $E = \frac{1}{25}E_o$ (2).

Για το ποσοστό μεταβολής της ενέργειας έχουμε

$$\Pi = \frac{E - E_o}{E_o}\cdot 100\% \overset{(2)}{\Rightarrow} \Pi = \frac{\frac{E_o}{25} - E_o}{E_o}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi = \frac{-\frac{24}{25}E_o}{E_o}\cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi = -\frac{24}{25}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi = -24\cdot 4\% \Rightarrow \boxed{\Pi = -96\%}.$$

Β. i) Σωστό είναι το **α**.

ii) <u>*Αιτιολόγηση*</u>:

Γνωρίζουμε ότι $\varphi(x,t) = 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$.

Από το διάγραμμα βλέπουμε ότι για $x = 0 \Rightarrow \varphi = 10\pi\ \text{rad} \Rightarrow 10\pi = 2\pi\frac{t}{T} \Rightarrow t = 5T$.

Επίσης για $x = x_1 \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow 0 = 2\pi(\frac{5T}{T} - \frac{x_1}{\lambda}) \Rightarrow 5 = \frac{x_1}{\lambda} \Rightarrow \boxed{x_1 = 5\lambda}$

Γ. i) Σωστό είναι το **β**.

ii) Η εξίσωση του ηλεκτρικού πεδίου ενός Η/Μ κύματος δίνεται από τη σχέση:

$$E(x,t) = E_{max} \cdot \eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

Επομένως: $\frac{t}{T} = 9 \cdot 10^{11} t \overset{f=\frac{1}{T}}{\Rightarrow} f = 9 \cdot 10^{11}\ \text{Hz}$ και $-\frac{x}{\lambda} = -3 \cdot 10^3 x \Rightarrow \lambda = \frac{1}{3} \cdot 10^{-3}\ \text{m}$

Από τη Θεμελιώδη εξίσωση της Κυματικής έχουμε:

$$\upsilon = f \cdot \lambda = 9 \cdot 10^{11} \frac{1}{\text{sec}} \cdot \frac{1}{3} \cdot 10^{-3}\text{m} \Rightarrow \upsilon = 3 \cdot 10^8\ \text{m/s} \equiv c.$$

Άρα το Η/Μ κύμα διαδίδεται στο κενό.

Δ. Η συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος θα είναι:

$$I^{(O)}_{\sigma\upsilon\sigma\tau.} = I_{\rho_1} + I_{\rho_2} + I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

Αλλά: $I_{\rho_1} = I_{\rho_2} = \frac{m_\rho \cdot \ell^2}{12} = \frac{2m \cdot \ell^2}{12} = \frac{m \cdot \ell^2}{6}$

$I_1 = I_3 = m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{m\ell^2}{4}$

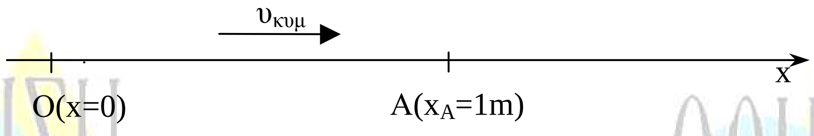
$I_2 = I_4 = m\left(\frac{\ell}{4}\right)^2 = \frac{m \cdot \ell^2}{16}$

Επομένως:

$$I^{(O)}_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = 2 \cdot \frac{m \cdot \ell^2}{6} + 2 \cdot \frac{m \cdot \ell^2}{4} + 2 \cdot \frac{m \cdot \ell^2}{16} = m \cdot \ell^2\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right) = m \cdot \ell^2\ \frac{8+12+3}{24} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{I^{(O)}_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \frac{23}{24} m\ell^2}$$

ΘΕΜΑ 3ο



Για την εξίσωση του κύματος ισχύει:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \ ,$$

οπότε με σύγκριση προκύπτουν διαδοχικά οι εξής πληροφορίες:

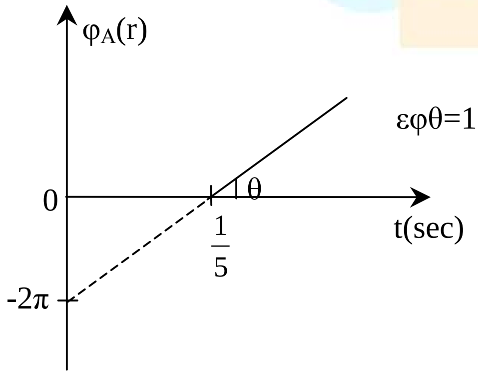
$$\left.\begin{array}{l} y_A = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_A}{\lambda}\right) \Rightarrow y_A = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_A}{\lambda}\right). \\ \text{όμως} \quad y_A = 0{,}02\eta\mu(10\pi t - 2\pi) \Rightarrow y_A = 0{,}02\eta\mu 2\pi(5t - 1) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = 0{,}02m \ , \quad \frac{t}{T} = 5t \Rightarrow T = \frac{1}{5}s \quad \text{ή} \quad f = 5Hz \quad \text{και} \quad \frac{1}{\lambda} = 1 \Rightarrow \lambda = 1m \,.$$

α) Για τη γραφική παράσταση φάσης – χρόνου για το σημείο Α δουλεύουμε ως εξής:

$$\varphi_A(t) = 10\pi t - 2\pi = 2\pi(5t - 1) \ (SI) \quad \text{ή}$$

$$\varphi_A = \begin{cases} 0 \ , & t < \frac{1}{5}s \\ 2\pi(5t-1) \ , & t \geq \frac{1}{5}s \end{cases}$$



$$\varepsilon\varphi\theta = 10\pi\frac{r}{s} = \omega$$

β) Ο αριθμός των κυμάτων που φθάνουν σε ένα σημείο του μέσου ανά μονάδα χρόνου είναι η συχνότητα. Δηλαδή $\boxed{f = 5 \ \text{κύματα}/\sec = 5Hz}$

γ) Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση του υλικού σημείου Α (θεωρούμε υλικό σημείο μάζας m).

$$E_T = U_T + K = \sigma\tau\alpha\theta. \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}Dy^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow$$

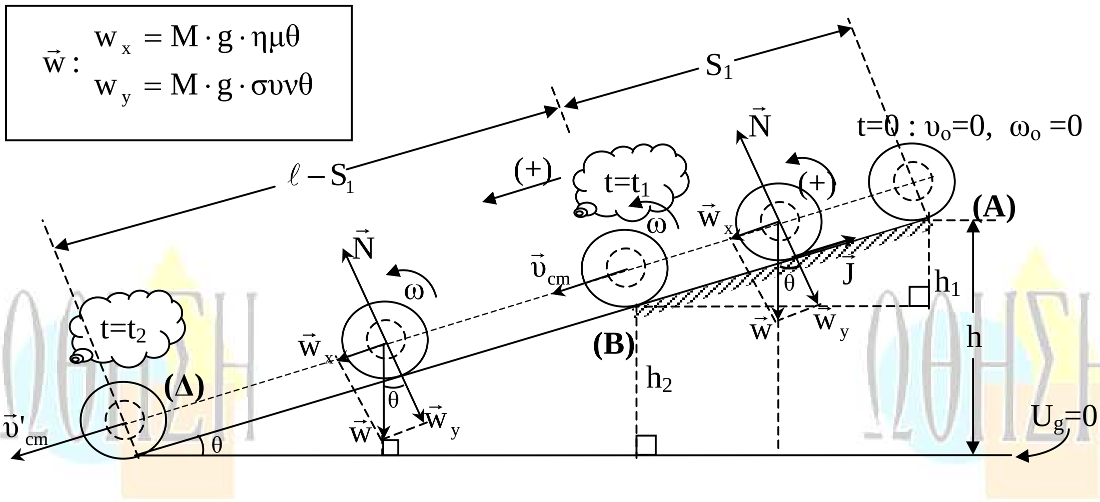
$$\overset{D=m\omega^2}{\Rightarrow} m\omega^2A^2 = m\omega^2y^2 + m\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon^2 = \omega^2(A^2 - y^2) \Rightarrow |\vec{\upsilon}| = \omega\sqrt{(A^2 - y^2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\vec{\upsilon}| = 2\pi f\sqrt{(A^2 - y^2)} \Rightarrow \boxed{|\vec{\upsilon}| = 0{,}1\pi\sqrt{3}\,m/s}$$

δ) Παρατηρούμε ότι η απόσταση μεταξύ των σημείων Ο και Α είναι ίση με ένα μήκος κύματος λ (x_A = 1m = λ). Επειδή το μήκος κύματος μπορεί να οριστεί και ως η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών υλικών σημείων του μέσου που έχουν την ίδια απομάκρυνση και κινούνται κατά την ίδια φορά (ταλαντώνονται σε συμφωνία φάσης), ισχύει: $\boxed{y_{(x=0)} = y_{(x=x_A)} = 0{,}01\text{m}}$.

<u>ΘΕΜΑ 4^o</u>

$$\vec{w}: \begin{array}{l} w_x = M\cdot g\cdot \etaμθ \\ w_y = M\cdot g\cdot συνθ \end{array}$$



A. Αφού το σφαιρικό στερεό μεταξύ των θέσεων Α και Β κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, ισχύουν οι εξισώσεις:

$$x = x_{cm} = R\cdot φ \text{ (1)},\ υ_{cm} = R\cdot ω \text{ (2) και } α_{cm} = R\cdot α_{γων} \text{ (3)}$$

Αφού η στατική τριβή $\vec{J}$ δεν παράγει συνολικά έργο, εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. μεταξύ των θέσεων Α και Β. Δηλαδή :

$$Mgh + 0 + 0 = Mgh_2 + \frac{1}{2}Mυ_{cm}^2 + \frac{1}{2}Iω^2 \overset{(2)}{\Rightarrow}$$

$$\overset{(2)}{\Rightarrow} Mg(h - h_2) = \frac{1}{2}Mυ_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\frac{υ_{cm}^2}{R^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Mgh_1 = \frac{1}{2}υ_{cm}^2(M + \frac{I}{R^2}) \Rightarrow 2Mg\cdot S_1\cdot ημθ = \frac{υ_{cm}^2}{R^2}(I + MR^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I + MR^2 = 2MgS_1\frac{R^2}{υ_{cm}^2}ημθ \Rightarrow I = MR^2(\frac{2gS_1}{υ_{cm}^2}ημθ - 1) \text{ ή}$$

$$I = MR^2(\frac{2\cdot 10\cdot 10\frac{1}{4}}{5^2}\cdot\frac{8}{10} - 1) \text{ ή } \boxed{I = \frac{3}{5}MR^2 = \frac{3}{16}\text{Kg}\cdot\text{m}^2} \text{ (4)}$$

Β. Για το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής $\frac{d\vec{L}}{dt}$ έχουμε

Α→Β: $\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau = \tau_J = J \cdot R$ (5)

Β→Δ: $\boxed{\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau' = 0}$, επειδή δεν υπάρχει πια τριβή.

Για την κίνηση του στερεού μεταξύ των θέσεων Α και Β έχουμε:

- $\Sigma F_x = M \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow Mg\eta\mu\theta - J = M\alpha_{cm}$ (6)
- $\Sigma\tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \overset{(4)}{\underset{(3)}{\Rightarrow}} J \cdot R = \frac{3}{5}MR^2\frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow J = \frac{3}{5}M\alpha_{cm}$ (7)

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (6) και (7) προκύπτει:

$$\frac{Mg\eta\mu\theta - J}{J} = \frac{5}{3} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \frac{5 \cdot 10 \cdot 0{,}8 - J}{J} = \frac{5}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 40 - 3J = 5J \Rightarrow 120N = 8J \Rightarrow J = 15N$$

Επιστρέφοντας στην (5) υπολογίζουμε ότι $\boxed{\frac{dL}{dt} = 3{,}75\frac{Kg \cdot m^2}{s^2}}$.

Γ. Η γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας τη στιγμή που διέρχεται από το τραχύ στο λείο κεκλιμένο επίπεδο είναι

$$(2) \rightarrow \omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R} \Rightarrow \omega = \frac{5}{0{,}25}\frac{r}{s} \quad \text{ή} \quad \omega = 20\frac{r}{s}$$

Μετά το πέρασμα της κοίλης σφαίρας στη λεία περιοχή του πλαγίου επιπέδου είναι Στ΄=0, οπότε και $\alpha'_{\gamma\omega\nu} = 0$, δηλαδή $\omega = \omega(t_1) = 20r/s$ = σταθ. Επομένως για τη στροφορμή της σφαίρας στην περιοχή όπου το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο έχουμε:

$$L' = I \cdot \omega_{(t_1)} = \sigma\tau\alpha\theta. \quad \text{ή} \quad L' = I \cdot \omega = \frac{3}{16}20\frac{Kg \cdot m^2}{s} \quad \text{ή} \quad \boxed{L' = 3{,}75\frac{Kg \cdot m^2}{s}}.$$

Δ. Η γωνιακή επιτάχυνση του κυλιόμενου στερεού μεταξύ των σημείων Α(t=0) και Β($t = t_1$) είναι

$$(3) \rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{R}, \text{ αλλά } \alpha_{cm} = \frac{5J}{3M} = 5\frac{m}{s^2}, \text{ οπότε } \alpha_{\gamma\omega\nu} = 20\frac{r}{s^2}.$$

Άρα $\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu}\, t \Rightarrow \omega = 20 \cdot t,\ 0 \le t \le t_1$.

Η χρονική στιγμή $t = t_1$ βρίσκεται ως εξής:

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}} = 1s.$$

Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του στερεού α'_{cm} μεταξύ των σημείων Β και Δ είναι $\alpha'_{cm} = \frac{\Sigma F'_x}{M} = \frac{w_x}{M} = \frac{Mg\eta\mu\varphi}{M} = g\eta\mu\varphi = 8m/s^2$

Με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. (Β→Δ) μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα υ'_{cm} στη θέση Δ της τροχιάς του στερεού. Δηλαδή:

$$\frac{1}{2}M\upsilon'^2_{cm} - \frac{1}{2}M\upsilon^2_{cm} = Mgh_2 + 0 \Rightarrow \upsilon'^2_{cm} = \upsilon^2_{cm} + 2gh_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon'^2_{cm} = \upsilon^2_{cm} + 2g(\ell - S_1)\eta\mu\theta \Rightarrow \upsilon'^2_{cm} = [25 + 2\cdot 10(11{,}5 - 10\cdot 0{,}25)\cdot 0{,}8]\frac{m^2}{s^2}$$

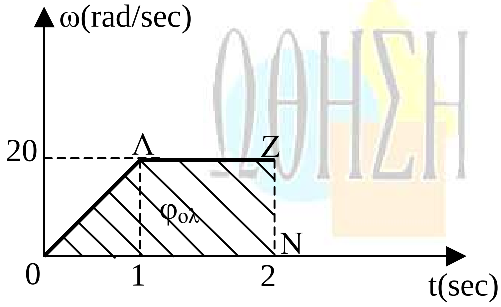
$$\Rightarrow \upsilon'^2_{cm} = 169\frac{m^2}{s^2} \Rightarrow \upsilon'_{cm} = 13m/s\,.$$

Επομένως για τη χρονική στιγμή t_2 έχουμε:

$$\upsilon'_{cm} = \upsilon_{cm} + \alpha'_{cm}(t_2 - t_1) \quad ή \quad 13 = 5 + 8(t_2 - 1) \quad ή \quad t_2=2sec.$$

Για τη συνάρτηση ω = ω(t) έχουμε

$$\omega = \begin{cases} 20\cdot t, & 0 \le t \le 1s \\ 20, & 1s \le t \le 2s \end{cases} \quad (S.I.)$$



Σύμφωνα με το διάγραμμα ω-t έχουμε για τη συνολική γωνία στροφής της ακτίνας μιας κατακόρυφης τομής του σφαιρικού στερεού:

$$\varphi_{o\lambda} = E\mu\beta._{(O\Lambda ZN)} = \frac{2-1+2-0}{2}\cdot 20\,r = 30\,r\,.$$

Για το συνολικό αριθμό περιστροφών $N_{o\lambda}$ της σφαίρας ισχύει:

$$N_{o\lambda} = \frac{\varphi_{o\lambda}}{2\pi} = \frac{30}{2\pi} \quad ή \quad \boxed{N_{o\lambda} = \frac{15}{\pi}\pi\varepsilon\rho.}$$