

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β'

Θέμα 1^ο

Οδηγία: Στις ερωτήσεις 1-3 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με ίδια διεύθυνση και θέση ισορροπίας που περιγράφονται από τις εξισώσεις (στο SI) $x_1 = \sqrt{3} \eta\mu(\omega t + \varphi_1)$ και $x_2 = 1 \eta\mu(\omega t + \varphi_2)$, όπου $\varphi_2 > \varphi_1$. Αν η συνισταμένη ταλάντωση έχει πλάτος 2m και αρχική φάση φ_3 , τότε:

- α. $\varphi_3 - \varphi_1 = \frac{\pi}{3}$ β. $\varphi_3 - \varphi_2 = \frac{\pi}{6}$ γ. $\varphi_3 - \varphi_1 = \frac{\pi}{6}$ δ. $\varphi_3 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$

(Μονάδες 5)

2. Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο δημιουργείται στάσιμο κύμα, που περιγράφεται από την εξίσωση $y = 4 \sigma\upsilon\nu \frac{\pi x}{8} \eta\mu 40\pi t$ (x και y σε cm και t σε s). Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένη;

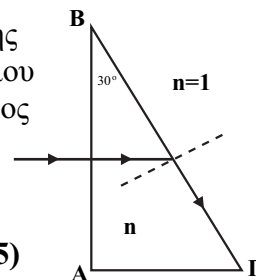
- α. Η περίοδος ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου είναι $T = 0,05s$
 β. Το σημείο που βρίσκεται στη θέση $x = 22cm$ είναι δεσμός
 γ. Υπάρχουν σημεία που ταλαντώνονται με πλάτος 3cm
 δ. Η απόσταση μεταξύ ενός δεσμού και της επόμενης κοιλίας μπορεί να είναι 5cm.

(Μονάδες 5)

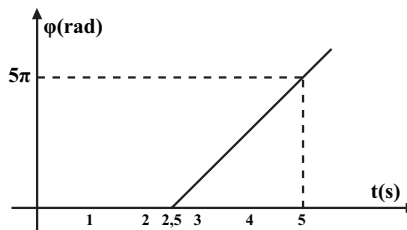
3. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η πορεία μιας μονοχρωματικής ακτίνας η οποία προσπίπτει κάθετα στην πλευρά AB ορθογώνιου πρίσματος με γωνία $B = 30^\circ$. Ο δείκτης διάθλασης του πρίσματος για τη συγκεκριμένη ακτίνα είναι:

- α. 6/5 β. 3/2 γ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ δ. 2

(Μονάδες 5)



4. Αρμονικό κύμα διαδίδεται σε γραμμικό μέσο κατά τη θετική κατεύθυνση στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης σημείου M



($x_M=0,5\text{m}$) σε συνάρτηση με το χρόνο. Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου M είναι $A=0,1\text{m}$

Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις με το γράμμα Σ (Σωστή) ή Λ (Λανθασμένη).

α. το μήκος κύματος είναι 20cm.

β. Αν το σημείο M έχει μάζα $2 \cdot 10^{-6}\text{Kg}$ τότε η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης που εκτελεί είναι $2\pi^2 \cdot 10^{-2}\text{J}$.

γ. Ο λόγος της ταχύτητας διάδοσης του κύματος προς τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου M είναι $1/\pi$.

δ. Τη χρονική στιγμή $t=3,5\text{s}$ το σημείο M έχει διανύσει συνολικό διάστημα 0,4m καθώς ταλαντώνεται

ε. Το σημείο M βρίσκεται σε αντίθετη φάση με το σημείο O που βρίσκεται στη θέση $x=0$. **(Μονάδες 5)**

5. Στον παρακάτω πίνακα, η αριστερή στήλη περιέχει πληροφορίες για την θέση και την ταχύτητα ενός σώματος το οποίο εκτελεί Γ.Α.Τ, την χρονική στιγμή $t=0$. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με την αρχική φάση της ταλάντωσης που βρίσκεται στη δεξιά στήλη.

A. $t=0, \quad x=0, \quad v<0$	1. $\frac{11\pi}{6}$ rad
B. $t=0, \quad x = -\frac{A}{2}, \quad v>0$	2. $\frac{\pi}{3}$ rad
Γ. $t=0, \quad x = +\frac{A\sqrt{3}}{2}, \quad v>0$	3. $\frac{3\pi}{2}$
Δ. $t=0, \quad x = +\frac{A\sqrt{2}}{2}, \quad v<0$	4. π rad
E. $t=0, \quad x=-A, \quad v=0$	5. $\frac{3\pi}{4}$ rad

(Μονάδες 5)

Θέμα 2^ο

1. Δύο ιδανικά κυκλώματα LC (1) και (2) με πυκνωτές που έχουν την ίδια χωρητικότητα ($C_1=C_2$) διεγείρονται με δύο διαφορετικές τάσεις V και 3V αντίστοιχα και εκτελούν ηλεκτρικές ταλαντώσεις με περιόδους T_1 και $T_2=2T_1$ αντίστοιχα.

Α. Ο λόγος της ολικής ενέργειας E_1 του κυκλώματος (1), προς την ολική ενέργεια E_2 του κυκλώματος (2) είναι:

ι) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{3}$ ιι) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{6}$ ιιι) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{9}$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση και δικαιολογήστε την επιλογή σας.

(Μονάδες 1+4)

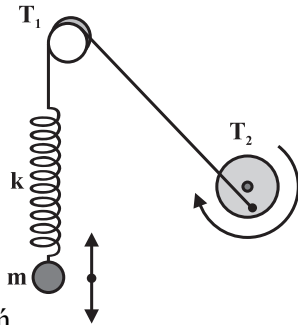
B. Ο λόγος της μέγιστης έντασης του ρεύματος I_1 στο κύκλωμα (1) προς την μέγιστη ένταση του ρεύματος I_2 στο κύκλωμα (2) είναι:

ι) $\frac{I_1}{I_2} = \frac{3}{2}$ ιι) $\frac{I_1}{I_2} = \frac{2}{3}$ ιιι) $\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{3}$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση και δικαιολογήστε την επιλογή σας.

(Μονάδες 1+4)

2. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα σύστημα που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Το ελατήριο έχει σταθερά $k=162\text{N/m}$ και το σώμα έχει μάζα $m=0,5\text{Kg}$. Το σώμα σε χρόνο $t=10\pi$ s διέρχεται 90 φορές από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.



A. Η κυκλική συχνότητα του διεγέρτη – τροχού είναι:

ι) 9rad/s ιι) 18rad/s ιιι) 17rad/s

Επιλέξτε την σωστή απάντηση και δικαιολογήστε την επιλογή σας.

(Μονάδες 1+4)

B. Για να έρθει το σύστημα σε κατάσταση συντονισμού πρέπει η συχνότητα f_δ του διεγέρτη – τροχού

- ι) Να αυξηθεί κατά 100%
- ιι) να μειωθεί κατά 50%
- ιιι) να παραμείνει αμετάβλητη

Επιλέξτε την σωστή απάντηση και δικαιολογήστε την επιλογή σας. (Μονάδες 1+4)

3. Να εξετάσετε, αν το παρακάτω ζεύγος εξισώσεων έντασης E ηλεκτρικού πεδίου και έντασης B μαγνητικού πεδίου, περιγράφει ηλεκτρομαγνητικό κύμα που

διαδίδεται στο κενό

$$\left. \begin{aligned} E &= 300 \eta\mu(12\pi \cdot 10^{10} t - 400\pi x) \\ B &= 10^{-6} \eta\mu\pi(12 \cdot 10^{10} t - 4 \cdot 10^2 x) \end{aligned} \right\} (S.I)$$

(για το κενό δίνεται: $c = 3 \cdot 10^8 \text{m/s}$)

(Μονάδες 5)

Θέμα 3^ο

Στην ήρεμη επιφάνεια ενός υγρού, δύο σύγχρονες πηγές O_1 και O_2 εκτελούν ΓΑΤ με εξίσωση $y=A\eta\omega t$ παράγοντας αρμονικά κύματα, μήκους κύματος $\lambda=0,1\text{m}$. Η απόσταση O_1O_2 είναι $d=1\text{m}$. Το σημείο M της επιφάνειας του υγρού απέχει απόσταση x_1 από την O_1 και x_2 από την O_2 όπου $x_2>x_1$. Το τρίγωνο O_1MO_2 είναι ορθογώνιο με $\hat{M}=90^\circ$. Η εξίσωση ταλάντωσης του σημείου M μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων σε αυτό είναι $y=0,02\eta\mu 2\pi(10t-7)$ (στο SI).

α. Να υπολογιστεί η ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων **(Μονάδες 5)**

β. Να υπολογιστούν οι αποστάσεις x_1 και x_2 . **(Μονάδες 6)**

γ. να υπολογιστεί το συνολικό διάστημα που διανύει κάθε πηγή σε χρόνο $t=10\text{s}$ **(Μονάδες 6)**

δ. Στο σημείο N του τμήματος O_1O_2 , που απέχει από την πηγή O_1 απόσταση

$x_1'=\frac{31}{60}\text{m}$, υπάρχει ένα σημειακό κομμάτι ξύλου μάζας $m=2\cdot 10^{-6}\text{Kg}$. Να

υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης του μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων σ αυτό. Δίνεται: $\pi^2=10$ **(Μονάδες 5)**

Θέμα 4^ο

Ιδανικό ελατήριο σταθεράς $K=200\text{N/m}$ δένεται με το πάνω άκρο του σε οροφή ενώ στο κάτω άκρο του στερεώνεται σώμα μάζας $m=0,5\text{Kg}$. Όταν το ελατήριο βρίσκεται στη θέση του φυσικού του μήκους τη στιγμή $t=0$, εκτοξεύουμε το σώμα

κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου $v_1=\sqrt{3}/2\text{ m/s}$

α) Να δείξετε ότι το σώμα εκτελεί ΓΑΤ **(Μονάδες 5)**

β) Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά προς τα πάνω **(Μονάδες 6)**

γ) Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα

ι) σε συνάρτηση με τη στιγμιαία απομάκρυνση x από την $\Theta\Gamma$ και

ii) σε συνάρτηση με το χρόνο t . **(Μονάδες 8)**

δ) Ποιο είναι το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος τη στιγμή που αυτό βρίσκεται σε θέση τέτοια ώστε η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου να είναι ίση με το $1/9$ της

$U_{\text{ελ,max}}$ **(Μονάδες 6)**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα 1^ο

$$(A')^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu(\phi_2 - \phi_1) \Rightarrow \phi_2 - \phi_1 = \frac{\pi}{2}$$

1 → γ

$$\varepsilon\phi(\phi_3 - \phi_1) = \frac{A_2\eta\mu(\phi_2 - \phi_1)}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu(\phi_2 - \phi_1)} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \phi_3 - \phi_1 = \frac{\pi}{6}$$

2 → β

$$\left. \begin{array}{l} y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu\omega t \\ y = 4\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{8}\eta\mu 40\pi t \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{σύγκριση}} A = 2\text{cm}, \lambda = 16\text{cm}, \omega = 40\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

α ΣΩΣΤΟ $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 0,05\text{s}$

β ΛΑΘΟΣ Θέσεις δεσμών: $x_\delta = (2N+1)\frac{\lambda}{4}$ άρα

$x_{\delta 1} = 4\text{cm}$ $x_{\delta 2} = 12\text{cm}$ $x_{\delta 3} = 20\text{cm}$ $x_{\delta 4} = 28\text{cm}$

γ ΣΩΣΤΟ $0 \leq A' \leq 2A \Rightarrow 0 \leq A' \leq 4\text{cm}$

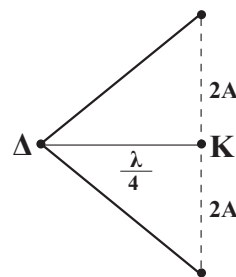
δ ΣΩΣΤΟ Ελάχιστη απόσταση δεσμού-επόμενης κοιλίας:

$$\frac{\lambda}{4} = 4\text{cm}$$

Μέγιστη απόσταση:

$$\sqrt{\left(\frac{\lambda}{4}\right)^2 + (2A)^2} = 4\sqrt{2}\text{cm} \cong 5,66\text{cm}$$

Άρα η απόσταση (ΔΚ) μπορεί να είναι κάποια στιγμή ίση με 5cm



3 → δ

νόμος Snell: $n \eta\mu\theta_\alpha = 1 \eta\mu 90^\circ \xrightarrow{\theta_\alpha = 30^\circ} n = 2$

4 α → ΣΩΣΤΟ

$$\phi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{0,5}{\lambda} \right) \begin{cases} \xrightarrow[t=2,5s]{\phi=0} \\ \xrightarrow[t=5s]{\phi=5\pi} \end{cases} \text{λύση συστήματος: } T = 1s, \lambda = 0,2m$$

$$\beta \rightarrow \text{ΛΑΘΟΣ } U_{\max} = \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 A^2 \Rightarrow U_{\max} = 4\pi^2 10^{-8} J$$

$$\gamma \rightarrow \text{ΣΩΣΤΟ } \frac{v}{v_{\max}} = \frac{\lambda f}{\omega A} = \frac{\lambda f}{2\pi f A} \Rightarrow \frac{v}{v_{\max}} = \frac{1}{\pi}$$

$$\delta \rightarrow \text{ΣΩΣΤΟ πλήθος ταλαντώσεων: } N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{3,5s - 2,5s}{1s} = 1$$

$$\text{Συνολικό διάστημα: } S_{\text{ολ}} = N 4A \Rightarrow S_{\text{ολ}} = 0,4m$$

$$\epsilon \rightarrow \text{ΣΩΣΤΟ } \Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} = 2\pi \frac{0,5m - 0m}{0,2m} \Rightarrow \Delta\phi = 5\pi$$

5 A → 4 B → 1 Γ → 2 Δ → 5 E → 3

Θέμα 2°

1. A σωστό το (ii) Αιτιολόγηση: $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2} C_1 V^2}{\frac{1}{2} C_2 (3V)^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{9}$

B σωστό το (ii) Αιτιολόγηση:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\omega_1 Q_1}{\omega_2 Q_2} = \frac{\frac{2\pi}{T_1} C_1 V}{\frac{2\pi}{T_2} C_2 3V} = \frac{T_2}{3T_1} = \frac{2T_1}{3T_1} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{2}{3}$$

2. A σωστό το (i) Αιτιολόγηση: Αφού περνάει 90 φορές από την Θ.Ι κάνει N=45 ταλαντώσεις

$$\text{Άρα } f = \frac{N}{t} = \frac{45}{10\pi} = \frac{9}{2\pi} \text{ Hz και } \omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 9 \frac{\text{rad}}{s}$$

B σωστό το (i) Αιτιολόγηση: η ιδιοσυχνότητα είναι $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{18}{2\pi} \text{ Hz}$

Για να έχουμε συντονισμό πρέπει $f_{\text{διεγ}} = f_0$

δηλ. από $\frac{9}{2\pi} \text{ Hz}$ να γίνει $\frac{18}{2\pi} \text{ Hz}$, άρα πρέπει να αυξηθεί κατά 100%

3.

$$\left. \begin{aligned} E &= 300 \eta\mu(12\pi 10^{10}t - 400\pi x) \\ B &= 10^{-6} \eta\mu\pi(12 10^{10}t - 4 10^2 x) \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} E &= 310^2 \eta\mu 2\pi(6 10^{10}t - 2 10^2 x) \\ B &= 10^{-6} \eta\mu 2\pi(6 10^{10}t - 2 10^2 x) \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow E_{\text{max}} = 310^2 \frac{N}{C}, \quad B_{\text{max}} = 10^{-6} T, \quad f = 6 10^6 \text{ Hz}, \quad \lambda = \frac{1}{2 10^2} m$$

ι) Είναι $\varphi_E = \varphi_B = 2\pi(6 10^{10}t - 2 10^2 x)$ ιι) $\lambda f = 3 10^8 \frac{m}{s} = c$

ιιι) $\frac{E_{\text{max}}}{B_{\text{max}}} = 3 10^8 \frac{m}{s} = c$

Ικανοποιούνται και οι τρεις συνθήκες, οπότε αποτελούν εξισώσεις ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

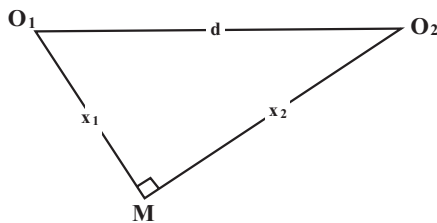
Θέμα 3°

α.

$$\left. \begin{aligned} y &= 2 A \sigma \nu \nu \pi \frac{x_2 - x_1}{\lambda} \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1 - x_2}{2\lambda} \right) \\ y &= 0,02 \eta\mu 2\pi (10t - 7) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{σύγκριση}} \left\{ \begin{aligned} T &= \frac{1}{10} s, \text{ άρα } f = 10 \text{ Hz} \\ \frac{x_1 + x_2}{2\lambda} &= 7 \Rightarrow x_1 + x_2 = 1,4 \quad (1) \end{aligned} \right.$$

Άρα $v = \lambda f \Rightarrow v = 1 \frac{m}{s}$

β.



$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 &= 1,4 \\ x_1^2 + x_2^2 &= d^2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow[\text{λύση συστήματος}]{x_2 > x_1} \boxed{x_1 = 0,6m}, \quad \boxed{x_2 = 0,8m}$$

γ. Είναι: $2A\sigma\upsilon\pi\frac{x_2-x_1}{\lambda} = 0,02 \Rightarrow A = 0,01m.$

Πλήθος ταλαντώσεων: $N = \frac{t}{T} = 100 \text{ ταλ.}$

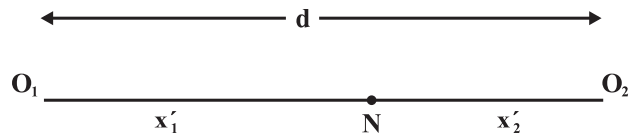
Σε μια ταλάντωση, κάθε πηγή διανύει διάστημα $S=4A=0,04m.$

Οπότε το συνολικό διάστημα για $N=100\text{ταλ.}$ θα είναι $S_{\text{ολ}}=N \cdot 4A \Rightarrow \boxed{S_{\text{ολ}}=4m}$

δ. Είναι: $x_1' = \frac{31}{60}m$ και

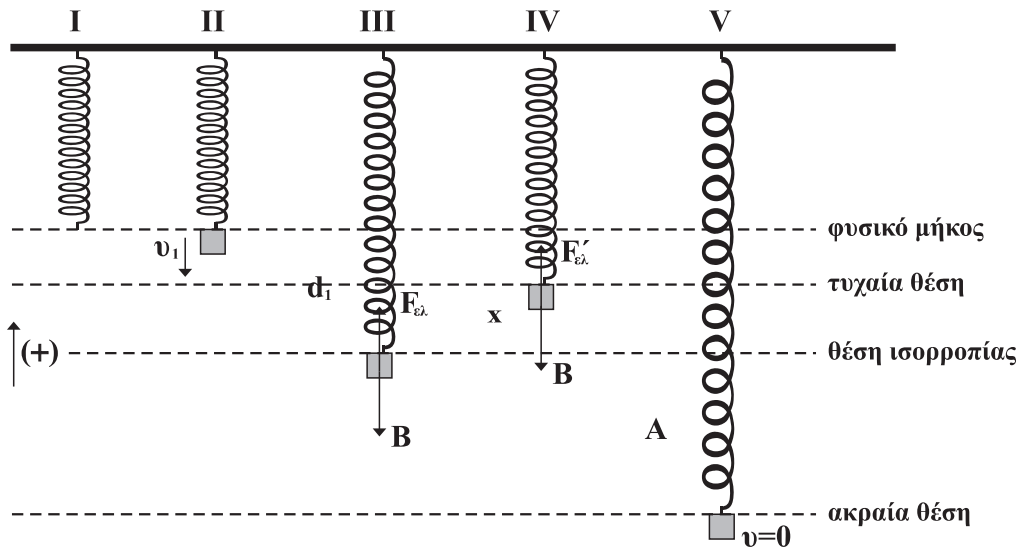
$x_2' = d - x_1' \Rightarrow x_2' = \frac{29}{60}m$

$A'_N = 2A\sigma\upsilon\pi\frac{x_1'-x_2'}{\lambda} \Rightarrow A'_N = 0,01m$



Έτσι η ενέργεια ταλάντωσης του ξύλου είναι: $E = \frac{1}{2}m\omega^2 A_N'^2 \Rightarrow \boxed{E = 4 \cdot 10^{-7} J}$

Θέμα 4^ο



α. Στην θέση ισορροπίας (III) είναι: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\epsilon\lambda} = B \Rightarrow kd_1 = mg \Rightarrow d_1 = \frac{1}{40}m$

Στην τυχαία θέση (IV) που απέχει $x > 0$ από την Θ.Ι είναι:

$\Sigma F = F_{\epsilon\lambda}' - B = k(d_1 - x) - mg = kd_1 - kx - mg \Rightarrow \boxed{\Sigma F = -kx}$

Άρα εκτελεί Γ.Α.Τ με $D=k$ και περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{10} s$ και

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = 20 \frac{rad}{s}$$

β. ΑΔΕΤ για τις θέσεις (II) \rightarrow (V) $\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kd_1^2 = 0 + \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A = \frac{1}{20}m$

$$x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0) \xrightarrow[x=d_1=\frac{1}{40}m]{t=0} \eta\mu\phi_0 = \frac{1}{2} \xrightarrow{0 \leq \phi_0 \leq 2\pi} \left\{ \begin{array}{l} \phi_0 = \frac{\pi}{6} \quad (v > 0) \\ \phi_0 = \frac{5\pi}{6} \quad (v < 0) \text{ δεκτή} \end{array} \right.$$

Η εξίσωση απομάκρυνσης είναι

$$x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow x = \frac{1}{20}\eta\mu(20t + \frac{5\pi}{6}) \quad (SI) \quad (1) \quad \text{και } \eta$$

$$\text{εξίσωση ταχύτητας } v = \omega A \sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow v = 1\sigma\upsilon\nu(20t + \frac{5\pi}{6}) \quad (SI)$$

γ. ι) Στην θέση (IV) είναι:

$$\Sigma F = -kx \Rightarrow F_{ελ} - B = -kx \Rightarrow F_{ελ} = mg - kx \Rightarrow F_{ελ} = 5 - 200x \quad (SI)$$

$$\text{ii) } \left. \begin{array}{l} F_{ελ} = 5 - 200x \\ x = \frac{1}{20}\eta\mu(20t + \frac{5\pi}{6}) \end{array} \right\} \rightarrow F_{ελ} = 5 - 10\eta\mu(20t + \frac{5\pi}{6}) \quad (SI)$$

δ. Είναι: $\frac{U_{ελατ}}{U_{ελατ,max}} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}k\Delta l^2}{\frac{1}{2}k\Delta l_{max}^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \Delta l = \pm \frac{\Delta l_{max}}{3} \xrightarrow{\Delta l_{max}=d_1+A=\frac{3}{40}m} \Delta l = \pm \frac{1}{40}m$

Αυτό συμβαίνει όταν η απομάκρυνση από την Θ.Ι είναι

$$x = d_1 + \Delta l = \frac{1}{40} \pm \frac{1}{40} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{20}m \\ x_2 = 0m \end{array} \right.$$

Για την Γ.Α.Τ είναι $a = -\omega^2 A\eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow a = -\omega^2 x \xrightarrow{\omega=20\frac{rad}{s}} a = -400x \quad (SI)$

$$\text{Έτσι έχουμε τελικά: } a = -400x \begin{cases} \xrightarrow{x_1 = \frac{1}{20}m} \boxed{a_1 = -20 \frac{m}{s^2}} \\ \xrightarrow{x_2 = 0} \boxed{a_2 = 0 \frac{m}{s^2}} \end{cases}$$

Επιμέλεια: Βλαχόπουλος Άρης