

**Απαντήσεις Θεμάτων**

**ΘΕΜΑ Α**

A1. δ

A2. γ

A3. α

A4. δ

A5. α) Λ β) Σ γ) Σ δ) Σ ε) Λ

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.**

Σωστή είναι η απάντηση ii.

Στη θέση Ισορροπίας ισχύει:  $\Sigma F = 0 = F_{\epsilon\lambda} = W \Rightarrow k \cdot y = mg$   
 $\Rightarrow y = \frac{mg}{K}$  (1)

Επειδή το σώμα αφήνεται με μηδενική ταχύτητα στην Θ.Φ.Μ, η απόσταση  $y$  αποτελεί και πλάτος της ταλάντωσης συνεπώς η μέγιστη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας θα είναι  $2y = 2A = 2 \frac{mg}{K}$  άρα η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου

επιτυγχάνεται στην κάτω ακραία θέση της Α.Α.Τ. όπου η παραμόρφωση του ελατηρίου είναι:  $2A = 2 \frac{mg}{K}$

$$U_{max} = \frac{1}{2} K \cdot (2A)^2 = \frac{1}{2} K 4A^2 = \frac{1}{2} K 4 \frac{m^2 g^2}{K^2} = \frac{2m^2 A^2}{K}$$

**B2.**

Σωστή είναι η απάντηση iii.

Από την εξίσωση συνέχειας προκύπτει:  $\Pi_A = \Pi_\Gamma \Rightarrow$

$$A_A v_A = A_\Gamma v_\Gamma$$

όπου  $A_A, A_\Gamma$  τα εμβαδά των διατομών στα σημεία  $A$  και  $\Gamma$  και  $v_A, v_\Gamma$  οι αντίστοιχες ταχύτητες.

Από την εξίσωση Bernoulli μεταξύ του σημείου  $B$  και του σημείου  $\Gamma$ , θεωρώντας επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας στον πυθμένα του δοχείου, έχουμε:

$$P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho \cdot g \cdot 5h = P_\Gamma + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho \cdot g \cdot h$$

$$P_{atm} + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho \cdot g \cdot 5h = P_{atm} + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow (1)$$

$$\rho \cdot g \cdot 5h = \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow 4\rho gh = \frac{1}{2} \rho v_A^2 \Rightarrow v_A^2 = \sqrt{8gh} \Rightarrow v_A = 2\sqrt{2gh}$$

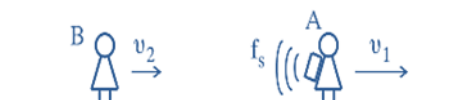
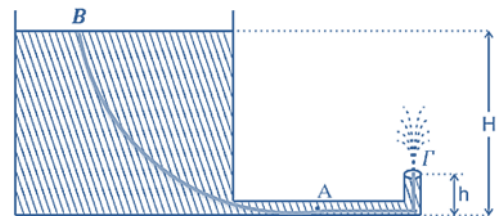
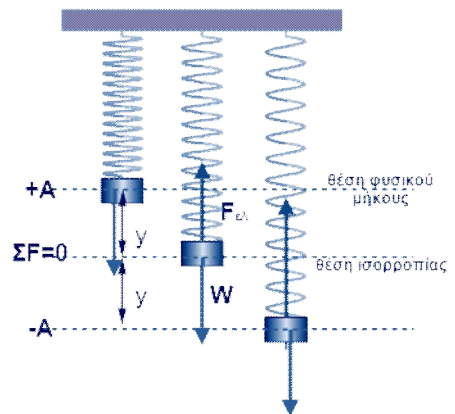
**B3.**

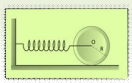
Σωστή είναι η απάντηση ii.

Από τον τύπο του φαινομένου Doppler ο παρατηρητής  $B$  πλησιάζει και η πηγή που είναι στην πλάτη του παρατηρητή  $A$  απομακρύνεται, επομένως ισχύει:

$$f_B = \frac{v_{\eta\chi} + v_2}{v_{\eta\chi} + v_1} f_s \Rightarrow f_B = \frac{v_{\eta\chi} + \frac{v_{\eta\chi}}{10}}{v_{\eta\chi} + \frac{10}{5}} f_s \Rightarrow f_B = \frac{\frac{10 \cdot v_{\eta\chi} + v_{\eta\chi}}{10} + \frac{10}{5}}{\frac{10 \cdot v_{\eta\chi} + v_{\eta\chi}}{10} + \frac{10}{5}} f_s$$

$$\Rightarrow f_B = \frac{\frac{11 \cdot v_{\eta\chi}}{10}}{\frac{10 \cdot v_{\eta\chi} + v_{\eta\chi}}{10}} f_s \Rightarrow f_B = \frac{5 \cdot 11 \cdot v_{\eta\chi}}{10 \cdot 6 \cdot v_{\eta\chi}} f_s \Rightarrow$$





$$f_B = \frac{11 \cdot v_{\eta\chi}}{2 \cdot 6 \cdot v_{\eta\chi}} f_s = \frac{11 \cdot v_{\eta\chi}}{12 \cdot v_{\eta\chi}} f_s$$

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Από την εκφώνηση γνωρίζουμε ότι  $\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 0,8 \text{ sec}$ .

Σε χρόνο ίσο με  $\frac{T}{2}$  το κύμα έχει διαδοθεί κατά  $\frac{\lambda}{2}$ , οπότε  $\lambda = 8 \text{ cm} = 0,08 \text{ m}$ .

Επίσης, από την ενέργεια ταλάντωσης έχουμε:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \Leftrightarrow \frac{2E}{m \omega^2} = A^2 \Rightarrow \frac{10 \pi^2 \cdot 10^{-7}}{10^{-6} \cdot 2,5^2 \cdot \pi^2} = A^2 \Leftrightarrow A = \frac{1}{2,5} \Rightarrow A = 0,4 \text{ m}$$

Άρα το πλάτος ταλάντωσης είναι  $A = 0,4 \text{ m}$

**Γ2.** Η εξίσωση του αρμονικού κύματος είναι:  $y =$

$$0,4 \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{0,8} - \frac{x}{0,08} \right) \text{ με } y, x \text{ σε m και } t \text{ σε sec}$$

Τη χρονική στιγμή  $t_x = 1,4 \text{ sec}$  το κύμα έχει διαδοθεί κατά  $\Delta x = v t$ , με ταχύτητα

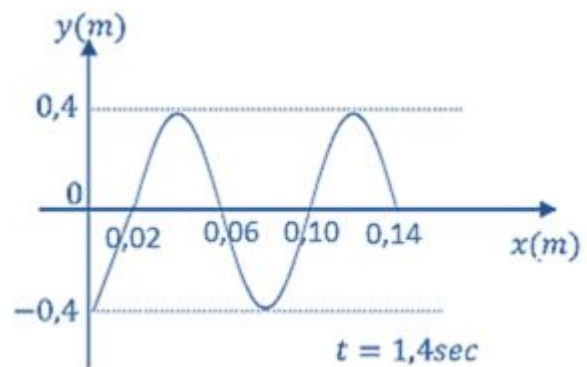
$$v = \lambda \cdot f = \lambda \frac{1}{T} = 0,08 \frac{1}{0,8} = 0,1 \text{ m/sec. Άρα}$$

$$\Delta x = 0,1 \cdot 1,4 = 0,14 \text{ m}$$

$$\Delta x = K \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \Delta x = K \frac{\lambda}{4} \Rightarrow 0,14 \text{ m} = K \frac{0,08}{4}$$

$$\Rightarrow 0,14 \text{ m} = K 0,02 \text{ m} \Rightarrow K = 7 (\lambda / 4) = 1,75 \text{ κύματα}$$

Το στιγμιότυπο του κύματος φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.



**Γ3.** Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ για την ταλάντωση της στοιχειώδους μάζας.

$$\frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 y^2 + K \Rightarrow K = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 - \frac{1}{2} m \omega^2 y^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - y^2) \Rightarrow$$

$$K = \frac{1}{2} \cdot 10^{-6} \cdot 2,5^2 \pi^2 \left( \frac{16}{100} - \frac{4}{100} \right) \Rightarrow K = 37,5 \pi^2 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

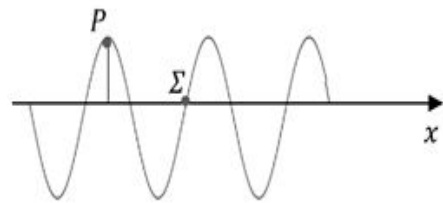
$$\mathbf{\Gamma 4.} \Delta \varphi = \varphi_P - \varphi_\Sigma = \frac{3\pi}{2} \text{ rad} = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} \Rightarrow \Delta x = 3 \frac{\lambda}{4}$$

Όπως φαίνεται από το στιγμιότυπο  $y_\Sigma = 0$ .

$$\text{Αν } y_P = +A \text{ ισχύει: } A = +A \eta \mu \varphi_P \Rightarrow \varphi_P = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Συνεπώς } \varphi_\Sigma = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} = 2k\pi - \pi$$

$$\text{Οπότε } v_\Sigma = \omega A \sin(2k\pi - \pi) = \omega A \sin \pi = -\omega A = -2,5\pi \cdot 0,4 = -\pi \text{ m/s}$$



### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Ο δίσκος δέχεται το βάρος  $w$  στο κέντρο μάζας και την τάση του νήματος στο σημείο Z. Εφαρμόζοντας το 2ο Νόμο του Νεύτωνα για την μεταφορική κίνηση του δίσκου και τη περιστροφική οπότε έχουμε:

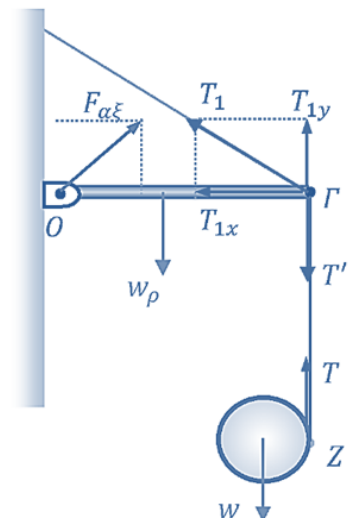
$$\text{Μεταφορική: } \Sigma F_y = m \cdot a_{cm} \Rightarrow w - T = m \cdot a_{cm} \Rightarrow mg - T = m \cdot a_{cm} \quad (1)$$

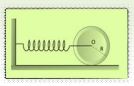
$$\text{Περιστροφική: } \Sigma \tau = I \cdot \alpha \Rightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} m R^2 \cdot \alpha$$

Καθώς,  $\alpha_{cm} = R \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$  προκύπτει:

$$T \cdot R = \frac{1}{2} m R^2 \cdot \alpha \Rightarrow T = \frac{1}{2} m \cdot a_{cm} \quad (2)$$

Προσθέτουμε κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) οπότε προκύπτει:





$$mg - T = m \cdot a_{cm} \Rightarrow mg - \frac{1}{2}m \cdot a_{cm} = m \cdot a_{cm} \Rightarrow mg = \frac{3}{2}m \cdot a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{2g}{3} = \frac{20}{3} \text{ m/s}^2$$

**Δ2.** Το άκρο Γ δέχεται τη δύναμη Γ, από το νήμα -που είναι συνδεδεμένο με το δίσκο- που είναι ίση κατά μέτρο και αντίθετη κατά κατεύθυνση με την  $T$  καθώς το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό.  
Άρα:  $T' = T$ .

$$\text{Ομως } T = \frac{1}{2}m \cdot a_{cm} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{20}{3} = \frac{20}{3} \text{ N} = T'$$

Η ράβδος δέχεται τις παρακάτω δυνάμεις στο άκρο Γ την τάση του νήματος (έστω  $T_1$ ) από το νήμα, το βάρος της και τη δύναμη  $F_{αρ}$  από την άρθρωση και στο σημείο Γ επίσης την  $T'$ .

Η ράβδος ισορροπεί άρα ως προς το άκρο Α για τις αλγεβρικές τιμών των ροπών ισχύει:

$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow \tau_{T'} + \tau_{T_1} + \tau_w + \tau_{F_{αρ}} = 0$$

Θεωρώντας θετική φορά αντίθετη από τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού έχουμε προκύπτει:

$$-T' L - w \frac{L}{2} + T_1 \cdot L + 0 \Rightarrow -\frac{20}{3} \cdot \frac{40}{2} + T_1 \eta \mu \varphi = 0 \Rightarrow T_1 \cdot 0,8 = \frac{80}{3} \Rightarrow T_1 = \frac{100}{3} \text{ N}$$

**Δ3.** Από τη στιγμή που κόβεται το νήμα και μετά, ο δίσκος δέχεται μόνο το βάρος, το οποίο καθώς ασκείται στο cm δε δημιουργεί ροπή. (Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.)

Άρα,  $\Sigma \tau = 0$ . Επομένως η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου μετά το κόψιμο του νήματος διατηρείται σταθερή.

Η στροφορμή του δίσκου δίνεται από τη σχέση:  $L = I \cdot \omega = \frac{1}{2}mR^2\omega$ .

Το κέντρο μάζας του δίσκου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, άρα:

$$h_1 = \frac{1}{2}a_{cm}t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{a_{cm}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{3}{10}}{\frac{20}{3}}} = \sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{3}{10} = 0,3 \text{ s}$$

$t_1$  είναι η στιγμή που κόβεται το νήμα. Οπότε:

$$v_{cm1} = a_{cm}t_1 = \frac{20}{3} \cdot \frac{3}{10} = 2 \text{ m/s}$$

Τελικά η στροφορμή τη στιγμή που κόβεται το νήμα είναι:

$L = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,1 \cdot 2 = 0,2 \text{ kgm}^2/\text{s}$  Η στροφορμή αυτή παραμένει σταθερή και μετά το κόψιμο του νήματος.

**Δ4.** Η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφικής κίνησης μετά το κόψιμο του νήματος είναι σταθερή και ίση με την κινητική ενέργεια λόγω περιστροφικής κίνησης τη στιγμή που κόπηκε το νήμα:

$$K_{περ} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mR^2\omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}m(R^2\omega_1^2) = \frac{1}{4}mv_{cm1}^2 = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 2^2 = 2 \text{ J}$$

όπου  $v_{cm1}$  η ταχύτητα του κέντρου μάζας τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

Μετά το κόψιμο του νήματος το κέντρο μάζας του δίσκου εκτελεί κατακόρυφη βολή προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα την  $v_{cm1} = 2 \text{ m/s}$  και επιτάχυνση  $g = 10 \text{ m/s}^2$  (ασκείται μόνο το βάρος του δίσκου). Άρα  $v_{cm2} = v_{cm1} + g \cdot \Delta t = 2 + 10 \cdot 0,1 = 3 \text{ m/s}$

Οπότε η κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης είναι:  $K_{μετ} = \frac{1}{2}mv_{cm2}^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 = 9 \text{ J}$

$$\text{Συνεπώς } \frac{K_{περ}}{K_{μετ}} = \frac{2}{9}$$

