γραπτή εξέταση στο μάθημα

ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Τάξη: Γ΄ Λυκείου	**Τμήμα:**	**Βαθμός:**
Ονοματεπώνυμο:		
Καθηγητές:	**ΑΤΡΕΙΔΗΣ ΓΙΩΡΓΟΣ**	

ΘΕΜΑ 1ο

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Σε κάθε απλή αρμονική ταλάντωση

α. ☐ η μέγιστη κινητική ενέργεια είναι ίση με τη μέγιστη δυναμική.
β. ☐ η δύναμη επαναφοράς είναι ανάλογη με την ταχύτητα.
γ. ☐ η επιτάχυνση είναι ανάλογη με την ταχύτητα.
δ. ☐ η ταχύτητα είναι ανάλογη της απομάκρυνσης.

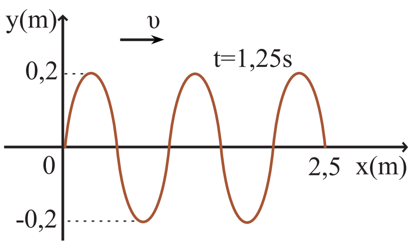
Μονάδες 5

2. Ιδανικό κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις με συχνότητα f. Για να διπλασιάσουμε τη συχνότητα ταλάντωσης του κυκλώματος πρέπει.

α. ☐ Να τετραπλασιάσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή, κρατώντας ταυτόχρονα σταθερό το συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου.
β. ☐ Να διπλασιάσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή, υποδιπλασιάζοντας ταυτόχρονα το συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου.
γ. ☐ Να υποτετραπλασιάσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή, διπλασιάζοντας ταυτόχρονα το συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου.
δ. ☐ Να υποδιπλασιάσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή, υποδιπλασιάζοντας ταυτόχρονα το συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου.

Μονάδες 5

3. Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος μιας χορδής με εξίσωση $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$. Τη χρονική στιγμή t=1,25s το στιγμιότυπο του κύματος φαίνεται στο σχήμα. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι



α. ☐ 1m/s
β. ☐ 1,25m/s
γ. ☐ 2m/s
δ. ☐ 4m/s

Μονάδες 5

4. Δυο σύγχρονες πηγές κυμάτων Α και Β που βρίσκονται σε φάση, ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια ενός υγρού με πλάτος Α. Οι πηγές δημιουργούν εγκάρσια αρμονικά κύματα τα οποία διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού. Τα κύματα συμβάλουν σε όλη την επιφάνεια του υγρού.

Ένα σημείο Σ απέχει από το σημείο Α απόσταση $r_1 = \frac{17\lambda}{6}$ **και από το σημείο Β** $r_2 = \frac{20\lambda}{6}$ **όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων.**
Το σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού είναι

α. ☐ σημείο ενίσχυσης του κύματος.
β. ☐ σημείο που ταλαντώνεται με πλάτος $\frac{\sqrt{3}}{2}A$.
γ. ☐ σημείο που ταλαντώνεται με πλάτος Α.
δ. ☐ σημείο απόσβεσης του κύματος.

Μονάδες 5

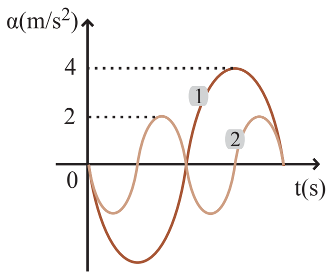
5. Στις παρακάτω προτάσεις σημειώστε με Σ τις σωστές και με Λ τις λάθος.

α. ☐ Το ορατό φως ανήκει στο φάσμα των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.
β. ☐ Ένα ιδανικό κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση. Η ενέργεια της ταλάντωσής του είναι ίση με $\frac{1}{2}Q^2C$, όπου Q το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή και C η χωρητικότητα του πυκνωτή.
γ. ☐ Σε μια φθίνουσα ταλάντωση ο ρυθμός με τον οποίο χάνει ενέργεια το σώμα που ταλαντώνεται, δεν είναι σταθερός.
δ. ☐ Ένα σώμα Σ κάνει ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Η απομάκρυνση του σώματος κάθε χρονική στιγμή είναι ανάλογη του χρόνου.
ε. ☐ Το στιγμιότυπο ενός στάσιμου κύματος μας δίνει την απομάκρυνση ενός σημείου του ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με το χρόνο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

1. Δυο σώματα ίσης μάζας εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση με ενέργειες E_1 και E_2 αντίστοιχα. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η μεταβολή της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο για κάθε σώμα. Ο λόγος των ενεργειών των δυο σωμάτων είναι.



α. ☐ $\frac{E_1}{E_2} = 1$ **β.** ☐ $\frac{E_1}{E_2} = 4$

γ. ☐ $\frac{E_1}{E_2} = 8$ **δ.** ☐ $\frac{E_1}{E_2} = 16$

i) Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

ii) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

2. Ένα σώμα έχει αρχική ενέργεια $E_o = 100J$, αρχικό πλάτος A_o και εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση. Το έργο της δύναμης αντίστασης μετά από Ν ταλαντώσεις είναι $W_T = 96J$. Τότε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος μετά από τις Ν ταλαντώσεις είναι

α. $\frac{A_o}{4}$. **β.** $\frac{A_o}{5}$. **γ.** $\frac{4A_o}{9}$.

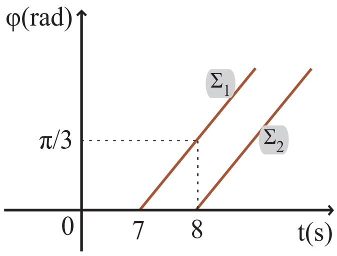
i) Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 1

ii) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 3

3. Το άκρο Ο μιας χορδής μεγάλου μήκους αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ χωρίς αρχική φάση.
Πάνω στη χορδή δημιουργείται εγκάρσιο αρμονικό κύμα το οποίο διαδίδεται στην κατεύθυνση του άξονα Οx.



Στο σχήμα φαίνεται πως μεταβάλλεται η φάση δυο σημείων Σ_1 και Σ_2 της χορδής σε συνάρτηση με το χρόνο. Για τις ταχύτητες των δυο σημείων τη χρονική στιγμή $t = 8\,s$ ισχύει

α. $\upsilon_1 > \upsilon_2$ **β.** $\upsilon_1 = \upsilon_2$ **γ.** $\upsilon_1 < \upsilon_2$

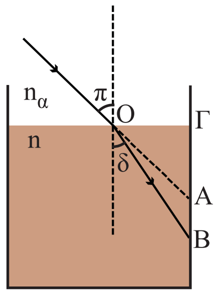
i) Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

ii) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

4. Μονοχρωματική ακτίνα φωτός πέφτει στη διαχωριστική επιφάνεια υγρού και αέρα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η γωνία πρόσπτωσης είναι π, η γωνία διάθλασης είναι δ, το μήκος στην προέκταση της προσπίπτουσας ακτίνας μέχρι το κατακόρυφο τοίχωμα του δοχείου είναι ΟΑ και το μήκος στη διεύθυνση της διαθλώμενης ακτίνας μέχρι το τοίχωμα του δοχείου είναι ΟΒ. Αν η γωνία πρόσπτωσης π αυξάνεται, τότε ο λόγος $\frac{OA}{OB}$

α. αυξάνεται. **β.** μειώνεται. **γ.** παραμένει σταθερός.

i) Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 1

ii) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 3ο

Υλικό σημείο Σ εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, οι οποίες γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις:

$$x_1 = A\eta\mu\omega t \quad \text{και} \quad x_2 = A\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$$

με $A = 4\,\text{cm}$ και $\omega = 10\,\text{rad/s}$.

α) Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το Σ.

Μονάδες 6

β) Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του Σ και να υπολογισθεί η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{15}\,\text{s}$ μετά από τη στιγμή t=0.

Μονάδες 6

γ) Να υπολογισθεί ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{\pi}{120}\,\text{s}$.

Μονάδες 7

δ) Πόση είναι η απομάκρυνση εξαιτίας της πρώτης ταλάντωσης όταν η φάση της ταλάντωσης του σημείου Σ είναι $\frac{9\pi}{6}$ rad.

Μονάδες 6

Δίνονται: $ημ\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $συν\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $ημ\frac{\pi}{4} = συν\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $ημ\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $συν\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

ΘΕΜΑ 4ο

Ένα τεντωμένο οριζόντιο σχοινί ΟΑ μήκους L εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x. Το άκρο του Α είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση $x = L$, ενώ το άκρο Ο που βρίσκεται στη θέση $x = 0$ είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Στη θέση $x = 0$ εμφανίζεται κοιλία και το σημείο του μέσου στη θέση αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σημείο $x = 0$ βρίσκεται στη θέση μηδενικής απομάκρυνσης κινούμενο κατά τη θετική φορά. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης αυτού του σημείου του μέσου είναι $0{,}1\ \text{m}$. Το συγκεκριμένο σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο και απέχει κατά τον άξονα x απόσταση $0{,}1\ \text{m}$ από τον πλησιέστερο δεσμό.

α) Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος.

Μονάδες 3

β) Να υπολογίσετε το μήκος L.

Μονάδες 3

γ) Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.

Μονάδες 4

δ) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της ταλάντωσης του σημείου του μέσου $x = 0$ κατά τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας έχει τιμή $y = +0{,}03\ \text{m}$.

Μονάδες 4

ε) Να υπολογίσετε το λόγο των μέγιστων κινητικών ενεργειών δυο σημείων που βρίσκονται στα σημεία $x_1 = 0{,}2\,\text{m}$ και $x_2 = 0{,}15\,\text{m}$ κατά την ταλάντωσή τους.

Μονάδες 6

στ) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή $t = \frac{4}{30}\,\text{s}$.

Μονάδες 5

Δίνεται: $\pi = 3{,}14$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ Γ' κατεύθυνσης

ΘΕΜΑ 1ο

1. → α **2.** → δ **3.** → γ **4.** → δ **5.** → Σ, Λ, Σ, Λ, Λ

ΘΕΜΑ 2ο

1. i) Σωστή η δ.

ii) Από το σχήμα παίρνουμε.

$$T_1 = 2T_2$$

Για τις γωνιακές συχνότητες παίρνουμε.

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\frac{2\pi}{T_1}}{\frac{2\pi}{T_2}} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_2}{2T_2} \Rightarrow \omega_2 = 2\omega_1$$

Από τις μέγιστες επιταχύνσεις παίρνουμε.

$$\frac{\alpha_{max,1}}{\alpha_{max,2}} = \frac{A_1\omega_1^2}{A_2\omega_2^2} \Rightarrow \frac{\alpha_{max,1}}{\alpha_{max,2}} = \frac{A_1\omega_1^2}{A_2 4\omega_1^2} \Rightarrow \frac{4}{2} = \frac{A_1}{4A_2} \Rightarrow A_1 = 8A_2$$

Και ο λόγος των ενεργειών είναι.

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2}D_1A_1^2}{\frac{1}{2}D_2A_2^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{m\omega_1^2A_1^2}{m\omega_2^2A_2^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{\alpha_{max,1}A_1}{\alpha_{max,2}A_2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{4\cdot 8A_2}{2A_2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 16$$

2. i) Σωστή η β.

ii) Αφού το έργο της τριβής είναι 96J, η ενέργεια που έχει παραμείνει στον ταλαντωτή είναι.

$$E_1 = 100 - 96 \Rightarrow E_1 = 4J$$

Από το λόγο των ενεργειών παίρνουμε.

$$\frac{E_o}{E_1} = \frac{\frac{1}{2}DA_o^2}{\frac{1}{2}DA_1^2} \Rightarrow \frac{100}{4} = \frac{A_o^2}{A_1^2} \Rightarrow \frac{10}{2} = \frac{A_o}{A_1} \Rightarrow A_1 = \frac{A_o}{5}$$

3. i) Σωστή η γ.

ii) Τη χρονική στιγμή $t = 8s$ η ταχύτητα του Σ_1 είναι.

$$\upsilon_1 = A\omega\sigma\upsilon\nu\varphi_1 \Rightarrow \upsilon_1 = A\omega\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{A\omega}{2}$$

Και η ταχύτητα του Σ_2 είναι.

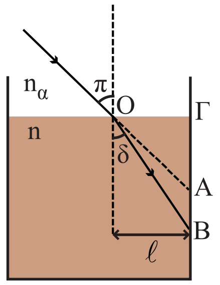
$$\upsilon_2 = A\omega\sigma\upsilon\nu\varphi_2 \Rightarrow \upsilon_2 = A\omega\sigma\upsilon\nu 0 \Rightarrow \upsilon_2 = A\omega$$

Άρα.

$$\upsilon_1 < \upsilon_2$$

4. i) Σωστή η γ.

ii) Από το σχήμα παίρνουμε.



$$\eta\mu\pi = \frac{\ell}{OA} \quad (1)$$

$$\eta\mu\delta = \frac{\ell}{OB} \quad (2)$$

Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη παίρνουμε.

$$\frac{\eta\mu\pi}{\eta\mu\delta} = \frac{\frac{\ell}{OA}}{\frac{\ell}{OB}} \Rightarrow \frac{\eta\mu\pi}{\eta\mu\delta} = \frac{OB}{OA} \Rightarrow \frac{\eta\mu\delta}{\eta\mu\pi} = \frac{OA}{OB} \quad (3)$$

Από το νόμο του Snell παίρνουμε.

$$n_\alpha \eta\mu\pi = n\eta\mu\delta \Rightarrow \frac{\eta\mu\delta}{\eta\mu\pi} = \frac{n_\alpha}{n} \quad (4)$$

Από τις (3) και (4) παίρνουμε.

$$\frac{OA}{OB} = \frac{n_\alpha}{n} = \text{σταθερό}$$

ΘΕΜΑ 3ο

α) Το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης είναι.

$$A_{o\lambda} = \sqrt{A^2 + A^2 + 2A\cdot A\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}} = \sqrt{2A^2 + 2A^2\frac{1}{2}} = \sqrt{3A^2} = A\sqrt{3} = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$$

Η διαφορά φάσης της συνισταμένης ταλάντωσης με την πρώτη ταλάντωση είναι.

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{A\eta\mu\frac{\pi}{3}}{A + A\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{1}{2}} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}\,\text{rad}$$

Και η εξίσωση της απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης είναι.

$$x = A_{o\lambda}\eta\mu(\omega t + \theta) \Rightarrow x = 4\sqrt{3}\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) \qquad x \to \text{cm}, \quad t \to \text{s}$$

β) Η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Σ είναι.

$$\upsilon = A\omega\sigma\upsilon\nu(\omega t + \theta) \Rightarrow \upsilon = 40\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) \qquad \upsilon \to \text{cm/s}, \quad t \to \text{s}$$

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{15}s$ είναι.

$$\upsilon_1 = 40\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\left(10t_1 + \frac{\pi}{6}\right) = 40\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\left(10\frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{6}\right) = 40\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{6} = 40\sqrt{3}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -60cm/s$$

γ) Ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια είναι.

$$\frac{K}{U} = \frac{E-U}{U} = \frac{E}{U} - 1 = \frac{\frac{1}{2}DA_{o\lambda}^2}{\frac{1}{2}Dx^2} - 1 = \frac{A_{o\lambda}^2}{A_{o\lambda}^2\eta\mu^2\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)} - 1 = \frac{1}{\eta\mu^2\left(10\frac{\pi}{120} + \frac{\pi}{6}\right)} - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{K}{U} = \frac{1}{\eta\mu^2\frac{\pi}{4}} - 1 = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} - 1 = \frac{4}{2} - 1 = 2 - 1 = 1$$

δ) Από τη φάση της ταλάντωσης του σημείου Σ παίρνουμε.

$$10t + \frac{\pi}{6} = \frac{9\pi}{6} \Rightarrow 10t = \frac{8\pi}{6} \Rightarrow 10t = \frac{4\pi}{3}$$

Και η απομάκρυνση εξαιτίας της πρώτης ταλάντωσης είναι.

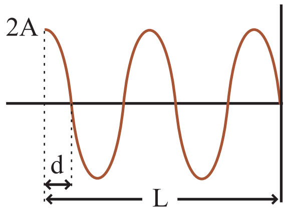
$$x_1 = A\eta\mu 10t \Rightarrow x_1 = 4\eta\mu\frac{4\pi}{3} \Rightarrow x_1 = 4\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow x_1 = -2\sqrt{3}\,cm$$

ΘΕΜΑ 4ο

α) Κάθε περίοδο το σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας δύο φορές.
Άρα στο 1 δευτερόλεπτο κάνει 5 ταλαντώσεις. Δηλαδή

$$f = 5\ Hz \quad \text{και} \quad T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{5}s$$

β) Η απόσταση του σημείου από τον πλησιέστερο δεσμό είναι d=0,1m.



$$d = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 4\cdot d \Rightarrow \lambda = 4\cdot 0{,}1 \Rightarrow \lambda = 0{,}4\ m$$

Από το σχήμα φαίνεται ότι το μήκος L είναι.

$$L = 2\lambda + \frac{\lambda}{4} \Rightarrow L = 2\cdot 0{,}4 + \frac{0{,}4}{4} \Rightarrow L = 0{,}9\ m$$

γ) Από την απόσταση των ακραίων θέσεων υπολογίζουμε το πλάτος Α των αρχικών κυμάτων.

$$0{,}1 = 4\,A \Rightarrow A = \frac{0{,}1}{4} = 0{,}025\ m$$

Η εξίσωση του στάσιμου είναι

$$y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \eta\mu\frac{2\pi t}{T} \Rightarrow y = 2 \cdot 0{,}025 \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{0{,}4} \cdot \eta\mu\frac{2\pi t}{\frac{1}{5}} \Rightarrow y = 0{,}05 \cdot \sigma\upsilon\nu 5\pi x \cdot \eta\mu 10\pi t$$

δ) Από τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση του σημείου $x = 0$ παίρνουμε.

$$K + U = E \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2}D(2A)^2 \Rightarrow m\upsilon^2 + m\omega^2 y^2 = m\omega^2 4A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon^2 = 4A^2\omega^2 - \omega^2 y^2 \Rightarrow \upsilon = \pm\omega\sqrt{4A^2 - y^2} \Rightarrow \upsilon = \pm\frac{2\pi}{T}\sqrt{4A^2 - y^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon = \pm\frac{2\pi}{\frac{1}{5}}\sqrt{4\left(25 \cdot 10^{-3}\right)^2 - \left(3 \cdot 10^{-2}\right)^2} \Rightarrow \upsilon = \pm 10\pi\sqrt{2500 \cdot 10^{-6} - 9 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon = \pm 10\pi\sqrt{25 \cdot 10^{-4} - 9 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \upsilon = \pm 10\pi\sqrt{16 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \upsilon = \pm 10\pi \cdot 4 \cdot 10^{-2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon = \pm 0{,}4\pi \ m/s.$$

Άρα το μέτρο της ταχύτητας είναι υ=0,4 π=0,4·3,14=1,256 m/s

ε) Τα πλάτη ταλάντωσης των δυο σημείων είναι.

$$A_1 = \left|0{,}05\sigma\upsilon\nu 5\pi 0{,}2\right| = \left|0{,}05\sigma\upsilon\nu\pi\right| = 0{,}05\,m$$

$$A_2 = \left|0{,}05\sigma\upsilon\nu 5\pi 0{,}15\right| = \left|0{,}05\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{4}\right| = 0{,}05\frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}025\sqrt{2}\,m$$

Και ο λόγος των μέγιστων κινητικών ενεργειών είναι.

$$\frac{K_{1,max}}{K_{2,max}} = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_{1,max}^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_{2,max}^2} = \frac{(A_1\omega)^2}{(A_2\omega)^2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 = \left(\frac{0{,}05}{0{,}025\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 = 2$$

στ) Τη χρονική στιγμή $t = \frac{4}{30}s$ η απομάκρυνση των σημείων είναι.

$$y = 0{,}05 \cdot \sigma\upsilon\nu 5\pi x \cdot \eta\mu 10\pi t \Rightarrow y = A'\eta\mu 10\pi\frac{4}{30} \Rightarrow y = A'\eta\mu\frac{4\pi}{3} \Rightarrow y = A'\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}A'$$

Το σημείο x=0 βρίσκεται στη θέση.

$$y_O = -\frac{\sqrt{3}}{2}A' = -\frac{\sqrt{3}}{2}0{,}05 = -0{,}025\sqrt{3}\,m$$

Και το στιγμιότυπο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.