ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α΄

Θέμα 1ο

Στις ερωτήσεις 1 έως και 3 επιλέξτε τη σωστή απάντηση:

1. Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση, όπου $F_{αντ} = -b \cdot υ$:

α) το πλάτος μεταβάλλεται γραμμικά με το χρόνο

β) όσο η σταθερά απόσβεσης b αυξάνεται, η συχνότητα της ταλάντωσης αυξάνεται

γ) ο λόγος των διαδοχικών μεγίστων θετικών απομακρύνσεων μειώνεται

δ) το % ποσοστό μείωσης της ενέργειας ανά περίοδο, παραμένει σταθερό

(Μονάδες 5)

2. Σε μία εξαναγκασμένη μηχανική ταλάντωση μάζας – ελατηρίου που η δύναμη του διεγέρτη είναι της μορφής $F = F_0 \cdot ημπt$ (SI), το σύστημα απορροφά ενέργεια κατά το βέλτιστο τρόπο. Αν αυξήσουμε τη μάζα του ταλαντωτή χωρίς να αλλάξουμε τη διεγείρουσα δύναμη:

α) Το σύστημα θα ταλαντώνεται με συχνότητα μικρότερη των $0,5$ Hz

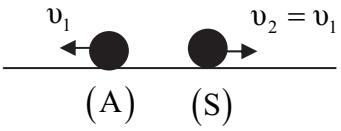
β) Το σύστημα θα εξακολουθεί να απορροφά ενέργεια κατά το βέλτιστο τρόπο

γ) Το σύστημα θα ταλαντώνεται με πλάτος ταλάντωσης μικρότερο από το αρχικό

δ) Το σύστημα θα ταλαντώνεται με συχνότητα μεγαλύτερη των $0,5$ Hz

(Μονάδες 5)

3. Μία πηγή (s) ηχητικών κυμάτων και ένας παρατηρητής (A) απομακρύνονται με ίσα μέτρα ταχυτήτων $υ_1 = υ_2$.



Εάν ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται το 50% της συχνότητας των κυμάτων που εκπέμπει η πηγή, τότε τα μέτρα των ταχυτήτων είναι:

$υ_{\substack{ήχου \\ στον\ αέρα}} = 330$ m/s

α) 110 m/s

β) 330 m/s

γ) 55 m/s

δ) 165 m/s

(Μονάδες 5)

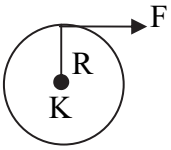
4. Χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις:

α) Τα φαινόμενα της ανάκλασης και της διάθλασης παρατηρούνται μόνο στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα. **Σ** **Λ**

β) Το φαινόμενο Doppler δεν παρατηρείται στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα. **Σ** **Λ**

γ) Στις ανελαστικές κρούσεις η ενέργεια του συστήματος μειώνεται. **Σ** **Λ**

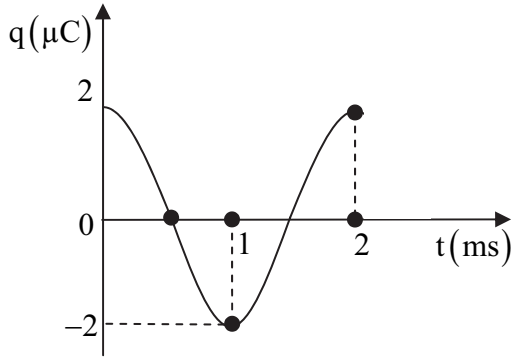
δ) Σε έναν αρχικά ακίνητο τροχό ασκείται εφαπτομενικά δύναμη σταθερού μέτρου F. Αν ο τροχός στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του Κ και είναι κάθετος στο επίπεδο του τροχού, τότε σε διπλάσιο χρόνο, η δύναμη θα προσφέρει τετραπλάσια ενέργεια στον τροχό. **Σ** **Λ**



ε) Η Γη έχει σταθερό σπίν γιατί οι δυνάμεις που δέχεται από τα διάφορα ουράνια σώματα διέρχονται από τον άξονα περιστροφής της. **Σ** **Λ**

(Μονάδες 5)

5. Σε ένα ιδανικό κύκλωμα LC που ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα $1\ \mu F$, το φορτίο του πυκνωτή μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως δείχνει το διάγραμμα:



Χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις:

α) Η ένταση του ρεύματος έχει εξίσωση: $i = -2 \cdot 10^{-3} \eta\mu 1000\pi t$ (SI) **Σ** **Λ**

β) Στο χρονικό διάστημα από $0,5$ ms έως 1 ms ο πυκνωτής εκφορτίζεται. **Σ** **Λ**

γ) Τη στιγμή $t = 0,5$ ms η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου θα είναι $2 \cdot 10^{-6}$ J. **Σ Λ**

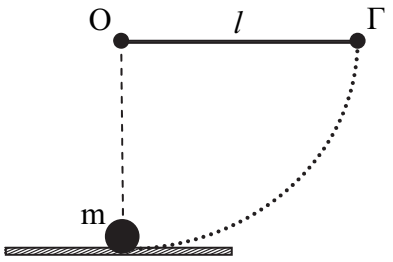
δ) Αν τετραπλασιάσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή, το χρονικό διάστημα της εκφόρτισής του θα διπλασιαστεί. **Σ Λ**

ε) Τη χρονική στιγμή $t = 1$ ms ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του ηλεκτρικού πεσδίου του πυκνωτή θα είναι μέγιστος. **Σ Λ**

(Μονάδες 5)

Θέμα 2ο

1. Ομογενής ράβδος ΟΓ είναι αρχικά οριζόντια και μπορεί να περιστραφεί χωρίς τριβές γύρω από άξονα που είναι κάθετος στη ράβδο και διέρχεται από το άκρο της Ο.



Η ραβδος έχει $I_{cm} = \frac{1}{12} m l^2$, όπου m η μάζα της ράβδου και l το μήκος της. Αφήνουμε τη ράβδο και μόλις διέλθει από την κατακόρυφη θέση στο άκρο της Γ συγκρούεται με σώμα μικρών διαστάσεων, ίσης μάζας m. Αν αμέσως μετά την κρούση η ράβδος ακινητοποιείται τότε η ταχύτητα που αποκτά το σώμα είναι:

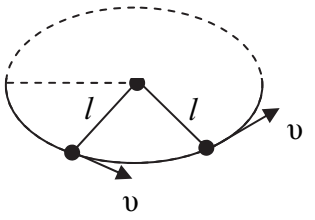
α) $\sqrt{\frac{3g}{l}}$

β) $\sqrt{\frac{g}{3}}$

Αιτιολογήστε την επιλογή σας.

(Μονάδες $1+4$)

2. Σώμα μάζας 100g είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιον αβαρούς και μη ελαστικού νήματος μήκους l=0,5m. Το σώμα αρχίζει να κινείται κυκλικά σε λείο οριζόντιο δάπεδο, δεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος με γραμμική επιτάχυνση $\alpha = 2 \frac{m}{s^2}$. Το όριο θραύσεως του νήματος είναι $T_{\theta\rho} = 5$ N. Τη στιγμή που το νήμα σπάει, το νήμα έχει διαγράψει επίκεντρη γωνία:



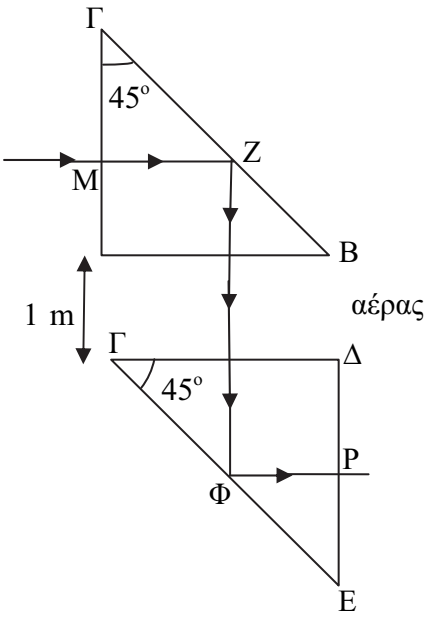
α) $6,25$ rad

β) $12,5$ rad

Αιτιολογήστε την επιλογή σας.

(Μονάδες $1+4$**)**

3. Δύο όμοια πρίσματα ΑΒΓ και ΓΔΕ όπου $\hat{A}=\hat{\Delta}=90^{o}$ με $AB=2$ m τοποθετούνται με τις πλευρές ΑΒ και ΓΔ να είναι παράλληλες. Στο μέσο Μ της πλευράς ΑΓ ρίχνουμε κάθετα προς την ΑΓ μονοχρωματική ακτίνα.
Η ακτίνα παθαίνει ολικές ανακλάσεις, και ακολουθώντας την πορεία που περιγράφεται στο σχήμα βγαίνει από το μέσο Ρ της πλευράς ΔΕ.
Αν ο χρόνος που απαιτείται για να διανύσει η ακτίνα τη διαδρομή ΜΖΦΡ είναι 30 n sec τότε η κρίσιμη (οριακή) γωνία είναι:



α) 30°

β) 45°

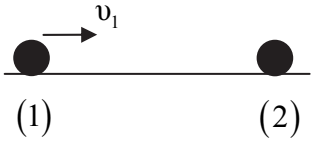
γ) 15°

(Δίνεται: $c=3\cdot10^{8}$ m/s)

Αιτιολογήστε την επιλογή σας .

(Μονάδες $1+4$**)**

4. Σώμα Σ_1 κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$. Κάποια στιγμή συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2. Αν κατά την κρούση το Σ_1 χάσει το 99% της κινητικής του ενέργειας χωρίς να αλλάξει την κατεύθυνση της ταχύτητάς του, τότε ο λόγος των μαζών $\dfrac{m_1}{m_2}$



είναι:

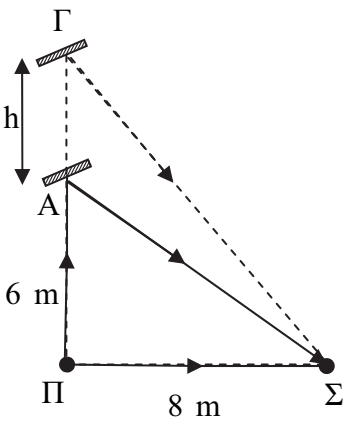
α) $\frac{11}{9}$

β) $\frac{9}{11}$

γ) 1

(Μονάδες 5)

5. Στο σημείο Σ συναντώνται τα κύματα που ακολούθησαν τις διαδρομές ΠΣ και ΠΑΣ και εκπέμφθηκαν από την πηγή Π, έχοντας μήκος κύματος $\lambda = 2\ \text{m}$. Εάν τα κύματα ακολουθήσουν τις διαδρομές ΠΣ και ΠΓΣ του σχήματος, τότε το σημείο Σ ταλαντώνεται με το ίδιο πλάτος. Τότε η ελάχιστη απόσταση $\text{ΑΓ} = \text{h}$ είναι:



α) $1\ \text{m}$

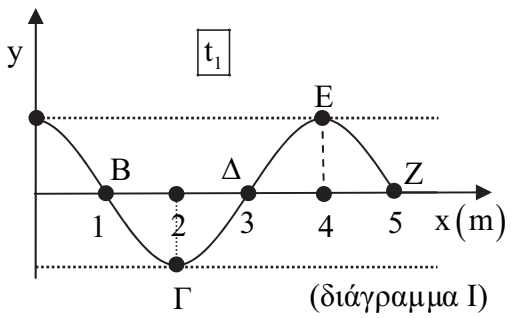
β) $2\ \text{m}$

γ) $\frac{11}{9}\ \text{m}$

(Μονάδες 5)

Θέμα 3ο

Το άκρο Ο μιας χορδής αρχίζει τη στιγμή $t = 0$ να κάνει αατ με απομάκρυνση $y = A \cdot \eta\mu\omega t$. Τη στιγμή $t_1 = 10\ \text{sec}$ που μόλις το κύμα φτάνει στο ακλόνητο άκρο Ζ της χορδής το στιγμιότυπο του κύματος απεικονίζεται στο διάγραμμα Ι. Στον χρόνο t_1 το σημείο Ο $(x = 0)$ έχει διανύσει απόσταση ίση με $1,5\ \text{m}$.



(διάγραμμα Ι)

α) Γράψτε την εξίσωση του κύματος.

β) Τη στιγμή t_1 ποια από τα σημεία Ο, Β, Γ, Δ, Ε και Ζ

i. Είναι στιγμιαία ακίνητα;

ii. Έχουν θετική ταχύτητα;

iii. Βρίσκονται σε αντίθεση φάσης;

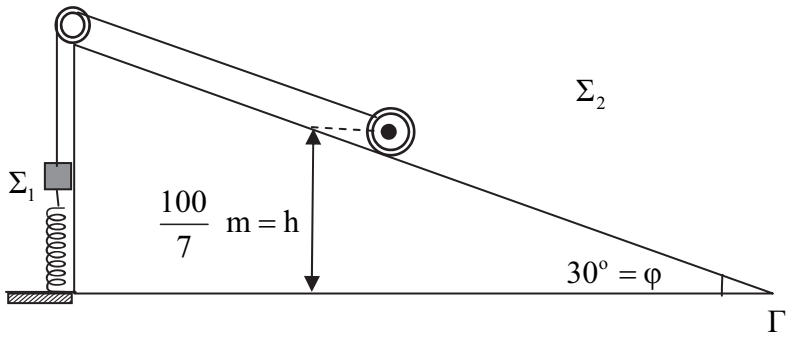
γ) Γράψτε την εξίσωση του ανακλώμενου κύματος που συμβάλλει με το προηγούμενο δημιουργώντας στάσιμο κύμα σε αυτήν τη χορδή, ώστε το σημείο

$x = 0$ να είναι κοιλία.
Γράψτε επίσης και την εξίσωση του στάσιμου κύματος που θα προκύψει.
δ) Βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα κατά μέτρο, του σημείου Γ όταν στη χορδή δημιουργηθεί στάσιμο κύμα.
ε) Βρείτε τη συχνότητα που θα έπρεπε να έχουν τα αρχικά κύματα ώστε στη χορδή ΟΖ η συμβολή τους να μας δώσει ένα στάσιμο κύμα, με δύο ακίνητα σημεία παραπάνω.

(Μονάδες 25)

Θέμα 4ο

Σώμα Σ_1, μάζας $m_1 = 1\ kg$, ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $\kappa = 100\ N/m$, ενώ σε αυτό είναι δεμένο αβαρές και μη ελαστικό νήμα που μέσω τροχαλίας το συνδέει με σφαίρα Σ_2 μάζας $m_2 = 8\ kg$ που έχει ροπή αδράνειας $I_{cm} = \frac{2}{5} m_2 R^2$ και ακτίνα $R = 0,1\ m$. Ο συντελεστής τριβής του Σ_2 με το δάπεδο του κεκλιμένου είναι $\mu = \frac{\sqrt{3}}{6}$.



Τη στιγμή $t = 0$ κόβουμε το νήμα. Βρείτε:
α) Σε πόσο χρόνο μηδενίζεται για πρώτη φορά η ταχύτητα του Σ_1 και πόση απόσταση θα έχει διανύσει μέχρι τότε.
β) Βρείτε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του Σ_2, εφόσον κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
γ) Βρείτε το μέτρο της στροφορμής του Σ_2 τη στιγμή που φτάνει στη βάση Γ του επιπέδου.
δ) Βρείτε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του Σ_2 εξαιτίας της περιστροφικής του κίνησης, τη στιγμή που φτάνει στη βάση Γ.
Δίνεται: $g = 10\ m/s^2$

(Μονάδες 25)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα 1ο

1. δ.

2. γ, (γιατί $f = f_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi} = 0,5\ \text{Hz}$. Η ιδιοσυχνότητα είναι $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$. Εάν αυξήσουμε τη μάζα του συστήματος, η ιδιοσυχνότητα μειώνεται, οπότε: $f \neq f_0'$ και δεν είμαστε πλέον σε κατάσταση συντονισμού.)

3. α, (γιατί: $f_A = \frac{\upsilon - \upsilon_1}{\upsilon + \upsilon_2} f_s \Leftrightarrow \frac{1}{2} \not{f_s} = \frac{\upsilon - \upsilon_1}{\upsilon + \upsilon_2} \not{f_s} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2\upsilon - 2\upsilon_1 = \upsilon + \upsilon_1 \Leftrightarrow 3\upsilon_1 = \upsilon \Leftrightarrow \boxed{\upsilon_1 = \frac{\upsilon}{3} = 110\ \text{m/s}}$)

4. **α** → Λάθος
β → Λάθος
γ → Λάθος
δ → Σωστό (γιατί: $\frac{W_1}{W_2} = \frac{\not{\pi} \cdot \theta_1}{\not{\pi} \cdot \theta_2} = \frac{\frac{1}{2}\alpha\gamma t_1^{\,2}}{\frac{1}{2}\alpha\gamma t_2^{\,2}} = \frac{t_1^{\,2}}{(2t_1)^2} = \frac{1}{4}$)
ε → Λάθος

5. **α** → Λάθος (γιατί: $\omega = \frac{2\pi}{T} \overset{(SI)}{=} \frac{\not{2}\pi}{\not{2} \cdot 10^{-3}} = 1000\pi\ \text{rad/s}$,

$$I = \omega \cdot Q \overset{(SI)}{=} 1000\pi \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 2\pi \cdot 10^{-3}\ \text{A}$$

άρα: $i = -I\eta\mu\omega t \Rightarrow i = -2\pi \cdot 10^{-3}\eta\mu 100\pi t\ (SI)$)

β → Λάθος (γιατί: φορτίζεται)
γ → Σωστό (γιατί: τη στιγμή $t = 0,5\ \text{ms} \rightarrow q = 0$ άρα η ενέργεια του κυκλώματος έχει τη μορφή της μαγνητικής δυναμικής ενέργειας. Δηλαδή $U_{B_{max}} = E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \overset{(SI)}{=} \frac{1}{2}\frac{\left(2 \cdot 10^{-6}\right)^2}{10^{-6}} = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{J}$)

δ → Σωστό (γιατί: η εκφόρτιση του πυκνωτή διαρκεί χρόνο $\frac{T}{4}$, όπου η περίοδος $T = 2\pi\sqrt{LC}$, διπλασιάζεται).

ε → Λάθος (γιατί: $\frac{dU_E}{dt} = V \cdot i = \frac{q}{c} \cdot i = 0$ γιατί τη στιγμή $t = 1$ ms είναι $i = 0$)

Θέμα 2ο

1. ΘΜΚΕ για τη ράβδο από την οριζόντια στην κατακόρυφη θέση:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2} I\omega^2 - 0 = +m \cdot g \frac{l}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 = mg \frac{l}{2}$$

$$\Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$$

Θεώρημα Steiner:

$$I_{(0)} = I_{cm} + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{12} m l^2 + \frac{1}{4} m l^2 =$$

$$= \frac{4}{12} m l^2 = \frac{1}{3} m l^2$$

Α.Δ.Σ. $\vec{L}_{\substack{συστ. \\ αρχ.}} = \vec{L}_{\substack{συστ. \\ τελ.}} \Leftrightarrow I \cdot \omega + 0 = m \cdot \upsilon \cdot l + 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} m l^2 \sqrt{\frac{3g}{l}} = mul \Leftrightarrow u = \frac{l}{3}\sqrt{\frac{3g}{l}} \text{ ή}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{l^2 \cdot 3g}{9l}} = \boxed{\sqrt{\frac{g}{3}}} \rightarrow (\beta)$$

2. Η τάση του νήματος παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, δηλαδή:

$$T = \frac{m\upsilon^2}{l} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{T \cdot l}{m}}$$

Τη στιγμή που σπάει το νήμα $\upsilon = \sqrt{\frac{T_{θρ.} \cdot l}{m}} \overset{(SI)}{=} \sqrt{\frac{5 \cdot 0,5}{0,1}} = 5 \ \ m/s$

Η γωνιακή ταχύτητα είναι $\omega = \alpha_\gamma \cdot t \Leftrightarrow \omega R = \alpha_\gamma \cdot R \cdot t$

$$\Leftrightarrow \upsilon = \alpha t$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\upsilon}{\alpha} = \frac{5}{2}s = 2,5 \text{ sec}$$

Επομένως $\theta = \frac{1}{2}\alpha_\gamma t^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{\alpha}{R}t^2 \overset{(SI)}{=} \frac{1}{\not 2}\cdot\frac{\not 2}{0,5}2,5^2 = \boxed{12,5 \text{ rad}} \rightarrow (\beta)$

3. Η διαδρομή που ακολουθεί η ακτίνα στο καθένα πρίσμα έχει μήκος 2 m και η ταχύτητα διάδοσής της σε αυτό είναι υ.

$t_{\text{στο } 1^{\text{ο}} \text{ πρίσμα}} + t_{\text{στο } 2^{\text{ο}} \text{ πρίσμα}} + t_{\text{στον αερα}} = 30\cdot 10^{-9} \ (SI)$

$\frac{2}{\upsilon} + \frac{1}{c} + \frac{2}{\upsilon} = 3\cdot 10^{-8} \ (SI)$

$\frac{4}{\upsilon} + \frac{1}{c} = 3\cdot 10^{-8} \ (SI)$. Άρα $\boxed{\upsilon = 1,5\cdot 10^8 \ \text{m/s}}$

Ο δείκτης διάθλασης του πρίσματος είναι: $n = \frac{c}{\upsilon} = \frac{3\cdot 10^8 \ \text{m/s}}{1,5\cdot 10^8 \ \text{m/s}} = 2$

Επομένως $\eta\mu\theta_{crit} = \frac{1}{n} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\theta_{crit} = 30^{\text{o}}} \rightarrow (\alpha)$

4. Είναι $K_1' = \frac{1}{100}K_1 = \frac{1}{\not 2}\not{m}_1 \upsilon_1'^2 = \frac{1}{100}\cdot\frac{1}{\not 2}\not{m}_1 \upsilon_1^2 \Leftrightarrow \upsilon_1' = \frac{1}{10}\upsilon_1 \ \left(\vec{\upsilon}_1' \nearrow\nearrow \vec{\upsilon}_1\right)$

Στην κεντρική και ελαστική κρούση: $\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Leftrightarrow \frac{1}{10}\not{\upsilon}_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\not{\upsilon}_1$

$\Leftrightarrow m_1 + m_2 = 10m_1 - 10m_2 \Leftrightarrow -9m_1 = -11m_2 \Leftrightarrow \boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{11}{9}} \rightarrow (\alpha)$

5. Πυθαγόρειο θεώρημα στο $\overset{\Delta}{\Pi A\Sigma}$: $(A\Sigma)^2 = 6^2 + 8^2 \ (SI) \Leftrightarrow \boxed{(A\Sigma) = 10 \text{ m}}$

$A_\Sigma' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi(r_1 - r_2)}{2\lambda}\right|$, όπου $r_1 = (\Pi A) + (A\Sigma) = 16 \text{ m}$ και

$r_2 = (\Pi\Sigma) = 8 \text{ m}$

Επομένως, $A_\Sigma' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\not 2\pi\cdot 8}{\not 2\cdot 2}\right| = 2A|\sigma\upsilon\nu 4\pi| = 2A \rightarrow$ σημείο ενίσχυσης, άρα

$r_1 - r_2 = N\lambda \Leftrightarrow 8 = N\cdot 2 \Leftrightarrow \boxed{N = 4}$

Όταν τα κύματα που συμβάλλουν στο σημείο Σ ακολουθήσουν τις διαδρομές ΠΓΣ και ΠΣ, το σημείο θα είναι πάλι σημείο ενίσχυσης,οπότε:

$r_1' - r_2' = 5\lambda$, όπου

$$r_1' = (\Pi\Gamma) + (\Gamma\Sigma) \overset{(\Pi.\Theta.)}{=} 6 + h + \sqrt{(6+h)^2 + 8^2} = 6 + h + \sqrt{100 + 12h + h^2}$$

$$r_2' = (\Pi\Sigma) = 8 \text{ m}$$

Άρα: $6 + h + \sqrt{100 + 12h + h^2} - 8 = 10 \Leftrightarrow$

$$\sqrt{100 + 12h + h^2} = 12 - h \Leftrightarrow$$

$$100 + 12h + h^2 = (12 - h)^2 \Leftrightarrow$$

$$100 + 12h + \cancel{h^2} = 144 - 24h + \cancel{h^2} \Leftrightarrow 36h = 44 \Leftrightarrow \boxed{h = \frac{11}{4} \text{ m}} \rightarrow (\gamma)$$

Θέμα 3ο

α) Παρατηρούμε ότι $\underline{\lambda = 4 \text{ m}}$

Στο χρόνο t_1 το σώμα έχει διανύσει απόσταση $\frac{5\lambda}{4}$, επομένως

$$\frac{5T}{4} = 10 \text{ sec} \Leftrightarrow \underline{T = 8 \text{ s}} \quad (\text{αφού } \upsilon = \text{σταθερή})$$

Το σημείο $O(x = 0)$ στον χρόνο t_1 έχει διανύσει απόσταση ίση με

$$5A = 1,5 \text{ m} \Leftrightarrow \underline{A = 0,3 \text{ m}} \left(\text{αφού σε χρόνο} \frac{T}{4} \text{διανύει απόσταση } 1A \right)$$

Εξίσωση κύματος: $y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow$

$$y_1 = 0,3\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{8} - \frac{x}{4}\right) \text{ (SI)}$$

β)

i. $\upsilon = 0$ έχουν όσα βρίσκονται στις ακραίες θέσεις, δηλαδή τα σημεία Ο, Γ και Ε.

ii. $\upsilon > 0$ έχουν τα σημεία Β και Ζ.

iii. τα ζεύγη των σημείων (O,Γ), (B,Δ), (Γ,E), (Δ,Z)

γ) $y_2 = 0,3\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{8} + \frac{x}{4}\right) \text{ (SI)}$

Εξίσωση στάσιμου κύματος:

$$y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu\frac{2\pi t}{T} \Rightarrow \boxed{y = 0,6 \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{2}\eta\mu\frac{\pi t}{4} \text{ (SI)}}$$

δ) Το σημείο Γ είναι κοιλία, επομένως: $\upsilon_{max} = \omega \cdot A \overset{(SI)}{=} \frac{\pi}{4} 0,6 = \boxed{0,15\pi \ \text{m/s}}$

ε) Το μήκος L του σχοινιού ΟΖ είναι $L = 5 \ \text{m}$. Αν λ' είναι το νέο μήκος κύματος τότε $L = (N-1)\frac{\lambda'}{2} + \frac{\lambda'}{4}$, όπου Ν το πλήθος των ακίνητων σημείων (δεσμοί).

Θέλουμε: $N = 3 + 2 = 5$

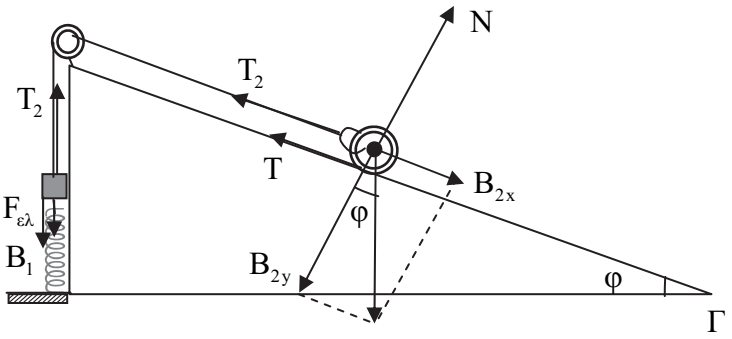
Επομένως $L = 4\frac{\lambda'}{2} + \frac{\lambda'}{4} \Leftrightarrow 5 = \frac{9\lambda'}{4} \Leftrightarrow \lambda' = \frac{20}{9} \ \text{m}$

Η ταχύτητα διάδοσης των αρχικών κυμάτων δεν αλλάζει,

επομένως: $\upsilon = \lambda' f' \Leftrightarrow \lambda f = \lambda' f' \Leftrightarrow f' = \frac{\lambda f}{\lambda'} \overset{(SI)}{=} \frac{4 \cdot \frac{1}{8}}{\frac{20}{9}} = \boxed{\frac{9}{40} \ \text{Hz}}$ ή $\boxed{0,225 \ \text{Hz}}$

Θέμα 4ο

α)



$\Sigma F_2 = 0 \Leftrightarrow$

$T_2 + T = B_{2x} \Leftrightarrow$

$T_2 = m_2 g \eta\mu\varphi - \mu \cdot N \Leftrightarrow$

$T_2 = m_2 g \cdot \eta\mu\varphi - \mu \cdot m_2 g \sigma\upsilon\nu\varphi \ \ (1)$

$\Sigma F_1 = 0 \Leftrightarrow T_2 = F_{\varepsilon\lambda} + B_1 \Leftrightarrow T_2 = K \cdot \Delta l_1 + m_1 g \ \ (2)$

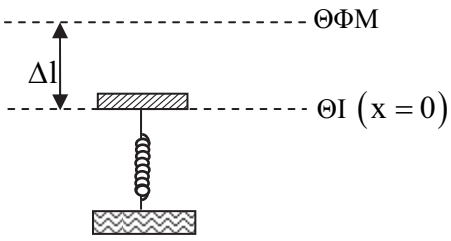
(1) και (2) $\Rightarrow K\Delta l + m_1 g = m_2 g \cdot \eta\mu\varphi - \mu \cdot m_2 g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$ $\overset{(SI)}{}$

$$\Delta l_1 = \frac{8 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} 8 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \cdot 10}{100}$$

$$\Delta l_1 = \frac{40 - 20 - 10}{100} \ \text{ή} \ \boxed{\Delta l_1 = 0,1 \ \text{m}}$$

Στη Θ.Ι.:

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow m_1 g = K \cdot \Delta l \Leftrightarrow \Delta l = \frac{m_1 g}{K} \overset{(SI)}{=} \underline{0,1\ m}$$



Αφού $\Delta l_1 = \Delta l \rightarrow$ συμπεραίνουμε ότι αρχικά το ελατήριο βρισκόταν στη ΘΦΜ που αποτελεί και ακραία θέση για ταλάντωση (αφού εκεί $\upsilon = 0$).
Επομένως το πλάτος της ταλάντωσης είναι:
$A = \Delta l = 0,1\ m$

Ο ζητούμενος χρόνος είναι $\frac{T}{2}$ και η απόσταση 2Α.

$$\frac{T}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{\kappa}} = \pi\sqrt{\frac{1}{100}} = \boxed{\frac{\pi}{10}\ sec}$$

$$2A = \boxed{0,2\ m}$$

β) $\Sigma\tau = I_{\alpha_{\gamma\omega\nu}} \Leftrightarrow T \cdot R = \frac{2}{5} m_2 R^2 \Leftrightarrow T = \frac{2}{5} m_2 \alpha_{cm}$ (2)

$\Sigma F_x = m_2 \alpha_{cm} \Leftrightarrow m_2 g\eta\mu\varphi - T = m_2 \alpha_{cm}$ (3)

Από τις (2) και (3) $\Rightarrow m_2 g\eta\mu\varphi - \frac{2}{5} m_2 \alpha_{cm} = m_2 \alpha_{cm} \Leftrightarrow \frac{7}{5} m_2 \alpha_{cm} = m_2 g\eta\mu\varphi$

$$\Leftrightarrow \alpha_{cm} = \frac{5g \cdot \eta\mu\varphi}{7} \overset{(SI)}{\Rightarrow} \alpha_{cm} = \frac{5 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{7} \text{ ή } \boxed{\alpha_{cm} = \frac{25}{7}\ m/s^2}$$

γ) Εάν x είναι η απόσταση που διανύει το c.m. μέχρι το σημείο Γ, τότε:

$$\eta\mu\varphi = \frac{h}{x} \Leftrightarrow x = \frac{h}{\eta\mu\varphi} = \frac{\frac{100}{7}}{\frac{1}{2}} = \frac{200}{7}\ m$$

$$x = \frac{1}{2}\alpha_{cm} t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{\alpha_{cm}}} \overset{(SI)}{=} \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{200}{7}}{\frac{25}{7}}} = \sqrt{\frac{400}{25}} = \frac{20}{5} = 4\ sec$$

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} t \overset{(SI)}{=} \frac{25}{7} \cdot 4 = \frac{100}{7}\ m/s$$

$$L = I\omega = \frac{2}{5}m_2R^2\omega = \frac{2}{5}m_2R\upsilon_{cm} \overset{(SI)}{=} \frac{2}{5}\cdot 8\cdot 0,1\cdot\frac{100}{7} = \boxed{\frac{32}{7}\,kg\ \ m^2/s}$$

δ) $\left(\frac{dK}{dt}\right)_{στρ.} = \Sigma\tau\cdot\omega = I\cdot\alpha_{γων}\omega = \frac{2}{5}m_2\cdot\alpha_{cm}\cdot\upsilon_{cm}$

Επομένως $\left(\frac{dK}{dt}\right)_{στρ.} \overset{(SI)}{=} \frac{2}{\cancel{5}}\cdot 8\cdot\frac{\cancel{25}^{5}}{7}\cdot\frac{100}{7} = \boxed{\frac{8000}{49}\ J/s}$

Επιμέλεια: Γκιώνη Βασιλική